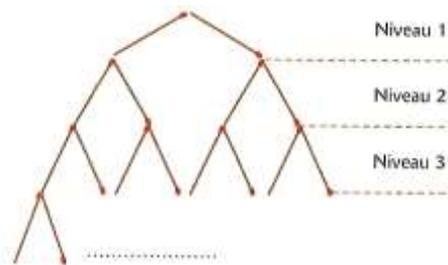


**Pensée algorithmique**

Situation 1

On réalise avec des allumettes la construction ci-contre. On souhaite la prolonger jusqu'au niveau 10.

On appelle  $v_0$  le nombre d'allumettes utilisées pour construire le niveau 1,  $v_1$  le nombre d'allumettes utilisées pour construire le niveau 2,  $v_2$  le nombre d'allumettes utilisées pour construire le niveau 3...

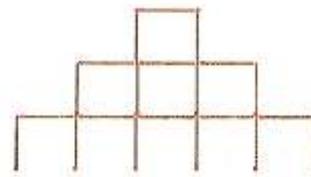


Ecrire un algorithme permettant d'afficher  $v_0, v_1, \dots, v_9$  les dix premiers termes de la suite. Modifier l'algorithme précédent afin de déterminer combien d'allumettes sont nécessaires pour réaliser l'intégralité de la construction. Modifier l'algorithme afin de déterminer combien d'allumettes sont nécessaires pour réaliser une construction pour un niveau quelconque.

Situation 2

On réalise avec des allumettes la construction ci-contre. On souhaite la prolonger jusqu'à la 10<sup>e</sup> rangée.

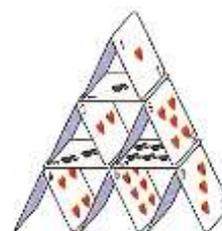
On appelle  $w_0$  le nombre d'allumettes utilisées pour construire la 1<sup>e</sup> rangée,  $w_1$  le nombre d'allumettes utilisées pour construire la 2<sup>e</sup> rangée,  $w_2$  le nombre d'allumettes utilisées pour construire la 3<sup>e</sup> rangée...



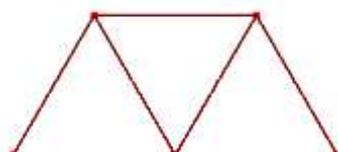
Ecrire un algorithme permettant d'afficher  $w_0, w_1, \dots, w_9$  les dix premiers termes de la suite. Modifier l'algorithme précédent afin de déterminer combien d'allumettes sont nécessaires pour réaliser l'intégralité de la construction. Modifier l'algorithme afin de déterminer combien d'allumettes sont nécessaires pour réaliser une construction pour un niveau quelconque.

Situation 3

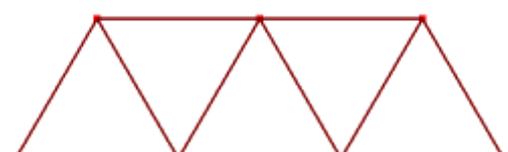
Ecrire un algorithme permettant de déterminer le nombre de cartes nécessaires pour construire un château dont le nombre d'étages est donné par l'utilisateur.



Etage 1



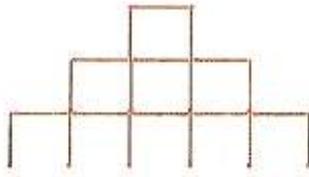
Etage 2



Etage 3

Situation 4

On s'intéresse à des pyramides construites avec des allumettes. En poursuivant ainsi, on obtient des pyramides à autant d'étages que l'on souhaite à condition, bien sûr d'avoir assez d'allumettes.



```

1 def pyramide(n):
2     a=3
3     s=0
4     for i in range(n):
5         s=s+a
6         a=a+4
7     return s

```

On considère la fonction « pyramide(n) » programmée en langage Python. Compléter le tableau suivant qui donne les différentes valeurs prises par les variables i, s et a au cours de l'instruction « pyramide(3) ».

i	///	0	1	2
s	0			
s	3			

```

10 def nbetages(N):
11     n=0
12     while pyramide(n)...
13         n=...
14     return ...

```

On souhaite connaître le nombre maximal d'étages que l'on peut construire avec 1000 allumettes. La fonction « nbetages(N) » proposée ci-dessus renvoie le nombre maximal d'étages que l'on peut construire avec un nombre N d'allumettes. La compléter puis répondre au problème. Modifier cette fonction de telle sorte qu'elle renvoie aussi le nombre d'allumettes restantes.

Situation 5

On appelle suite de Syracuse une suite d'entiers naturels définie de la manière suivante :

- Le premier terme  $u_0$  est un entier naturel non nul que l'on choisira,
- Pour tout  $n$  entier naturel,  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$  si  $u_n$  est pair,  $u_{n+1} = 3u_n + 1$  sinon.

Que remarque-t-on lorsqu'on calcule les termes de la suite de Syracuse de premier terme  $u_0 = 1$  ? Le nombre 1 figure-t-il dans la suite de Syracuse de premier terme  $u_0 = 10$  ?

La conjecture de Syracuse datant de 1928 et non encore démontrée à ce jour s'énonce ainsi : « Quel que soit l'entier naturel non nul choisi pour  $u_0$ , le nombre 1 est atteint par un terme de la suite. »

```

1 def Syracuse(u):
2     if u%2==0:
3         u=u//2
4     else:
5         u=3*u+1
6     return u
7
8 def ListeSyracuse(u):
9     L=[u]
10    while u!=1:
11        u=Syracuse(u)
12        L.append(u)
13    return L

```

On appelle « temps de vol » de la suite l'indice du premier terme de la suite qui vaut 1. On appelle « altitude de vol » de la suite la valeur du plus grand terme de la suite. Si  $u_0 = 7$ , quel est le temps de vol et quelle est l'altitude de la suite obtenue ? Ecrire un programme qui détermine la plus petite valeur de  $u_0$  donnant un temps de vol supérieur à 100. Quelle est alors l'altitude de ce vol ?

**Utilisation d'un tableur**Situation 6

On va comparer deux types de placements d'un capital  $c_0$  au taux annuel de  $t$  % :

- Le placement à intérêts simples (les intérêts sont calculés sur le capital initial),
- Le placement à intérêts composés (les intérêts sont calculés sur le capital acquis).

Pour cela on considère un placement de 1000 euros sur un compte et deux placements proposés :

- Le premier P1 est au taux annuel de 8% à intérêts simples,
- Le deuxième P2 est au taux annuel de 5% à intérêts composés.

A l'aide d'un tableur, répondre aux questions suivantes. Quel est le placement le plus intéressant au bout des 10 premières années ? Au bout des 30 premières années ? A partir de combien d'années le placement P2 devient-il plus intéressant que le placement P2 ? Proposer une représentation graphique comparative du rendement de ces deux placements.

Situation 7

« Una sequenza di numeri, logicamente combinata dal matematico Leonardo Fibonnacci, crea una lunga striscia di luci rosse che di notte brilla sulla cupola della Mole Antonelliana. Un'installazione concettuale brillantissima. »



On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} v_0 = v_1 = 1 \\ v_{n+2} = v_{n+1} + v_n \end{cases}.$$

Déterminer à l'aide d'un tableur les 12 premiers termes de la suite  $v_0, v_1, v_2, \dots, v_{10}$  et  $v_{11}$ .

On considère la suite  $(w_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $w_n = \frac{v_{n+1}}{v_n}$ .

Déterminer à l'aide d'un tableur les 11 premiers termes de cette suite  $w_0, w_1, w_2, \dots, w_9$  et  $w_{10}$ .

Conjecturer le comportement asymptotique de la suite  $(w_n)$ . ( $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$  est le nombre d'or).

Situation 8

Un jeune actif reçoit 3 propositions de rémunération lors de son embauche dans une entreprise le 1<sup>e</sup> janvier 2019. L'évolution des salaires mensuels nets pour chacune des trois propositions est :

- 1450€ en 2019 puis augmentation de 40€ chaque année suivante,
- 1250€ en 2019 puis augmentation de 5% chaque année suivante,
- 1350€ en 2019 puis augmentation de 2% et 30€ supplémentaires chaque année suivante.

Le jeune envisage de changer d'entreprise en 2030. Quelle est la proposition la plus intéressante ?