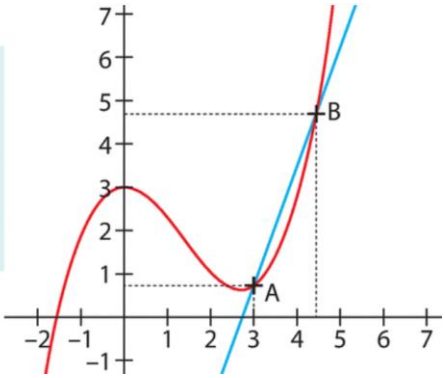
Définition Taux de variation

On appelle **taux de variation de f entre a et b** le quotient :

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

On le note parfois $\frac{\Delta f}{\Delta x}(a;b)$.



Définition Nombre dérivé

Soit h un réel non nul tel que $a+h$ appartienne à l'intervalle I.
On dit que **f est dérivable en a** si et seulement si le taux de variation de f entre a et $a+h$ tend vers un unique nombre réel lorsque h tend vers 0. Ce nombre réel est appelé **nombre dérivé de f en a** et se note **$f'(a)$.**

On écrit : $$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Théorème Équation de la tangente

La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en A a pour équation réduite $y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Définition Fonction dérivée

On dit qu'une fonction est **dérivable sur l'intervalle I** si elle est dérivable en tout réel a de I.

Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle I. On appelle **fonction dérivée de la fonction f**, et on la note f', la fonction qui à tout réel x de I associe le réel $f'(x)$.

Théorèmes Dérivées des fonctions de référence

① Soit c un réel. La **fonction constante** définie sur $\mathbb{R}$ par $f: x\mapsto c$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on a, pour tout réel x, $f'(x)=0$.

② Soit m un réel. La **fonction « identité »** définie sur $\mathbb{R}$ par $f: x\mapsto x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on a, pour tout réel x, $f'(x)=1$.

③ La **fonction carrée** définie sur $\mathbb{R}$ par $f: x\mapsto x^2$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on a, pour tout réel x, $f'(x)=2x$.

④ La **fonction inverse** définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f: x\mapsto \frac{1}{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}^*$, et on a, pour tout réel x, $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$.

⑤ La **fonction racine carrée** définie sur $[0;+\infty[$ par $f: x\mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $]0;+\infty[$, et on a, pour tout réel x strictement positif, $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

⑥ Pour tout entier relatif n, la fonction définie sur $\mathbb{R}$ ($\mathbb{R}^*$ si n est négatif) par $f: x\mapsto x^n$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ ($\mathbb{R}^*$ si n est négatif), et on a, pour tout réel x (non nul si n est négatif), $f'(x)=nx^{n-1}$.

Théorème Dérivée d'une somme

Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I alors la fonction « somme » $u+v: x\mapsto u(x)+v(x)$ est dérivable sur I. Et on a, pour tout réel x de I, $(u+v)'(x)=u'(x)+v'(x)$. On peut aussi noter $(u+v)'=u'+v'$.