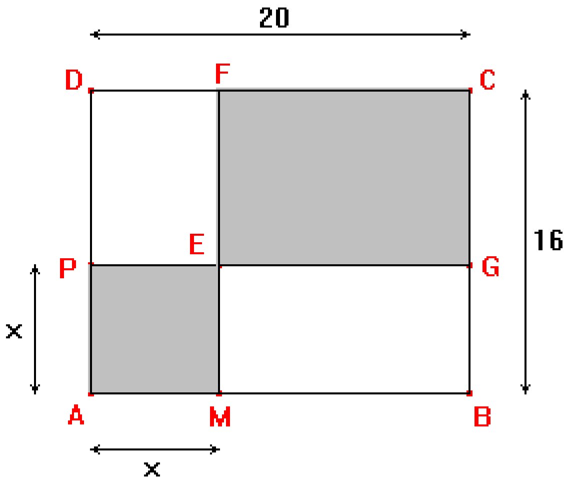
Exercice 1

Soit ABCD un rectangle tel que AB= 20 et AD = 16. M étant un point du segment [AB], on construit le carré AMEP et le rectangle EGCF. On note x la longueur du segment [AM]. On note $f(x)$ l'aire de la partie colorée.



1. A quel intervalle I appartient x ?
2. Démontrer que la forme développée de l'expression $f(x)$ est $f(x) = 2x^2 - 36x + 320$.
3. Déterminer la forme canonique de l'expression $f(x)$.
4. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle I.
5. Pour quelle valeur de x l'aire colorée est-elle minimale ? Parmi les trois dessins proposés ci-dessous, quelle est la figure qui correspond à cette situation ?
6. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire colorée est-elle la moitié de celle du rectangle ABCD ? Parmi les trois dessins proposés ci-dessous, quelle(s) est (sont) la (les) figure(s) qui correspond(ent) à cette situation ?

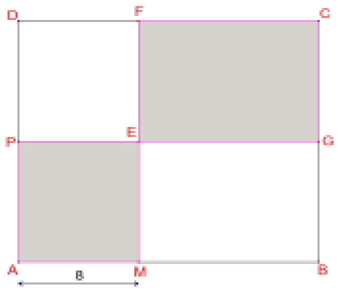


Figure 1

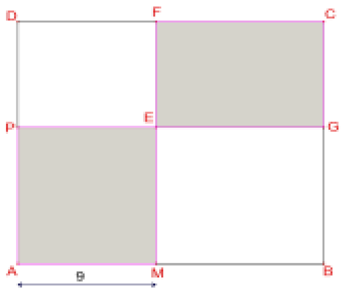


Figure 2

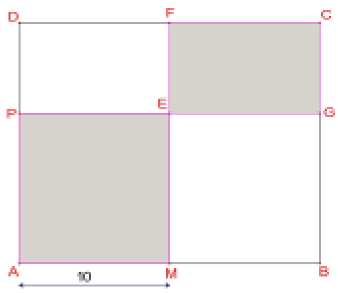


Figure 3

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, déterminer combien de fois la droite proposée coupe la parabole (P), puis déterminer, si ils existent, les coordonnées des éventuels points d'intersection.

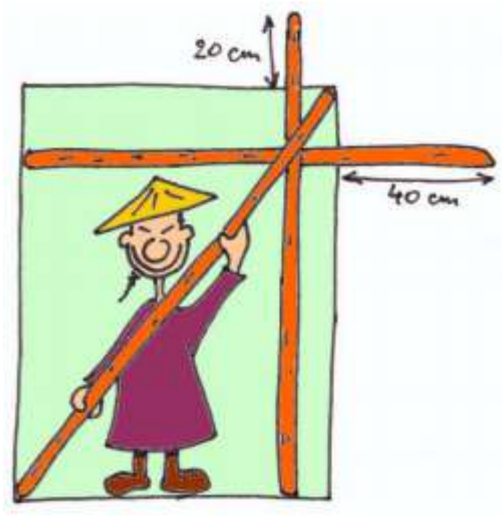
- la parabole (P) d'équation $y = x^2 - 4x + 5$ et la droite (D1) d'équation $y = x + 1$.
- la parabole (P) d'équation $y = x^2 - 4x + 5$ et la droite (D2) d'équation $y = x - 2$.
- la parabole (P) d'équation $y = x^2 - 4x + 5$ et la droite (D3) d'équation $y = 2x - 4$.

Exercice 3

On veut faire passer par une porte dont on ne connaît ni la hauteur ni la largeur, une perche dont on ne connaît pas la longueur.

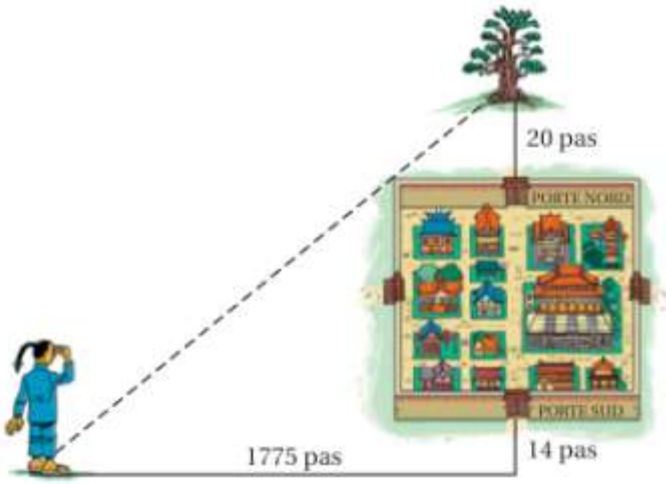
Horizontalement, il manque 40 centimètres pour que la perche puisse sortir par la porte. Verticalement il manque 20 centimètres pour que la perche ne puisse sortir par la porte. De manière oblique elle sort juste.

Sauriez-vous déterminer quelles sont les dimensions de la porte et de la perche ?



Exercice 4

« A l'extérieur de la ville, vingt pas après la sortie nord se trouve un arbre. Si tu quittes la ville par la porte sud, marche quatorze pas vers le sud puis 1775 vers l'ouest et tu commenceras tout juste à apercevoir l'arbre. On cherche à déterminer les dimensions de la ville. »



1. Faire une figure à main levée représentant les données de l'énoncé. La ville est carrée.

1. En appliquant le théorème de Thalès, prouver que le problème peut se ramener à résoudre l'équation $x^2 - 34x - 71000 = 0$ où x est la longueur des côtés de la ville.

2. Résoudre l'équation puis le problème. Déterminer la distance qui nous sépare de l'arbre.

Exercice 5

Une équation du second degré est une équation qui peut s'écrire sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c sont trois réels quelconques tels que $a \neq 0$.

Nous appelons $\Delta = b^2 - 4ac$ le discriminant du trinôme.

1. Démontrer que la somme des racines d'un trinôme est égale à $-\frac{b}{a}$.

2. Démontrer que le produit des racines d'un trinôme est égal à $\frac{c}{a}$.