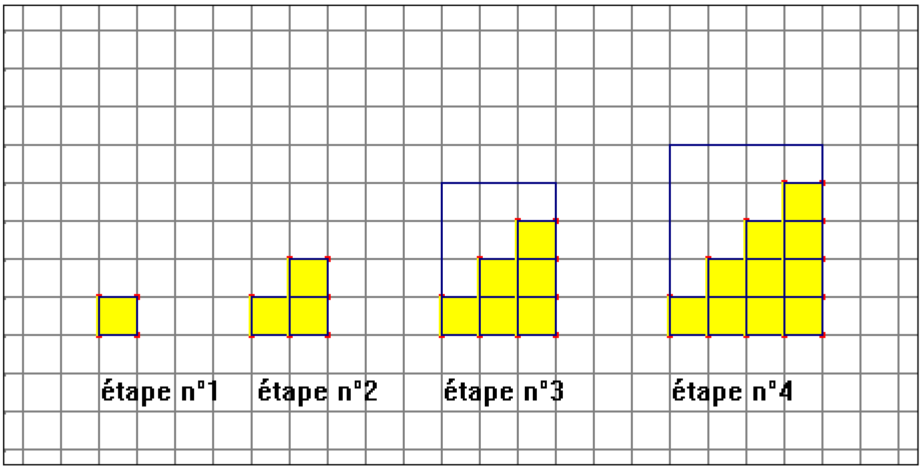
Situation 1

Nous définissons une suite numérique de la manière suivante : A chaque étape n , on associe u_n le nombre de carrés constituant l'escalier, comme l'indiquent les figures suivantes :



1. Déterminer les nombres u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.

2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n. On parle de formule explicite.
   Déterminer la relation entre u_{n+1} et u_n. On parle de relation de récurrence.

3. Combien y aura-t-il de carrés à l'étape 10 ?
   Quelle formule vous parait être la plus adaptée pour obtenir ce résultat ?
   Combien y aura-t-il de carrés à l'étape 11 ?
   Quelle formule vous parait être la plus adaptée pour obtenir ce résultat ?

Situation 2

1. Trouver le ou les terme(s) manquant(s) des suites de nombres ci-dessous :

	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
Suite 1	1	3	7	11	?	19
Suite 2	0	1	3	7	?	31
Suite 3	1	3	5	7	?	?
Suite 4	0	1	4	9	?	25

2. On donne ci-dessous l'expression du terme général d'une suite.
   Associer à chaque formule (formule explicite) la suite correspondante.

$u_n = 2n+1$ $\qquad$ $u_n = -1+4n$ $\qquad$ $u_n = n^2$ $\qquad$ $u_n = 2^n - 1$

3. On donne ci-dessous les relations liant deux termes consécutifs d'une suite.
   Associer à chaque relation (relation de récurrence) la suite correspondante.

$u_{n+1} = u_n + 2^n$ $\qquad$ $u_{n+1} = u_n + 2n+1$ $\qquad$ $u_{n+1} = u_n + 2$ $\qquad$ $u_{n+1} = u_n + 4$

Croissance d'un cheveu

Au début de l'année, les cheveux d'une personne mesurent 10 centimètres. Chaque mois, les cheveux de cette personne poussent régulièrement de 9 millimètres. On note $l_0 = 10$. Pour tout $n \geq 1$, on désigne par l_n la longueur des cheveux de cette personne au bout du $n^{ième}$ mois.

1. Calculer l_1, l_2 et l_3.
2. Exprimer l_{n+1} en fonction de l_n.
3. Expliquer pourquoi les nombres l_0, l_1, l_2, l_3, …, l_n .constituent les termes successifs d'une suite arithmétique dont vous préciserez le premier terme ainsi que la raison.
4. Donner l'expression de l_n en fonction de n.
5. Quelle sera la longueur des cheveux de cette personne au bout d'un an ?

Une balle qui rebondit

Une balle élastique est lâchée d'une hauteur de 100 centimètres au-dessus du sol. A chaque rebond, la balle remonte aux $9/10$ de la hauteur atteinte précédemment. On note $h_0 = 100$. Pour tout $n \geq 1$, on désigne par h_n la hauteur en centimètres atteinte à l'issue du $n^{ième}$ rebond.

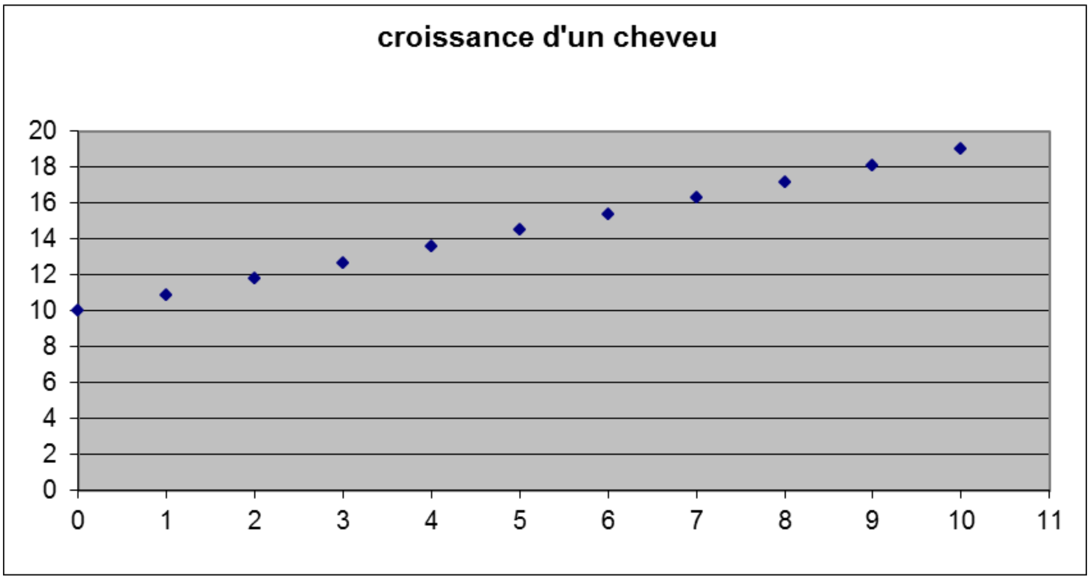
1. Calculer h_1, h_2 et h_3.
2. Exprimer h_{n+1} en fonction de h_n.
3. Expliquer pourquoi les nombres h_0, h_1, h_2, h_3, …, h_n .constituent les termes successifs d'une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme ainsi que la raison.
4. Donner l'expression de h_n en fonction de n.
5. A quelle hauteur sera la balle au $12^{ème}$ rebond ?

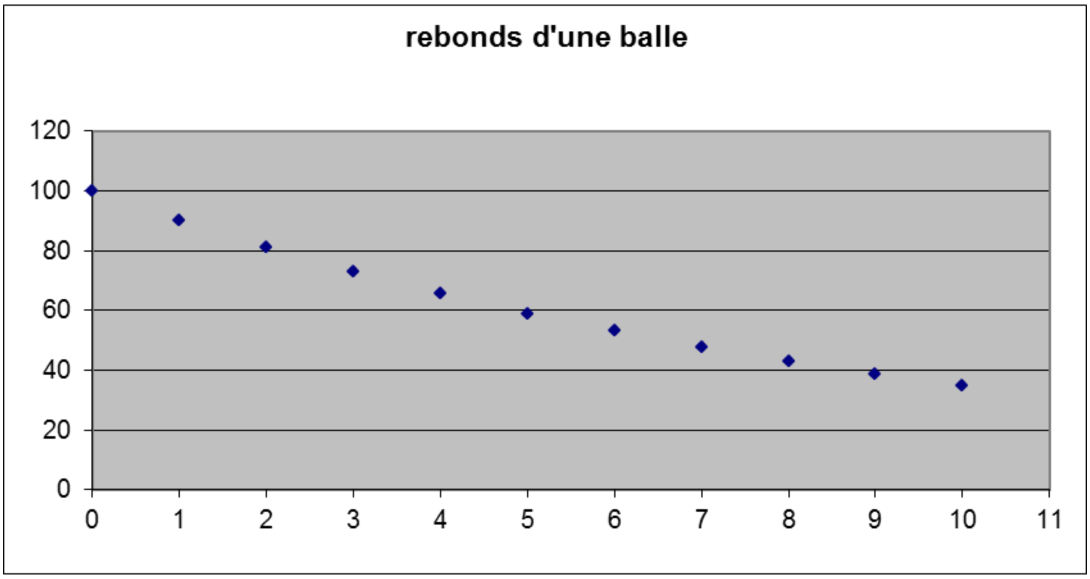
Evolution d'une population de bactéries

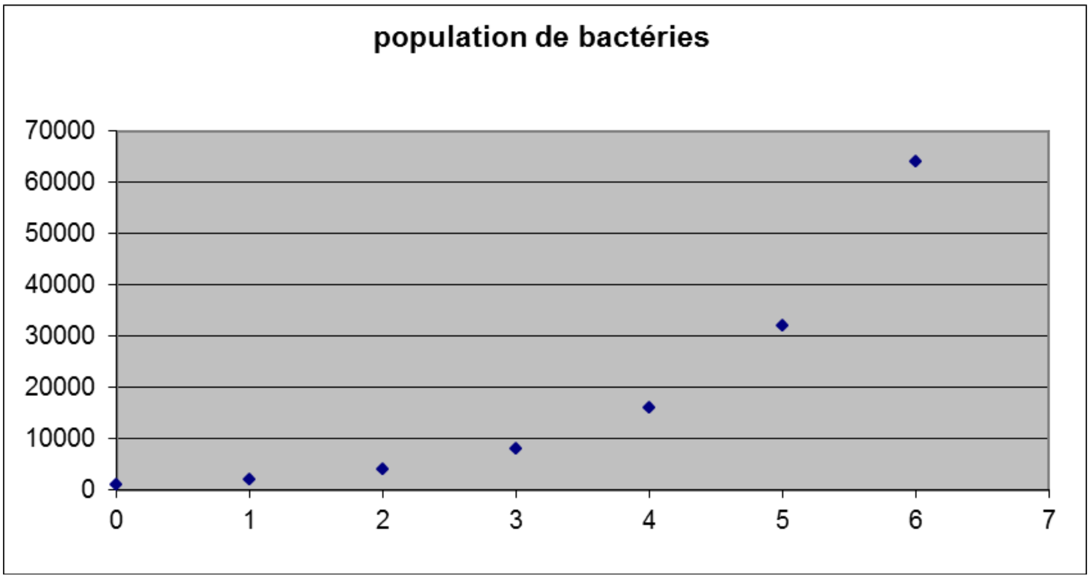
Un biologiste souhaite étudier l'évolution d'une population de 1000 bactéries.

Pour pratiquer des prévisions le biologiste modélise l'évolution en affirmant que : « la population double toutes les 20 minutes ». On note p_0 la population initiale un matin à 10h, p_1 la population à 10h20, et ainsi de suite.

Comment peut-on « noter » la population à 11h ? La population à 12h ? La population à 14h ? Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n. Exprimer p_n en fonction de n. Déterminer la population de bactéries à 11h, à 12h et à 14h. Il revient le lendemain à 10h, estimez la population alors relevée.

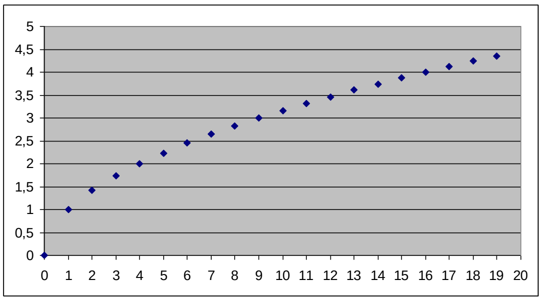




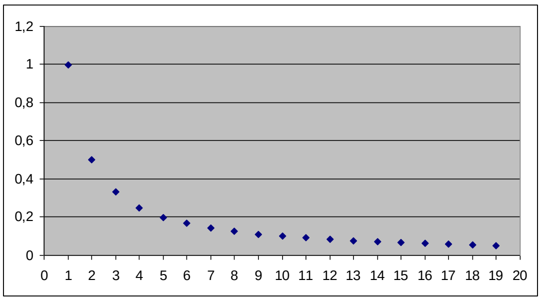


Effectuer un commentaire sur les trois représentations graphiques proposées ci-dessus.

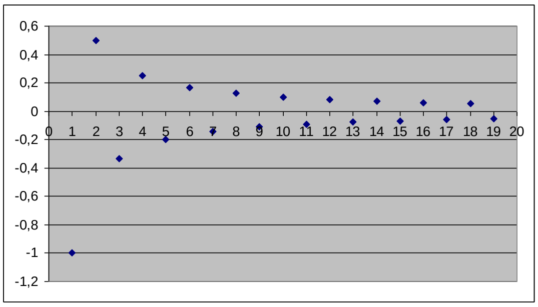
Variations et comportement asymptotique



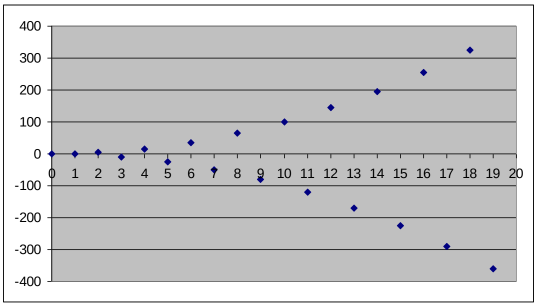
1



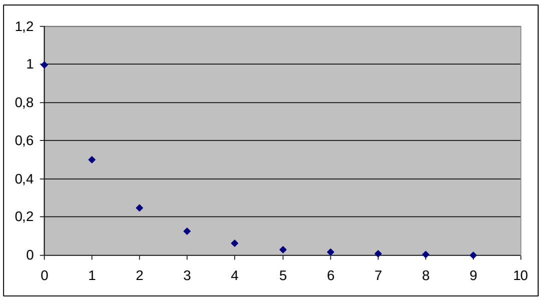
2



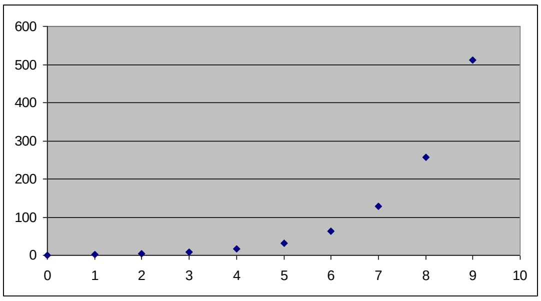
3



4



5



6

1. Pour chacune des suites, déterminer à quelle expression du terme général elle correspond.

$$u_n = \sqrt{n} \qquad v_n = \frac{(-1)^n}{n} \qquad w_n = \left(\tfrac{1}{2}\right)^n$$

$$x_n = \frac{1}{n} \qquad y_n = (-1)^n \times n^2 \qquad z_n = 2^n$$

2. Pour chacune des suites, choisir l'une ou l'autre de ces deux affirmations.

« La suite diverge. » *« La suite converge. »*

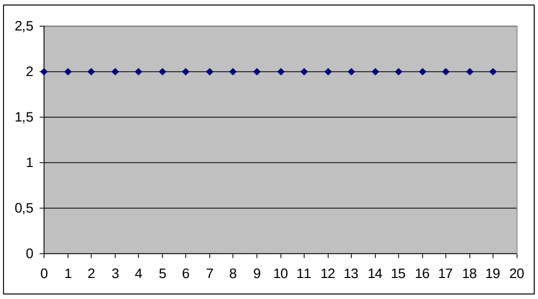
3. Pour chacune des suites, déterminer quelle limite on peut lui attribuer.

« La limite de la suite est égale à $+\infty$ lorsque $n \to +\infty$. » *« La limite de la suite est égale à 0 lorsque $n \to +\infty$. »* *« La suite n'admet pas de limite, elle en admet deux différentes »*

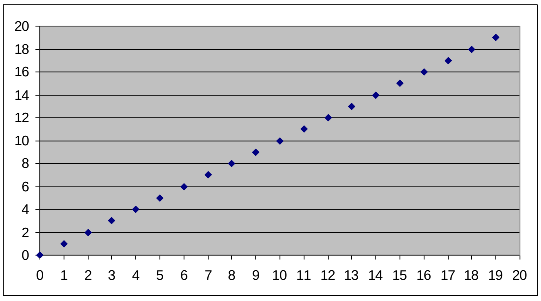
4. Pour chacune des suites, choisir l'une ou l'autre de ces affirmations.

« La suite est croissante. » *« La suite est décroissante. »* *« La suite est ni croissante, ni décroissante. Elle est alternée. »*

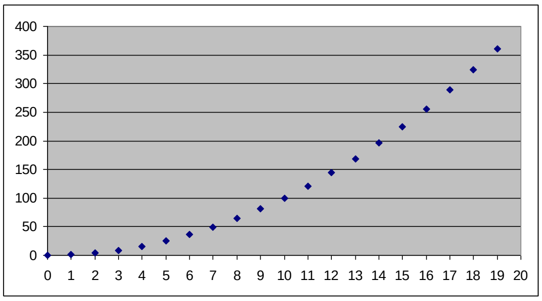
Exercice d'application directe



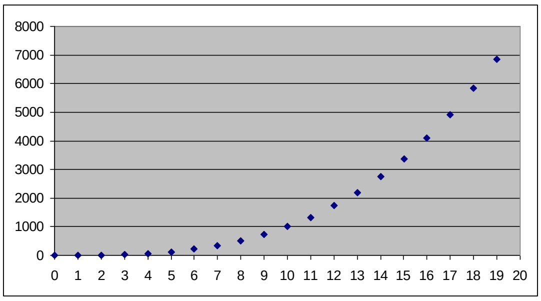
1



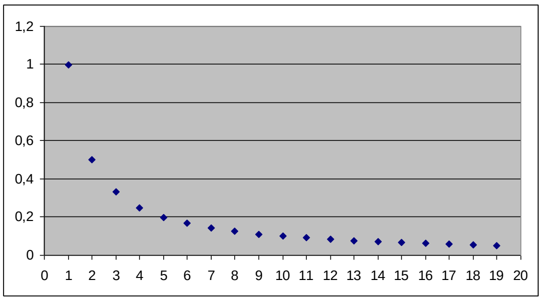
2



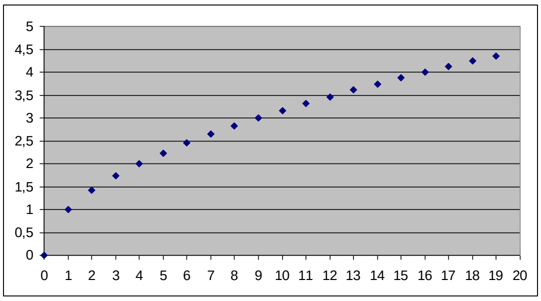
3



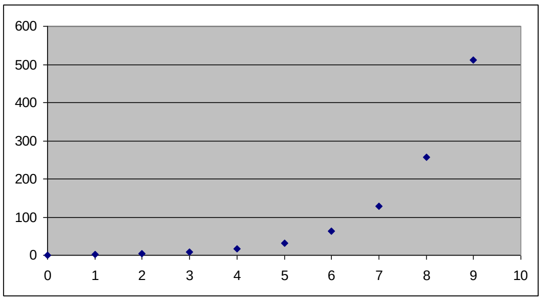
4



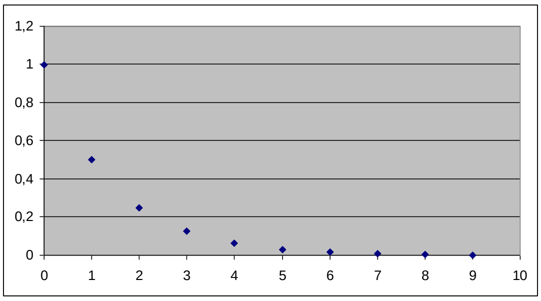
5



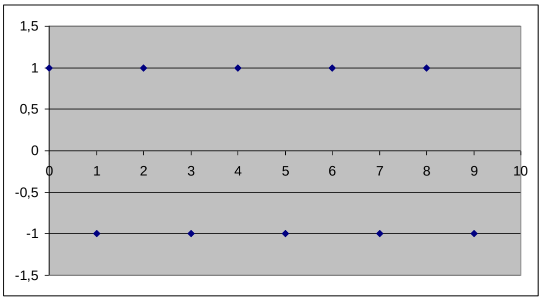
6



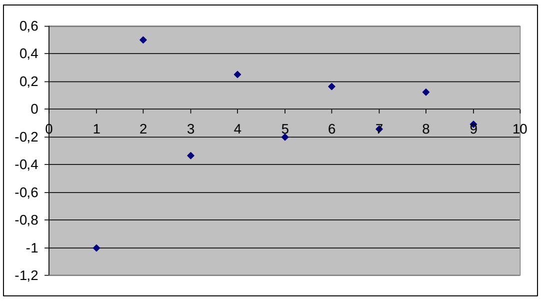
7



8



9



10

1. Déterminer pour chaque suite proposée ci-dessus l'expression du terme général u_n en fonction de n et une indication sur ses variations et son comportement asymptotique.

2. Que peut-on dire des deux suites 1 et 2 ? Que peut-on dire des trois suites 7, 8 et 9 ?

Suites arithmétiques et pensée algorithmique

Une ville de 3000 habitants voit sa population augmenter de 300 habitants chaque année. Une zone rurale de 6000 habitants voit sa population diminuer de 400 habitants chaque année.

On note u_n la population de la ville et v_n la population de la zone rurale au bout de n années. Ainsi $u_0 = 3000$ et $v_0 = 6000$.

1. Calculer u_1, u_2. Calculer v_1 et v_2.

2. Déterminer la nature de chaque suite. Préciser le 1[er] terme et la raison.

3. Déterminer l'expression du terme général de chaque suite.

```
1   VARIABLES
2     U EST_DU_TYPE NOMBRE
3     V EST_DU_TYPE NOMBRE
4     N EST_DU_TYPE NOMBRE
5   DEBUT_ALGORITHME
6     U PREND_LA_VALEUR
7     V PREND_LA_VALEUR
8     TANT_QUE          FAIRE
9       DEBUT_TANT_QUE
10      U PREND_LA_VALEUR
11      V PREND_LA_VALEUR
12      N PREND_LA_VALEUR
13      FIN_TANT_QUE
14    AFFICHER
15  FIN_ALGORITHME
```

4. On cherche à déterminer au bout de combien d'années la population de la ville dépassera celle de la zone rurale. Pour cela on utilise l'algorithme proposé ci-dessus dont certaines lignes ont été partiellement effacées. Recopier et compléter les lignes (6), (7), (8), (10), (11), (12) et (14) de l'algorithme afin qu'il apporte une réponse.

5. Par résolution d'une inéquation, déterminer la valeur qui sera affichée par cet algorithme.

Suites géométriques et pensée algorithmique

Une source sonore émet un son dont l'intensité est de 140 décibel. Pour l'isoler, on dispose de plaques d'isolation phonique qui absorbent un quart de l'intensité du son. Par conséquent, une plaque laisse passer les trois quarts de l'intensité sonore. On note w_n l'intensité du son après la traversée de n plaques d'isolation phonique. Ainsi $w_0 = 140$.

1. Calculer w_1 et w_2.

2. Déterminer la nature de cette suite. Préciser le premier terme et la raison.

3. Déterminer l'expression du terme général de cette suite.

On considère que le niveau sonore est acceptable lorsque son intensité sonore est inférieure à 40 dB.

```
1   VARIABLES
2     W EST_DU_TYPE NOMBRE
3     N EST_DU_TYPE NOMBRE
4   DEBUT_ALGORITHME
5     W PREND_LA_VALEUR
6     TANT_QUE          FAIRE
7       DEBUT_TANT_QUE
8       W PREND_LA_VALEUR
9       N PREND_LA_VALEUR
10      FIN_TANT_QUE
11    AFFICHER
12  FIN_ALGORITHME
```

4. On cherche à déterminer combien de plaques on doit installer pour que le niveau sonore soit acceptable. Pour cela on utilise l'algorithme proposé ci-dessus dont certaines lignes ont été partiellement effacées. Recopier et compléter les lignes (5), (6), (8), (9) et (11) de l'algorithme afin qu'il apporte une réponse. En utilisant votre calculatrice, sauriez-vous déterminer la valeur qui sera affichée par cet algorithme ?

Suites arithmétiques et géométriques et pensée algorithmique

On souhaite comparer deux placements :

- Placement X : dépôt initial de 500 euros et un versement annuel de 10 euros,
- Placement Y : dépôt initial de 400 euros et un versement annuel de 5% du capital.

On note x_n (respectivement y_n) le capital obtenu sur le placement X (respectivement sur le placement Y) après n années de versements.

On note $x_0 = 500$ et $y_0 = 400$.

```
1  VARIABLES
2    X EST_DU_TYPE NOMBRE
3    Y EST_DU_TYPE NOMBRE
4    N EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6    X PREND_LA_VALEUR
7    Y PREND_LA_VALEUR
8    TANT_QUE       FAIRE
9      DEBUT_TANT_QUE
10     X PREND_LA_VALEUR
11     Y PREND_LA_VALEUR
12     N PREND_LA_VALEUR
13     FIN_TANT_QUE
14   AFFICHER
15 FIN_ALGORITHME
```

1. Calculer x_1, x_2, y_1 et y_2.
2. Déterminer la nature de chaque suite. Préciser le premier terme et la raison.
3. Déterminer l'expression du terme général de chaque suite.
4. On souhaite déterminer au bout de combien d'années le capital obtenu sur le placement Y devient supérieur au capital obtenu sur le placement X. Pour cela on utilise l'algorithme proposé ci-dessus dont certaines lignes ont été partiellement effacées. Recopier et compléter les lignes (6), (7), (8), (10), (11), (12) et (14) afin qu'il apporte une réponse.
5. En utilisant votre calculatrice, déterminer la valeur qui sera affichée par cet algorithme.

Exercice d'application directe

L'économiste britannique Thomas Robert Malthus est connu pour ses travaux sur le rapport entre l'accroissement de la population et celui de la nourriture. En1798 il publie un essai sur le principe de population d'où sont extraites les informations suivantes.

- En 1800, l'Angleterre compte 8 millions d'habitants. La population de l'Angleterre suit une **progression géométrique** en augmentation de 2,8% par an,
- En 1800, l'agriculture anglaise permet de nourrir 10 millions d'habitants. Son amélioration permet de nourrir 400000 habitants supplémentaires par an suivant une **progression arithmétique**.

1. En 1825, selon ce modèle, l'agriculture anglaise pouvait-elle couvrir les besoins de sa population ? Justifier clairement votre réponse.
2. En 1850, selon ce modèle, l'agriculture anglaise pouvait-elle couvrir les besoins de sa population ? Justifier clairement votre réponse.
3. On souhaite déterminer l'année à partir de laquelle l'agriculture anglaise ne pouvait plus, suivant ce modèle, répondre aux besoins en nourriture de la population. Comment faire ?

Attention ! Démonstration…

La somme des termes d'une suite arithmétique est donnée par la formule suivante :

$$\boxed{(\text{nombre de termes})\times\frac{\text{premier terme}+\text{dernier terme}}{2}}$$

Le but de l'activité est de démontrer cette formule.

Travail préliminaire

Un travail préliminaire consiste à sommer dans un sens puis dans l'autre tous les entiers de 1 à n pour obtenir le double de la somme que l'on divise ensuite par deux.

$$S=1+2+3+\ldots+(n-1)+n$$
$$S=n+(n-1)+\ldots+3+2+1$$
$$2S=\underbrace{(n+1)+(n+1)+\ldots+(n+1)}_{\text{n fois}}$$
$$2S=n\times(n+1)$$
$$S=\frac{n\times(n+1)}{2}$$

Démonstration

On somme les termes d'une suite arithmétique de premier terme u_0 *et de raison* r.

$$u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$$
$$u_0+\underbrace{u_0+1\times r}_{u_1}+\underbrace{u_0+2\times r}_{u_2}+\ldots+\underbrace{u_0+n\times r}_{u_n}$$

On réorganise cette somme en regroupant les premiers termes entre eux, les raisons entre elles.

$$\underbrace{u_0+u_0+u_0+\ldots+u_0}_{\text{n+1 fois}}+1\times r+2\times r+\ldots+n\times r$$

On compte alors le nombre de premiers termes ainsi que le nombre de raisons.

$$(n+1)\times u_0+(1+2+\ldots+n)\times r$$

La somme des entiers de 1 à n a déjà été calculée dans le travail préliminaire.

$$(n+1)\times u_0+\frac{n\times(n+1)}{2}\times r$$

La quantité $(n+1)$ *constitue alors*

$$(n+1)\times u_0+(n+1)\times\frac{n\times r}{2}$$

un facteur commun.

$$(n+1)\times\left[u_0+\frac{n\times r}{2}\right]$$

La mise au même dénominateur

$$(n+1)\times\left[\frac{2\times u_0}{2}+\frac{n\times r}{2}\right]$$

fait apparaître deux u_0

$$(n+1)\times\left[\frac{u_0+u_0+n\times r}{2}\right]$$

que nous séparons

$$\underbrace{(n+1)}_{\text{Nombre de termes}}\times\left[\frac{\overbrace{u_0}^{\text{Premier terme}}\overbrace{+u_0+n\times r}^{\text{Dernier terme}}}{2}\right]$$

afin de reconnaître la formule proposée…

$$(\text{nombre de termes})\times\frac{\text{premier terme}+\text{dernier terme}}{2}$$

Attention ! Démonstration…

La somme des termes d'une suite géométrique est donnée par la formule suivante :

$$\boxed{(\text{premier terme})\times\frac{1-(\text{raison})^{\text{nombre de termes}}}{1-\text{raison}}}$$

Le but de l'activité est de démontrer cette formule.

Travail préliminaire

On considère la somme les termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison q. $1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}+q^n$

On multiplie cette somme par $(1-q)$ $\quad (1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}+q^n)\times(1-q)$

et on développe $\quad 1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}+q^n-q-q^2-\ldots-q^n-q^{n+1}$

afin d'éliminer les termes opposés $\quad 1+\cancel{q}+\cancel{q^2}+\ldots+\cancel{q^{n-1}}+\cancel{q^n}-\cancel{q}-\cancel{q^2}-\ldots-\cancel{q^n}-q^{n+1}$

On obtient donc l'égalité suivante … $\quad (1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}+q^n)\times(1-q)=1-q^{n+1}$

Démonstration

On somme les termes d'une suite géométrique $\quad v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$

de premier terme v_0 *et de raison* q $\quad v_0+v_0\times q+v_0\times q^2+\ldots+v_0\times q^n$

dans laquelle v_0 *est un facteur commun.* $\quad v_0\times\left[1+q+q^2+\ldots+q^n\right]$

La somme des termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison q est connue $\quad v_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

et nous reconnaissons

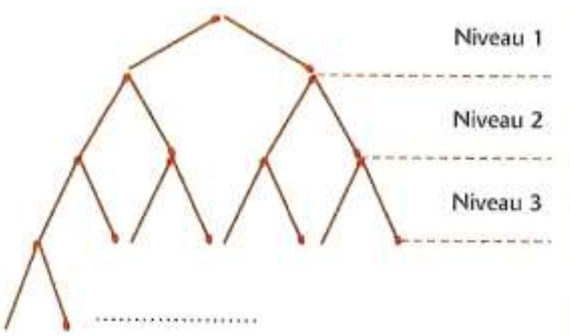
$$\underbrace{v_0}_{\text{Premier terme}}\times\frac{1-q^{\overbrace{n+1}^{\text{Nombre de termes}}}}{1-\underbrace{q}_{\text{Raison}}}$$

la formule proposée… $\quad (\text{premier terme})\times\frac{1-(\text{raison})^{\text{nombre de termes}}}{1-\text{raison}}$

Exercice d'application directe n°1

On réalise avec des allumettes la construction ci-contre. On souhaite la prolonger jusqu'au niveau 10.

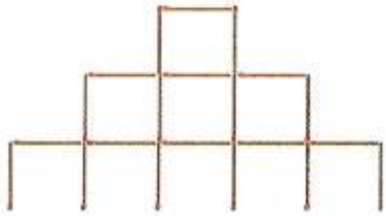
On appelle v_0 le nombre d'allumettes utilisées pour construire le niveau 1, v_1 le nombre d'allumettes utilisées pour construire le niveau 2, v_2 le nombre d'allumettes utilisées pour construire le niveau 3…



1. Déterminer v_0, v_1 et v_2 les trois premiers termes de la suite.
2. Quelle est la nature de la suite numérique ainsi créée ?
3. En déduire l'expression du terme général v_n en fonction de n.
4. Combien d'allumettes sont nécessaires pour construire le niveau 10 ?
5. Combien d'allumettes sont nécessaires pour réaliser l'intégralité de la construction ?

Exercice d'application directe n°2

On réalise avec des allumettes la construction ci-contre. On souhaite la prolonger jusqu'à la 10e rangée.

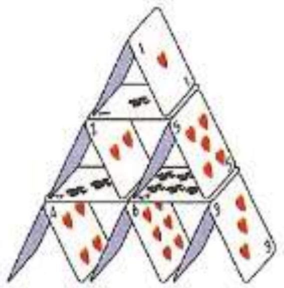


On appelle w_0 le nombre d'allumettes utilisées pour construire la 1e rangée, w_1 le nombre d'allumettes utilisées pour construire la 2e rangée, w_2 le nombre d'allumettes utilisées pour construire la 3e rangée…

1. Déterminer w_0, w_1 et w_2 les trois premiers termes de la suite.
2. Quelle est la nature de la suite numérique ainsi créée ?
3. En déduire l'expression du terme général w_n en fonction de n.
4. Combien d'allumettes sont nécessaires pour construire la dixième rangée ?
5. Combien d'allumettes sont nécessaires pour réaliser l'intégralité de la construction ?

Exercice d'application directe n°3

On s'applique à construire un château de cartes suivant le modèle ci-contre. Pour cela on possède 5 jeux de 52 cartes, c'est-à-dire un total de 260 cartes, que l'on souhaite utiliser en intégralité.



Le but du problème est de déterminer combien d'étages aura le château ainsi construit.

Etage 1 *Etage 2* *Etage 3*

On appelle z_0 le nombre de cartes utilisées pour construire le 1e étage, z_1 le nombre de cartes utilisées pour construire le 2e étage, z_2 le nombre de cartes utilisées pour construire le 3e étage…

1. Déterminer z_0, z_1 et z_2 les trois premiers termes de la suite.

2. Quelle est la nature de la suite numérique ?

3. En déduire l'expression du terme général z_n en fonction de n.

4. On appelle S_n le nombre de cartes utilisées pour construire un château de n étages. Déterminer l'expression de S_n en fonction de n.

5. Quel est le nombre d'étages que l'on peut construire en utilisant la totalité des cartes ?

Exercice d'application directe n°4

Chaque année la grand-mère de Pierre dépose de l'argent dans une tirelire afin de constituer une cagnotte pour son petit-fils né en 2010. Elle a commencé par un dépôt de 50 €. Depuis lors, elle effectue un dépôt chaque 1er janvier, en augmentant chaque année le montant de ce dépôt de 5 €.

- On note d_n le montant du dépôt dans la tirelire le 1er janvier de l'année $2010+n$.
- On note s_n la somme contenue dans la tirelire après le dépôt de l'année $2010+n$.

1. Exprimer d_n en fonction de n. La réponse proposée sera argumentée.

2. Exprimer s_n en fonction de n. La réponse proposée sera argumentée.

3. Le 1er janvier 2030, la grand-mère de Pierre effectuera son dépôt habituel, puis offrira la tirelire à son petit-fils. Quel sera le montant de la somme totale reçue par Pierre ?

Exercice d'application directe n°5

Une subvention de 768000 euros est débloquée pour rechercher en plein désert une nappe d'eau souterraine annoncée par un spécialiste. Le coût du forage est fixé ainsi : le premier jour, l'installation du puit de forage coûte 1000 euros, le deuxième jour le premier mètre est creusé et coûte 1400 euros, le troisième jour le deuxième mètre est creusé et coûte 400 euros supplémentaires, et ainsi de suite en augmentant de 400 euros le coût de chaque mètre creusé.

- On note c_n le coût du nème mètre creusé (c_0 représente le coût de l'installation).
- On note s_n la dépense totale pour creuser une puit de n mètres de profondeur.

1. Exprimer c_n en fonction de n. La réponse proposée sera argumentée.

2. Exprimer s_n en fonction de n. La réponse proposée sera argumentée.

3. Quelle sera la profondeur du puits lorsque la subvention sera totalement épuisée ?

Exercice d'application directe n°6

Un médecin loue un local à partir du 1er janvier 2012. Il a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas le loyer annuel initial est de 24000 euros et il s'engage à occuper le local pendant 9 années complètes, ainsi il quittera le local à la fin de l'année 2020.

Contrat n°1 et contrat n°2

Le locataire accepte une augmentation annuelle de 5% du loyer de l'année précédente. Dresser la liste des neuf annuités. Calculer la somme totale payée à l'issue des 9 années de contrat.

Le locataire accepte une augmentation annuelle de 1500 euros du loyer de l'année précédente. Dresser la liste des neuf annuités. Calculer la somme totale payée à l'issue des 9 années de contrat.

Comparaison des deux contrats

Quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire pour une durée de 9 ans ?

Exercice d'application directe n°7

Alex et Axel sont embauchés dans une entreprise le 1er janvier 2010 à des conditions différentes.

Alex commence avec un salaire mensuel net de 1100 € et Axel avec un salaire mensuel net de 1000 €. Au premier janvier de chaque année, le salaire mensuel d'Alex augmente de 2%. Au premier janvier de chaque année, le salaire mensuel d'Axel augmente de 50 €.

Calculer le salaire mensuel d'Alex en 2015. Calculer le salaire mensuel d'Axel en 2015. Quel est le contrat le plus avantageux sur l'ensemble des six années ? Justifier la réponse.

Exercice d'application directe n°8

On considère les suites géométriques définies par $u_n = q^n$. Le but est de récapituler dans un tableau le comportement d'un tel type de suite en fonction des valeurs du nombre réel q :

- La première ligne sera remplie avec les valeurs « 0 ; -1 ; 1 ; $-\infty$ et $+\infty$ »,
- La seconde ligne sera remplie avec les valeurs « 0 ; $+\infty$; pas une limite mais deux : $\pm\infty$ »,
- La troisième ligne sera remplie avec les qualificatifs « convergente ; divergente »,
- La quatrième ligne sera remplie avec les qualificatifs « croissante ; décroissante ; alternée »

q				
$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n$				
Comportement asymptotique				
Sens de variation				

Qu'en est-il des suites arithmétiques ? Préciser leurs variations/limites en fonction de la raison…

Suites ni arithmétiques, ni géométriques

La plupart des suites numériques ne sont ni arithmétiques, ni géométriques. Ces suites peuvent être définies de deux manières : soit par une formule explicite soit par une formule de récurrence.

Suites définies par une **formule explicite**	Suites définies par une **formule de récurrence**
$\boxed{u_n = f(n)}$	$\boxed{u_{n+1} = f(u_n)}$
Le terme général s'exprime en fonction de l'indice du terme de la suite.	Le terme suivant s'exprime en fonction du terme précédent. Dans ce cas il faut indiquer le terme initial, c'est-à-dire le premier terme.

Des exemples

Déterminer les cinq premiers des suites proposées ci-dessous, à gauche les suites sont définies par **formule explicite** et à droite les suites sont définies par **formule de récurrence** :

• $u_n = 2n^2 + 3$	• $\begin{cases} v_0 = 100 \\ v_{n+1} = 0,8v_n + 10 \end{cases}$
• $u_n = 3n^2 + 2n - 1$	• $\begin{cases} v_0 = 100 \\ v_{n+1} = 0,25v_n + 400 \end{cases}$
• $u_n = \dfrac{10}{n+1}$	• $\begin{cases} v_0 = 10 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$
• $u_n = \dfrac{n^2}{n+1}$	

Des exercices

Déterminer les cinq premiers termes des trois suites définies par **formule explicite** :

• $u_n = n^2 + 2n$	• $u_n = 100 \times 1,02^n$	• $u_n = \dfrac{1}{n+1}$
• $u_n = (-1)^n \times n$	• $u_n = -n^2 + 100n$	• $u_n = 45 - 10 \times 0,8^n$

Déterminer les cinq premiers termes des trois suites définies par **formule de récurrence** :

• $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = {v_n}^2 - 1 \end{cases}$	• $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \dfrac{2}{v_n} + 1 \end{cases}$	• $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$
• $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{v_n} \end{cases}$	• $\begin{cases} v_0 = 500 \\ v_{n+1} = 0,8v_n + 50 \end{cases}$	• $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{v_n - 1}{v_n + 1} \end{cases}$

Conjecturer les variations et le comportement asymptotique

Pour les cinq situations proposées ci-dessous, effectuer le travail suivant : écrire une relation de récurrence, préciser le premier terme et calculer les quatre termes suivants, conjecturer le sens de variation et le comportement asymptotique de la suite. Vous pourrez utiliser un tableur.

Situation 1 : *« On considère la suite numérique telle que, à partir de 100, chaque terme est égal au précédent augmenté de 6%. »* / Situation 2 : *« On considère la suite numérique telle que, à partir de 1000, chaque terme est égal au précédent diminué d'un cinquième. »* / Situation 3 : *« On considère la suite numérique telle que, à partir de 20, chaque terme est égal à la somme de 5 et du terme précédent. »* / Situation 4 : *« Une population de 30000 habitants augmente de 5% par an du fait de l'accroissement naturel et diminue de 1100 habitants du fait de l'émigration. »* / Situation 5 : *« Une population de 100000 habitants diminue de 6% par an du fait de l'émigration et augmente de 4000 habitants du fait de l'immigration et de l'accroissement naturel. »*

Un problème

On place un capital de 1000€ sur un plan d'épargne à 6% annuel. Le dernier jour de chaque année on effectue en plus un versement supplémentaire de 100€. Pour tout entier n on note C_n le capital au bout de n années. Ecrire une relation de récurrence, préciser le premier terme, conjecturer le sens de variation et le comportement asymptotique de la suite. Vous pourrez pour cela utiliser un tableur. Déterminer à partir de combien d'années le capital aura doublé.

Un autre problème

Une enquête est effectuée afin d'étudier le nombre mensuel de clients. L'enquête montre qu'au cours du premier mois 8000 clients sont venus faire des achats dans ce magasin. Chaque mois, par rapport au mois précédent, on constate que 70% sont restés fidèles et qu'il y a 3000 nouveaux clients. Pour tout entier n on note C_n le nombre de clients venus au cours du $n$ième mois. Ecrire une relation de récurrence, préciser le premier terme, conjecturer le sens de variation et le comportement asymptotique de la suite. Vous pourrez pour cela utiliser un tableur. Le gérant estime que son objectif sera atteint lorsqu'il atteindra 9900 clients mensuels. Déterminer à partir de quel mois son objectif sera atteint.

Sens de variation d'une suite

Suite croissante

On dit qu'une suite (u_n) est **croissante** lorsque : $\boxed{u_{n+1} \geq u_n \text{ pour tout } n}$.

Suite décroissante

On dit qu'une suite (u_n) est **décroissante** lorsque : $\boxed{u_{n+1} \leq u_n \text{ pour tout } n}$.

Des exercices

Etudier le sens de variation des suites en étudiant le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$:

- $u_n = n^2$
- $u_n = 4n + 2$
- $u_n = \dfrac{5}{n+1}$
- $u_n = \dfrac{n}{n+2}$
- $u_n = 1{,}4^n$
- $u_n = 0{,}8^n$
- $u_n = -2 \times 0{,}9^n$
- $u_n = -10 \times 1{,}05^n$