

Situation 1

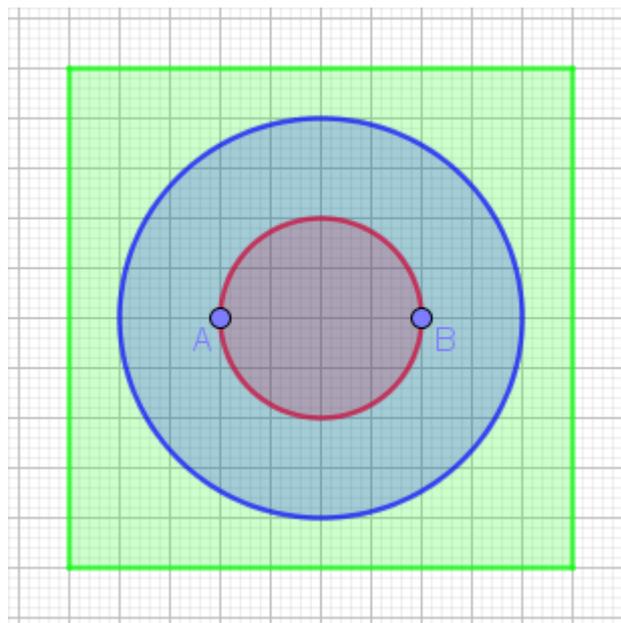
On considère la cible comportant trois zones : une zone verte, une zone bleue, une zone rouge comme l'indique la figure proposée ci-contre. On tire sur la cible et on note M le point d'impact.

Compléter la fonction « produit(x,y) » d'arguments les coordonnées d'un point M quelconque de la cible et qui renvoie la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$.

```
1 def produit(x,y):
2     absma=...
3     ordma=...
4     absmb=...
5     ordmb=...
6     p=...
7     return(p)
```

On considère la fonction « impact(x,y) » d'arguments les coordonnées d'un point M quelconque de la cible. Décrire de manière précise ce que renvoie cette fonction.

Insérer ces deux fonctions dans un script permettant de simuler de manière aléatoire « n » tirs effectués dans cette cible.



```
11 import matplotlib.pyplot as plt
12
13 def impact(x,y):
14     plt.axis([-5,5,-5,5])
15     plt.grid()
16     if produit(x,y)<=0:
17         plt.plot(x,y,'red',marker=".")
18     elif produit(x,y)<=12:
19         plt.plot(x,y,'blue',marker=".")
20     else:
21         plt.plot(x,y,'green',marker=".")
22     plt.show()
```

Situation 2

Dans un repère orthonormé, on considère les points A de coordonnées $(-1;1)$, B de coordonnées $(0;2)$ et M de coordonnées $(x;y)$. On cherche à déterminer l'ensemble des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 18$. Un tel ensemble de points s'appelle une « ligne de niveau ».

Ecrire une fonction « somme(x,y) » d'arguments les coordonnées d'un point M quelconque du plan et qui renvoie la somme $MA^2 + MB^2$.

On intègre cette fonction dans la fonction « crible() » proposée ci-contre. Décrire de manière précise ce que renvoie cette fonction.

Conjecture et démonstration

```
11 def crible():
12     plt.axis("equal")
13     plt.grid()
14     plt.plot(-1,1,'red',marker=".")
15     plt.plot(0,2,'red',marker=".")
16     x,y=-5,-5
17     while x<=5:
18         while y<=5:
19             if isclose(somme(x,y),18,rel_tol=0.1)==True:
20                 plt.plot(x,y,'blue',marker=".")
21                 y=y+0.1
22             y=-5
23             x=x+0.1
24     plt.show()
```

Conjecturer la nature et les éléments caractéristiques de cette ligne de niveau. En notant I le milieu de [AB], montrer que $MA^2 + MB^2 = 2 \times MI^2 + AB^2/2$ et démontrer la conjecture énoncée.

Situation 3

Dans un repère orthonormé, on considère les points A de coordonnées (0;0), B de coordonnées (4;0) et M de coordonnées (x;y). On cherche à déterminer l'ensemble des points M tels que $MA^2 - MB^2 = 8$. Un tel ensemble de points s'appelle une « ligne de niveau ».

Ecrire une fonction « diff(x,y) » d'arguments les coordonnées d'un point M quelconque du plan et qui renvoie la différence $MA^2 - MB^2$.

On intègre cette fonction dans la fonction « crible() » proposée ci-contre. Décrire de manière précise ce que renvoie cette fonction.

```

11 def crible():
12     plt.axis("equal")
13     plt.grid()
14     plt.plot(0,0,'red',marker=".")
15     plt.plot(4,0,'red',marker=".")
16     x,y=-5,-5
17     while x<=5:
18         while y<=5:
19             if isclose(diff(x,y),8,rel_tol=0.1)==True:
20                 plt.plot(x,y,'blue',marker=".")
21                 y=y+0.1
22             y=-5
23             x=x+0.1
24     plt.show()

```

Conjecture et démonstration

Conjecturer la nature de cette ligne de niveau. En notant I le milieu de [AB], montrer que $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$ et que $\vec{MA} - \vec{MB} = \vec{BA}$. En déduire que $MA^2 - MB^2 = 8 \Leftrightarrow \vec{IM} \cdot \vec{AB} = 4$. En notant H le projeté orthogonal du point M sur la droite (AB), en déduire la position du point H sur le segment [AB], puis celle des points M dans le plan.

Situation 4

Les noyaux des quatre atomes d'hydrogène de la molécule de méthane CH₄ sont les sommets d'un tétraèdre régulier, et le noyau de l'atome de carbone joue le rôle de centre du tétraèdre.

*Conjecture*

A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, représenter un tétraèdre ABCD. On admet que G est le milieu des segments joignant les milieux des arêtes opposés. Placer le point G sur la figure et afficher une mesure approchée de l'angle formé par les liaisons chimiques C – H.

Démonstration

On admet que le centre G d'un tétraèdre vérifie la relation $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

En écrivant de deux manières différentes le produit $\vec{GA} \cdot (\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD})$, montrer que $\cos(\alpha) = -1/3$. Conclure.

