Modes de génération d'une suite

- Par une formule explicite : $u_n = f(n)$, où f est une fonction.
- Par un premier terme et une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction.
- Par un premier terme et un algorithme de calcul des termes.

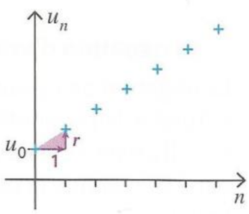
Suites particulières

- **Suites arithmétiques**

$$\begin{cases} u_0 \text{ donné} \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases} \Leftrightarrow u_n = u_0 + nr$$

ou

$$\begin{cases} u_p \text{ donné} \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases} \Leftrightarrow u_n = u_p + (n - p)r$$



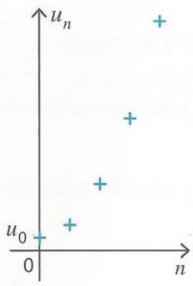
- Si r est positif, (u_n) est croissante.
- Si r est négatif, (u_n) est décroissante.
- Si r est nul, (u_n) est constante.

- **Suites géométriques**

$$\begin{cases} u_0 \text{ donné} \\ u_{n+1} = qu_n \end{cases} \Leftrightarrow u_n = u_0 \times q^n$$

ou

$$\begin{cases} u_p \text{ donné} \\ u_{n+1} = qu_n \end{cases} \Leftrightarrow u_n = u_p \times q^{n-p}$$



- Si $q > 1$, (q^n) est croissante.
- Si $q = 1$, (q^n) est constante.
- Si $0 < q < 1$, (q^n) est décroissante.
- Si $q = 0$, (q^n) est constante à partir du rang 1.
- Si $q < 0$, (q^n) n'est pas monotone.

Sommes particulières

- **Somme des premiers entiers**

Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- **Somme des premières puissances d'un réel $q \neq 1$**

Pour tout entier naturel n, on a :

$$1 + q + q^2 + q^3 + \ldots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Somme des termes d'une suite arithmétique ou géométrique

La somme des termes d'une suite arithmétique
est donnée par la formule suivante :

$$\boxed{(\text{nombre de termes}) \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}}$$

La somme des termes d'une suite géométrique
est donnée par la formule suivante :

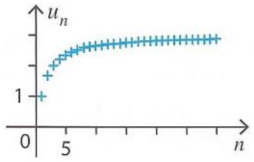
$$\boxed{(\text{premier terme}) \times \frac{1-(\text{raison})^{\text{nombre de termes}}}{1-\text{raison}}}$$

Sens de variation d'une suite

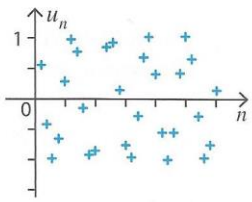
- (u_n) est croissante $\Leftrightarrow$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geqslant u_n$.
- (u_n) est décroissante $\Leftrightarrow$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leqslant u_n$.
- (u_n) est constante $\Leftrightarrow$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n$.

Notion de limite d'une suite

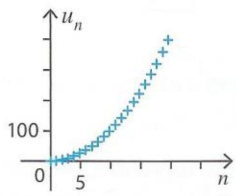
En observant les valeurs u_n lorsque n est très grand, on peut conjecturer :



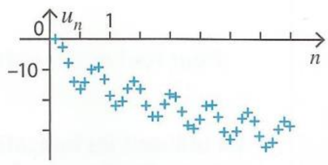
- $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l \in \mathbb{R}$



- (u_n) n'a pas de limite.



- $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$



- $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$