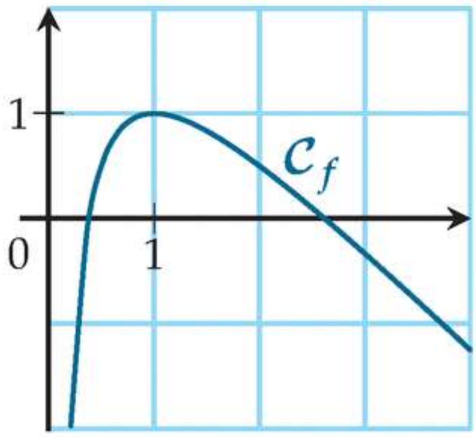
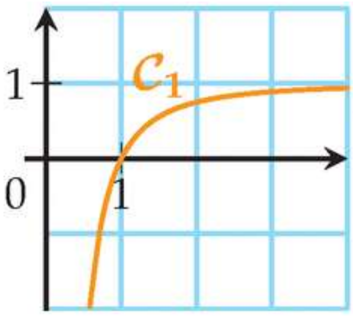
Exercice 1

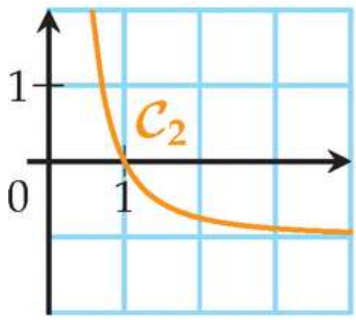
Partie 1

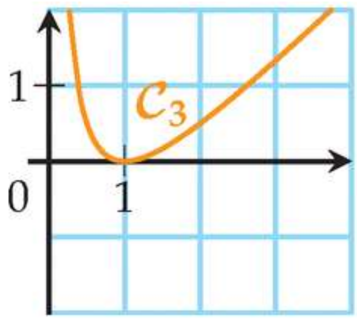
On considère une fonction f dont on donne la représentation graphique ci-contre.

Parmi les trois courbes C1, C2, C3 proposées ci-dessous, laquelle est susceptible d'être la dérivée de f ? Justifier la réponse.





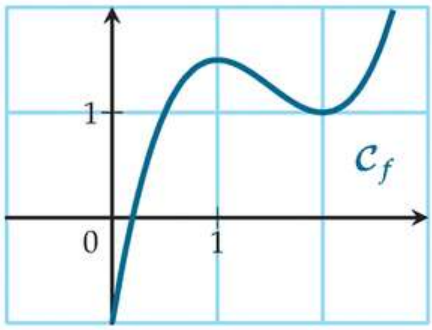


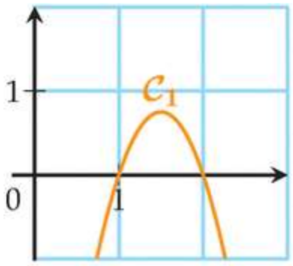


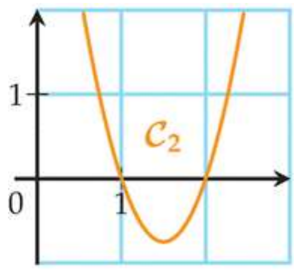
Partie 2

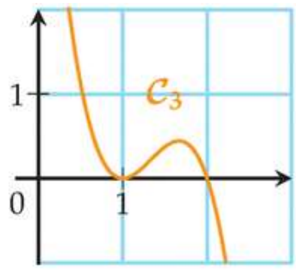
On considère une fonction f dont on donne la représentation graphique ci-contre.

Parmi les trois courbes C1, C2, C3 proposées ci-dessous, laquelle est susceptible d'être la dérivée de f ? Justifier la réponse.





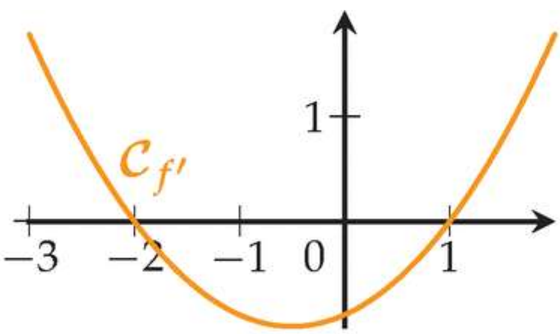


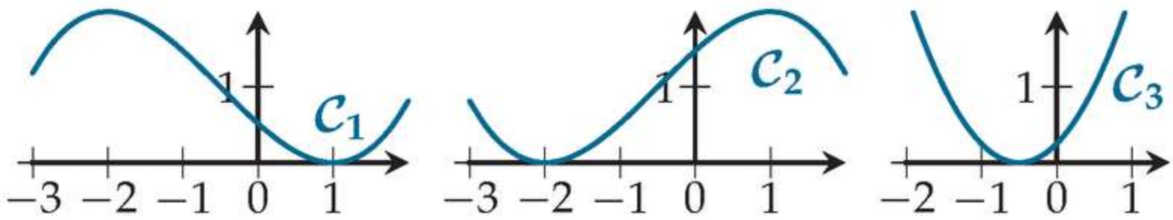


Partie 3

On donne ci-dessous les courbes C1, C2 et C3 représentatives de trois fonctions.

Parmi ces trois fonctions, laquelle est susceptible d'avoir pour dérivée la courbe représentée ci-contre ? Justifier la réponse.

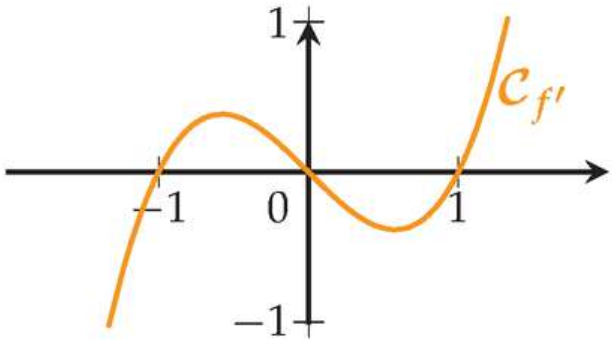


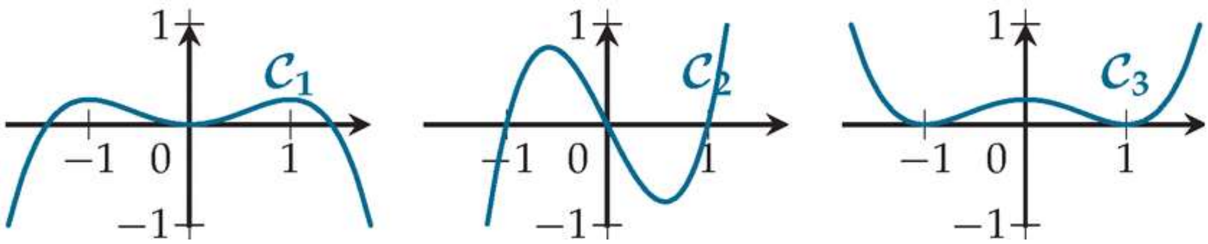


Partie 4

On donne ci-dessous les courbes C1, C2 et C3 représentatives de trois fonctions.

Parmi ces trois fonctions, laquelle est susceptible d'avoir pour dérivée la courbe représentée ci-contre ? Justifier la réponse.

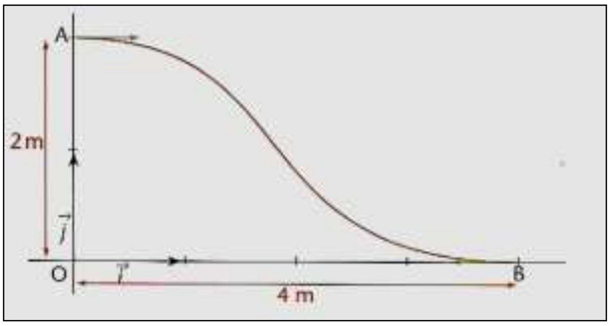




Exercice 2

On souhaite réaliser un toboggan pour les enfants qui doit vérifier les deux conditions suivantes :

- (C1) le toboggan doit avoir au point A situé à 2 mètres du sol une tangente horizontale,
- (C2) le toboggan doit être tangent au sol au point B situé 4 mètres plus loin.



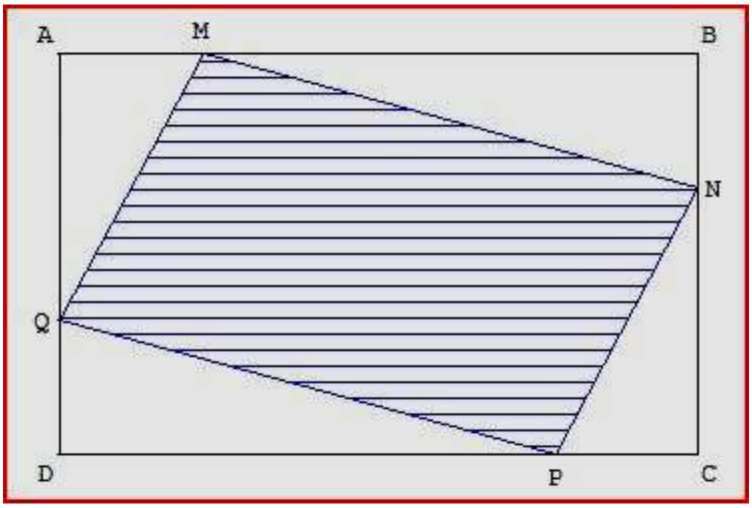
On se place dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

Une équipe d'ingénieur décide de donner au toboggan un profil correspondant à la courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 3 du type $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, où a, b, c et d sont quatre nombres réels que l'on se propose de déterminer.

1. Sachant que la courbe doit vérifier les deux conditions (C1) et (C2), déterminer la valeur des quatre paramètres a, b, c et d de la fonction P.

2. Calculer $P'(2)$. La commission de sécurité interdit d'installer des toboggans dont la pente maximale excède les 45 degrés. Le toboggan élaboré par cette équipe d'ingénieur sera-t-il homologué ? Justifier de manière précise et détaillée la réponse.

Exercice 3



ABCD est un rectangle de dimensions a et b. À l'intérieur de ce rectangle on trace le quadrilatère MNPQ de telle sorte que AM=BN=CP=DQ. On admet que ce quadrilatère est un parallélogramme et on s'intéresse à son aire. Le but de l'exercice est de déterminer placer le point M sur le segment [AB] pour que l'aire du quadrilatère MNPQ soit la plus petite possible. On note $AM = x$.

Etude d'un cas particulier : a=9 et b=6

Démontrer que $A(x) = 2x^2 - 15x + 54$. Etudier la fonction. En déduire que le minimum de l'aire est atteint pour $x = \frac{15}{4} = 3,75$. Calculer la valeur de ce minimum.

Etude du cas général : a et b sont deux réels quelconques

Démontrer que $A(x) = 2x^2 - (a+b)x + ab$. Etudier la fonction. En déduire que le minimum de l'aire est atteint pour $x = \frac{a+b}{4}$. Déterminer, en fonction a et b, la valeur de ce minimum.

Exercice 4