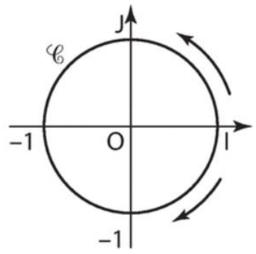
Définition **Cercle trigonométrique**

On appelle **cercle trigonométrique** le cercle $\mathscr{C}$ de centre l'origine O du repère et de rayon $r = \text{OI} = 1$.



Remarque Le périmètre P du cercle trigonométrique est égal à :
$P = 2\pi r = 2\pi \times 1 = 2\pi$.

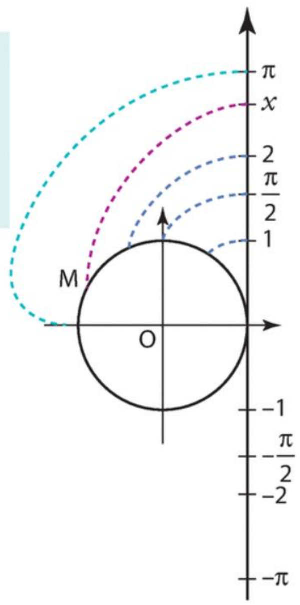
Propriété **Orientation sur le cercle trigonométrique**

On choisit une orientation sur le **cercle trigonométrique** $\mathscr{C}$:

- le sens **direct** (ou positif ou encore **trigonométrique**) est contraire au sens de rotation des aiguilles d'une montre ;
- le sens **indirect** (ou négatif) est le sens de rotation des aiguilles d'une montre.

Propriété **Repérage**

Pour **repérer un point M du cercle trigonométrique**, on « enroule » autour du cercle un axe vertical orienté vers le haut, gradué, d'origine le point I. On peut alors associer un réel x à ce point M, x étant l'abscisse d'un point de l'axe qui vient se superposer au point M. On dit alors que ce point M est le point-image de x sur le cercle trigonométrique, ce que l'on peut noter M_x.



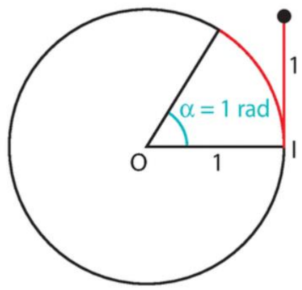
Remarques

- Lorsqu'on enroule l'axe dans le sens **direct**, ce sont des points d'**abscisses positives** qui se superposent à M ; dans le sens **indirect**, ce sont des points d'**abscisses négatives**.
- Tout point sur le cercle trigonométrique se repère par **plusieurs nombres réels**, distants d'un multiple de 2π (périmètre du cercle trigonométrique), selon le nombre de tours complets de l'enroulement de l'axe.

Définition **Radian**

Soit $\mathscr{C}$ le cercle trigonométrique et M un point du cercle.
La **mesure en radian** de l'angle $\widehat{\text{IOM}}$ est la longueur d'arc $\overset{\frown}{\text{IM}}$ intercepté par cet angle.

Le symbole associé à cette mesure est **rad** ou **rd**.



Remarques

- Dans ces conditions, 360° correspondent à 2π rad.
- Par proportionnalité, on obtient que 30° correspondent à $\frac{\pi}{6}$ rad ; 45° correspondent à $\frac{\pi}{4}$ rad ; 90° correspondent à $\frac{\pi}{2}$ rad…
- Il faut faire attention au paramétrage de sa calculatrice selon le mode degré ou radian choisi.

Définitions Sinus et cosinus

Pour tout nombre x, le **cosinus** et le **sinus** de x, notés $\cos(x)$ et $\sin(x)$, sont les coordonnées du point M_x image de x sur le cercle trigonométrique. On écrit alors $M_x(\cos(x)\,;\,\sin(x))$.

Définition Fonction cosinus

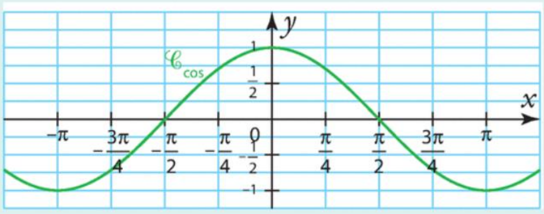
• La **fonction cosinus**, notée cos, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\cos : x \mapsto \cos(x)$.

• Un tableau de valeurs de la fonction cosinus est :

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\cos(x)$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1

• Un tableau de variations de la fonction cosinus sur $]-\pi\,;\,\pi]$ est :

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
cos	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1



Définition Fonction sinus

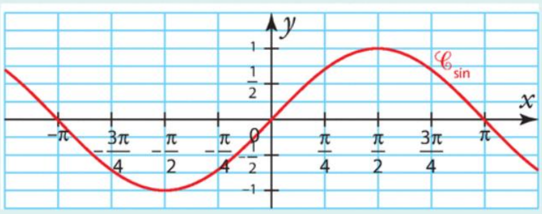
• La **fonction sinus**, notée sin, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\sin : x \mapsto \sin(x)$.

• Un tableau de valeurs de la fonction sinus est :

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\sin(x)$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0

• Un tableau de variations de la fonction sinus sur $]-\pi\,;\,\pi]$ est :

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
sin	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0



Propriétés Sinus et cosinus

Pour tout nombre réel x :

$$(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1 \qquad -1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1 \qquad -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$$

Propriété Périodicité

Les fonctions sinus et cosinus sont des fonctions périodiques de période 2π, dites « **2π-périodiques** » :

$$\sin(x + 2\pi) = \sin(x) \quad \text{et} \quad \cos(x + 2\pi) = \cos(x).$$