Propriété — Variations d'une fonction et signe de sa dérivée

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.
Si la fonction f est **strictement croissante** sur I alors, pour tout réel x de I, $f'(x) \geqslant 0$.
Si la fonction f est **strictement décroissante** sur I alors, pour tout réel x de I, $f'(x) \leqslant 0$.
Si la fonction f est **constante** sur I alors, pour tout réel x de I, $f'(x) = 0$.

Propriété — Signe de la dérivée et variation d'une fonction

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.
Si, pour tout réel x de I, $f'(x) > 0$ (sauf éventuellement en un nombre fini de valeurs où $f'(x)$ s'annule) alors la fonction f est **strictement croissante** sur I.
Si, pour tout réel x de I, $f'(x) < 0$ (sauf éventuellement en un nombre fini de valeurs où $f'(x)$ s'annule) alors la fonction f est **strictement décroissante** sur I.
Si, pour tout réel x de I, $f'(x) = 0$, alors la fonction f est **constante** sur I.

Définition — Minimum local et maximum local

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
On dit que f admet un **minimum local** en x_0 s'il existe un intervalle ouvert J inclus dans I, contenant x_0 et tel que, pour tout x de J, $f(x) \geqslant f(x_0)$.
On dit que f admet un **maximum local** en x_0 s'il existe un intervalle ouvert J inclus dans I, contenant x_0 et tel que, pour tout x de J, $f(x) \leqslant f(x_0)$.
Un minimum ou maximum local est appelé **extremum local.**

Définition — Dérivée et extremum local

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I. Et soit x_0 un réel appartenant à I.
Si f admet un extremum local en x_0 alors $f'(x_0) = 0$.

Propriété — Caractérisation d'un extremum

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I = $]a\,;b[$. Et soit x_0 un réel appartenant à I.
Si $f'(x_0) = 0$ et si f' change de signe en x_0 (on dit que f' s'annule en changeant de signe en x_0) alors f admet un extremum local en x_0.

f admet un **minimum local** en x_0

x	a		x_0		b
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	↘			↗	

f admet un **maximum local** en x_0

x	a		x_0		b
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	↗			↘	

Théorème — Dérivée d'un quotient

Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I et si, pour tout x de I, $v(x) \neq 0$,

alors la fonction « quotient » $\dfrac{u}{v} : x \mapsto \dfrac{u(x)}{v(x)}$ est dérivable sur I. Et on a, pour tout réel x de I,

$\left(\dfrac{u}{v}\right)'(x) = \dfrac{u'(x) \times v(x) - v'(x) \times u(x)}{v^2(x)}$. On note $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$.