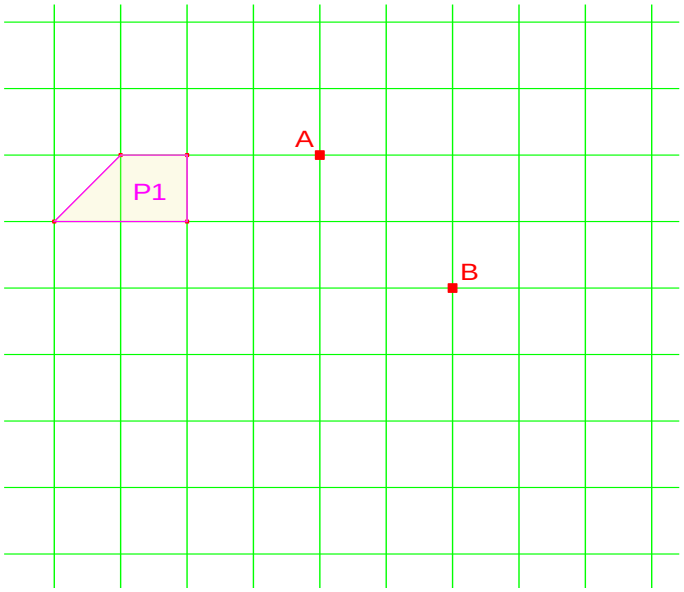
Deux symétries centrales

On considère deux points A et B et un polygone P1. Le but est d'étudier ce qu'il se passe lorsque nous faisons une symétrie centrale par rapport à A suivie d'une symétrie centrale par rapport à B.

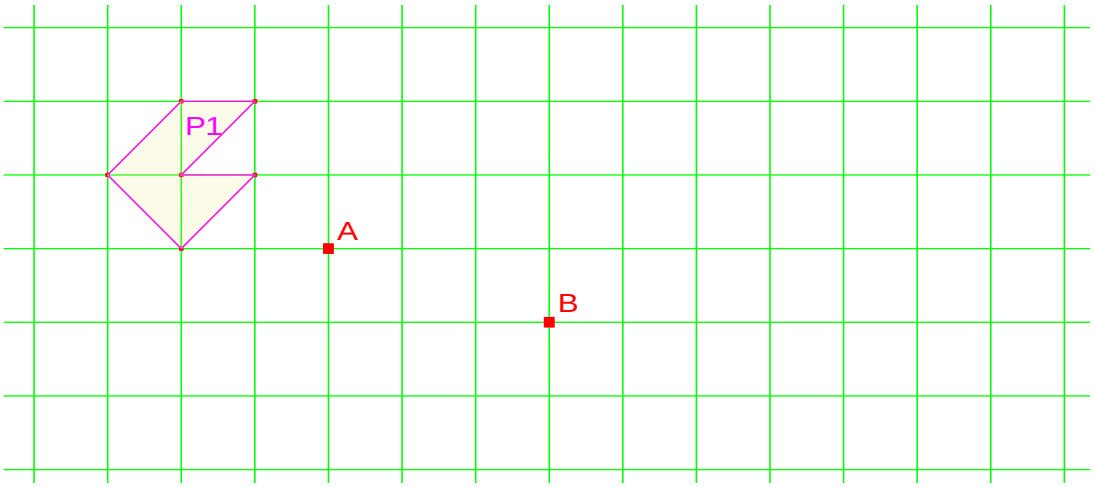


1. Tracer P2 l'image de P1 par la symétrie centrale de centre A.

2. Tracer P3 l'image de P2 par la symétrie centrale de centre B.

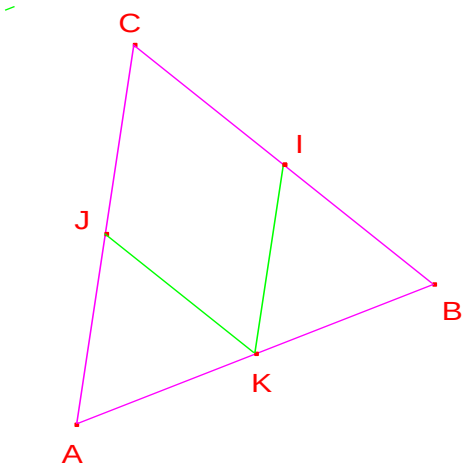
3. Que peut-on dire de la position de P3 par rapport à celle de P1 ? Soyez précis.

4. Reprendre les mêmes consignes dans la situation proposée ci-dessous :



Notion de translation

ABC est un triangle équilatéral. Les points I, J et K sont les milieux respectifs des côtés [AB], [AC] et [BC]. On considère la transformation du plan qui transforme le point I en J. Cette transformation est appelée une translation. On parle également de déplacement.



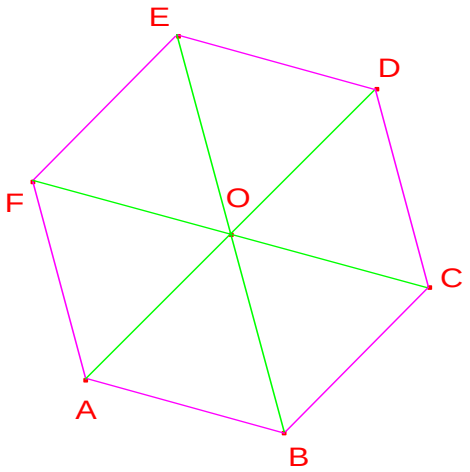
1. Déterminer l'image du point B et du point K par cette transformation.

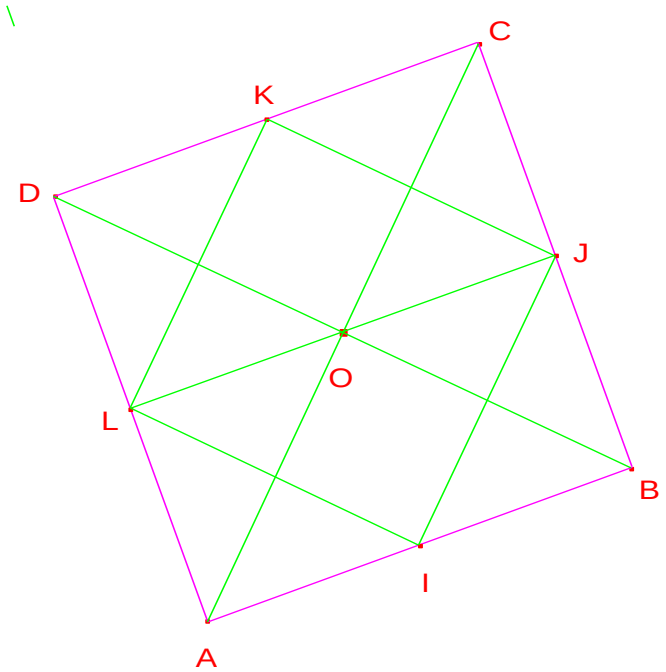
2. Déterminer l'image du triangle BKI par cette transformation

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O. On considère la transformation du plan qui transforme le point A en B. Cette transformation est appelée une translation. On parle également de déplacement.

1. Déterminer l'image du point F, du point O et du point E par cette translation.

2. Déterminer l'image du triangle FOE et du triangle FOA par cette translation.





ABCD est un carré de centre O. I, J, K et L sont les milieux des points [AB], [BC], [CD] et [DA].

On considère la translation qui transforme A en I. Déterminer les images respectives des points I, L, O, D et K par cette translation.

On considère la translation qui transforme O en B. Déterminer les images respectives des points L, D, K et O par cette translation.

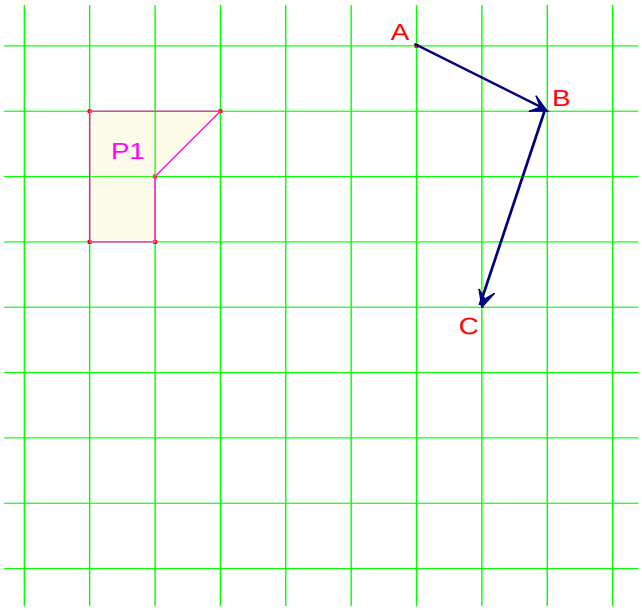
On considère la translation qui transforme A en K. Déterminer les images respectives des points K, C, J et O par cette translation.

On tracé dans le quadrillage ci-contre un polygone P1 et matérialisé deux déplacements. On considère donc la translation qui transforme A en B et celle qui transforme B en C.

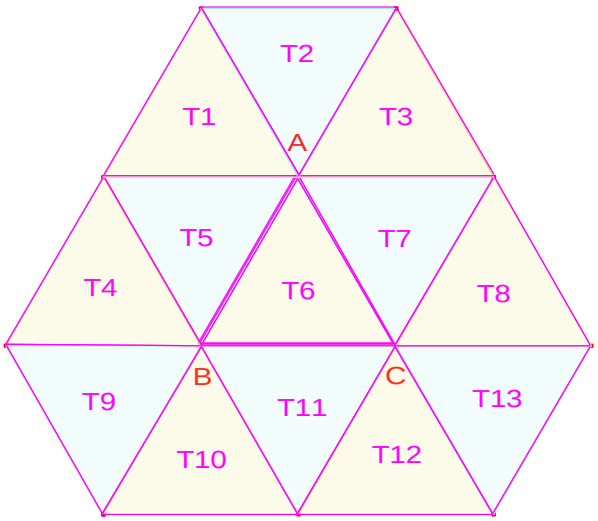
1. Tracer le polygone P2, image du polygone P1 par la première translation.

2. Tracer le polygone P3, image du polygone P2 par la translation.

3. Que peut-on dire des deux polygones P1 et P3 ? Soyez précis dans la réponse.



Exercice 1

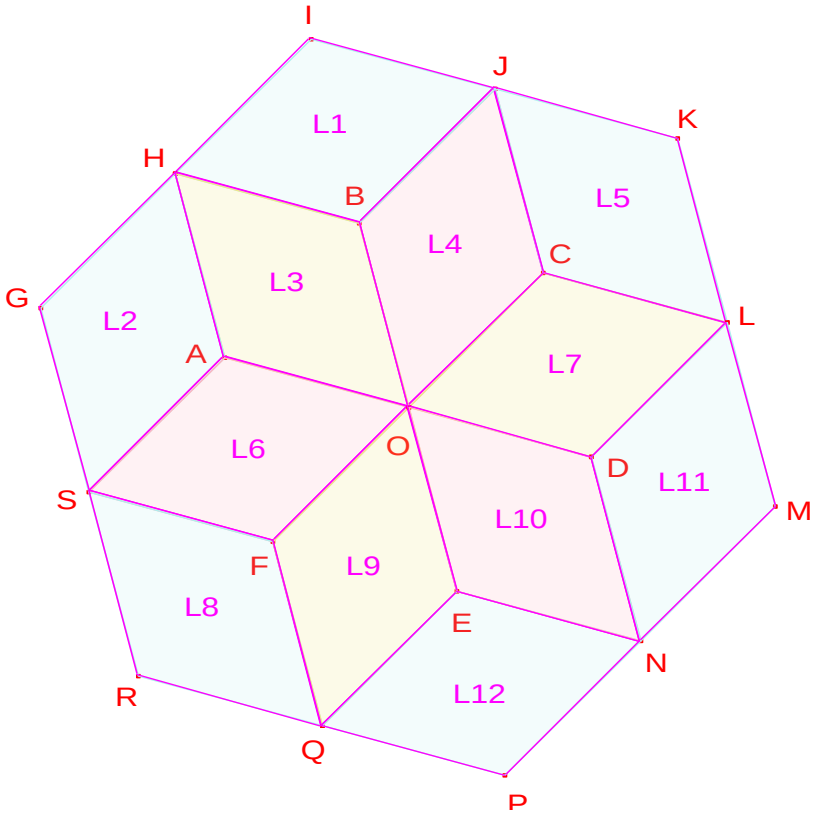


On considère la figure ci-contre constituée de triangles équilatéraux. On considère trois transformations du plan : la translation qui transforme A en B, celle qui transforme B en C et celle qui transforme C en A.

1. Quelle est l'image de T5 par la première translation ?
2. Quelle est l'image de T9 par la deuxième translation ?
3. Quelle est l'image de T11 par la troisième transformation ?

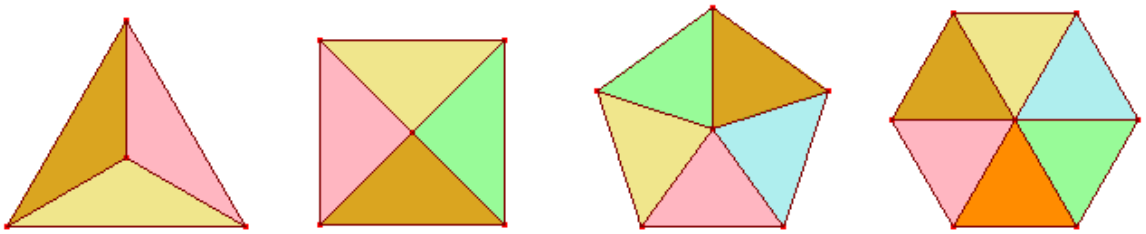
Exercice 2

On considère le pavage ci-dessous réalisé à l'aide de douze losanges identiques. On considère trois transformations du plan : la translation qui transforme S en H, celle qui transforme Q en N et celle qui transforme L en J.



1. Quelles sont les images des losanges L6, L8, L9, L10 et L12 par la première translation ?
2. Quelles sont les images des losanges L2, L3, L6, L8 et L9 par la deuxième translation ?
3. Quelles sont les images des losanges L7, L10, L11, L12 et L9 par la troisième translation ?

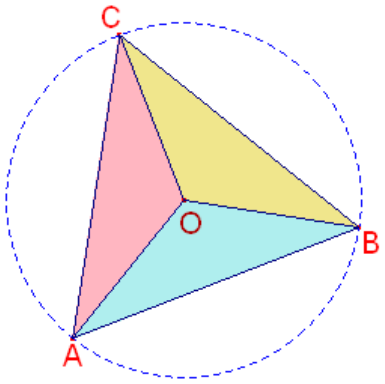
Des polygones réguliers



On appelle polygone *régulier* un polygone dont tous les côtés ont la même longueur. Rappeler les noms des quatre polygones réguliers tracés ci-dessus. En joignant le centre d'un polygone régulier aux différents sommets on trace des triangles. Déterminer la mesure des angles de ces triangles.

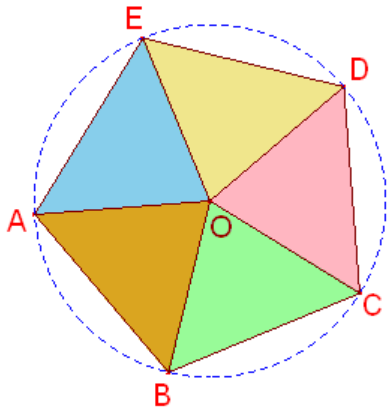
Notion de rotation

On considère le triangle équilatéral ABC. Le point O est le centre du cercle circonscrit.



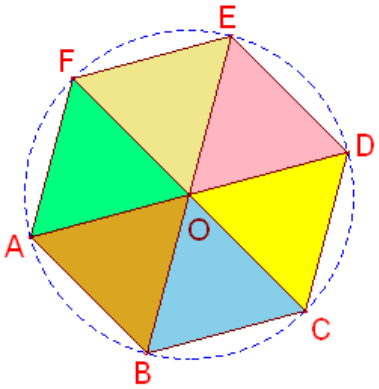
1. Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle 120° ?
2. Quelle est l'image du point B par la rotation de centre O ét d'angle 120° ?
3. Quelle est l'image du point C par la rotation de centre O et d'angle 120° ?

On considère le pentagone régulier ABCDE. Le point O est le centre du cercle circonscrit.



1. Quelles sont les images respectives des points A, B, C, D et E par la rotation de centre O et d'angle 72° ?
2. Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle 144° ?
3. Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle 216° ?

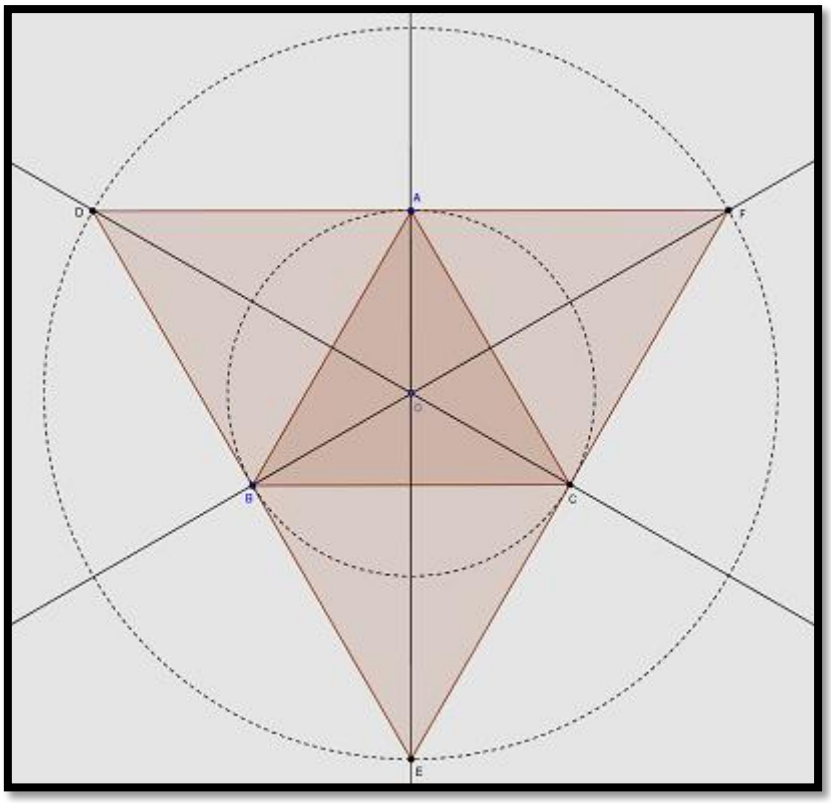
On considère l'hexagone régulier ABCDEF. Le point O est le centre du cercle circonscrit.



1. Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle -60° ?
2. Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle -120° ?
3. Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle -180° ?

Sens de rotation

On a représenté deux triangles équilatéraux, deux cercles, trois axes et un centre de symétrie. Le sens de rotation est « positif » lorsqu'on tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Le sens de rotation « négatif » lorsqu'on tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.



- Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle +120° ?
  Quelle est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle -120° ?

- Quelle est l'image du point A par la rotation de centre F et d'angle +60° ?
  Quelle est l'image du point A par la rotation de centre D et d'angle -60° ?

- Quelle est l'image du point F par la rotation de centre E et d'angle +60° ?
  Quelle est l'image du point B par la rotation de centre E et d'angle -60° ?

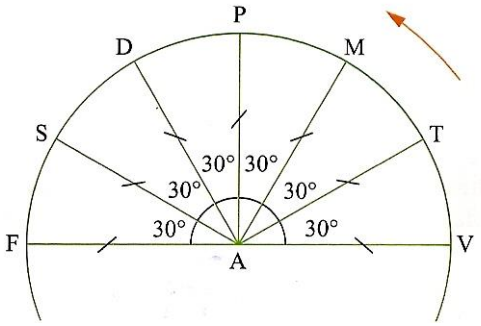
- Quelle est l'image du point C par la rotation de centre B et d'angle +120° ?
  Quelle est l'image du point E par la rotation de centre C et d'angle -120° ?

- L'image de A par la rotation de centre E et d'angle +30° est le point D.
  Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Expliquer pourquoi.
  L'image de O par la rotation de centre E et d'angle -30° est le point C.
  Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Expliquer pourquoi.

- L'image de A par la symétrie centrale de centre O est le point E.
  Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Expliquer pourquoi.
  L'image de D par la symétrie centrale de centre O est le point C.
  Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Expliquer pourquoi.

Exercice 1

3 On donne la figure ci-dessous. Le sens des rotations est indiqué par la flèche rouge et les rotations citées sont toutes de centre A.



Recopier et compléter les phrases suivantes :

a. L'image du point V par la rotation d'angle ..... est le point T.

b. L'image du point M par la rotation d'angle 60° est le point ..... .

c. ..... est l'image de M par la rotation d'angle 120°.

d. Le segment [FD] est l'image du segment ..... par la rotation d'angle 30°.

e. Le segment [FD] est l'image du segment ..... par la rotation d'angle 90°.

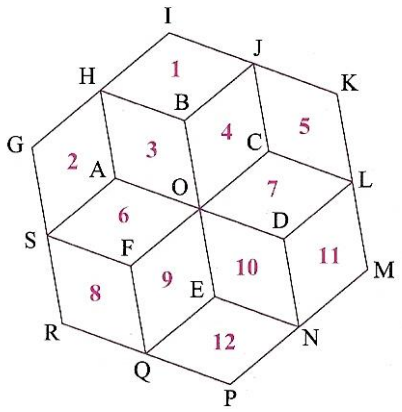
f. Le segment [FD] est l'image du segment ..... par la rotation d'angle 120°.

g. L'image du segment [VT] par la rotation d'angle 60° est ..... .

h. L'image du segment [VT] par la rotation d'angle 120° est ..... .

Exercice 2

14 Voici un pavage d'un hexagone régulier en losanges tous superposables numérotés de 1 à 12.



1. Préciser combien mesure chaque angle de ces losanges.

2. Quelle est l'image du n° 8 par la rotation de centre F, dans le sens ↷ et d'angle 120° ?

3. Par quelle rotation obtient-on le n° 3 à partir du n° 2 ? (Préciser le centre, le sens et l'angle de rotation.) Donner plusieurs réponses si possible.

4. Reprendre la question **3** pour obtenir :

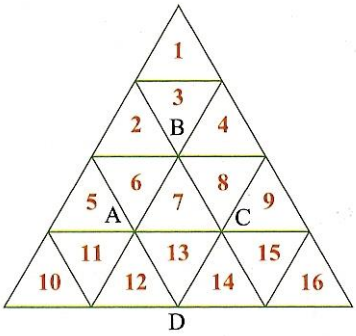
a. le n° 5 à partir du n° 11 ;

b. le n° 4 à partir du n° 7 ;

c. le n° 8 à partir du n° 11.

Exercice 3

15 Voici un pavage d'un triangle équilatéral en triangles équilatéraux tous superposables numérotés de 1 à 16.



1. Quelle est l'image du n° 4 par la rotation de centre B, dans le sens ↺ et d'angle 60° ?

2. Quelle est l'image du n° 6 par la translation qui transforme A en C ?

3. Quelle est l'image du n° 2 par la symétrie orthogonale d'axe (AB) ?

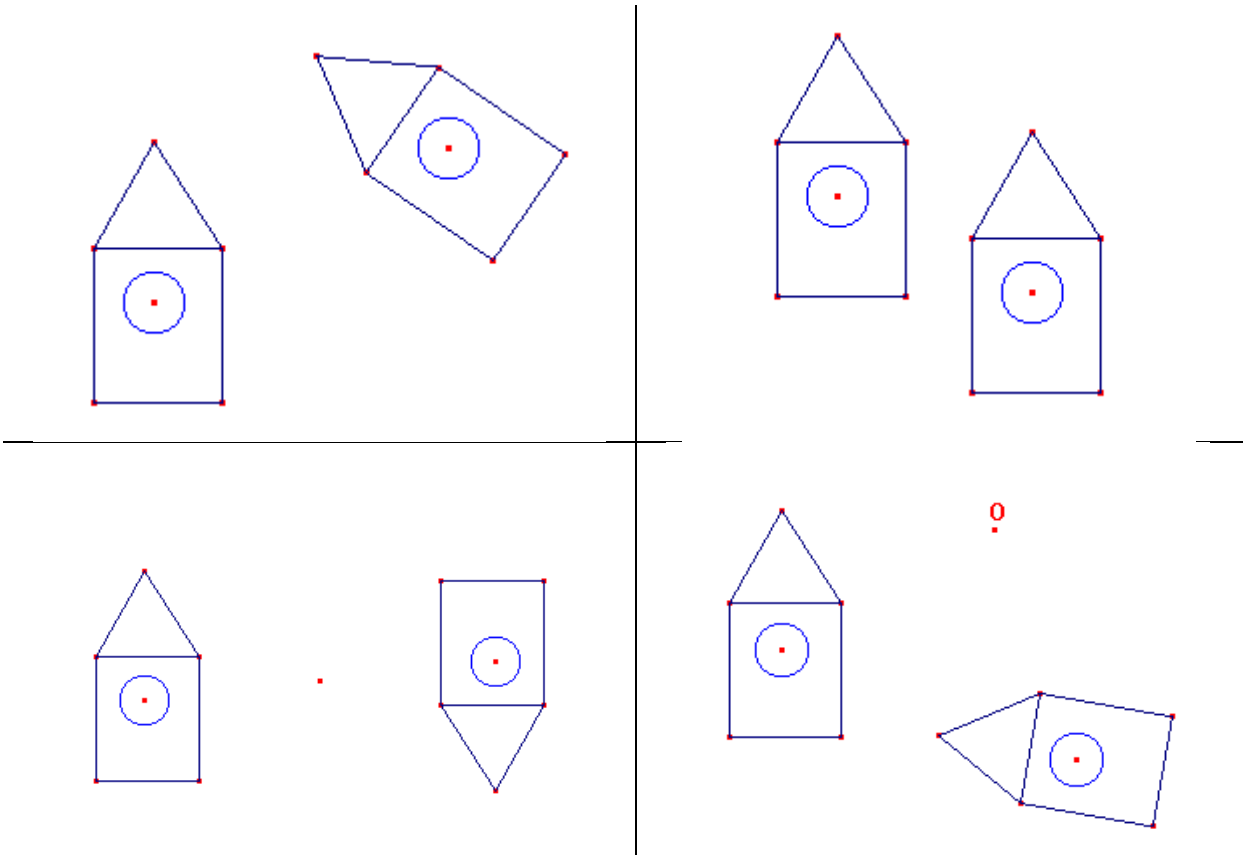
4. Quelle est l'image du n° 11 par la symétrie de centre A ?

5. Par quelle rotation obtient-on :

a. le n° 14 à partir du n° 12 ?

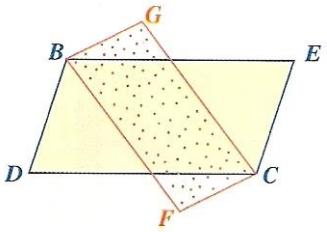
b. le n° 15 à partir du n° 11 ?

Caractériser chaque transformation permettant de passer de la figure de gauche à celle de droite.

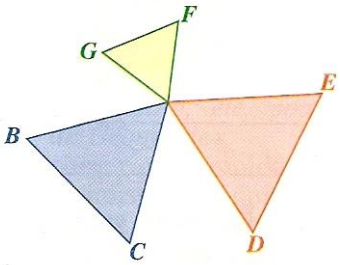


Dans chacune des quatre configurations suivantes, trouver une **unique** transformation qui amène respectivement le point B sur le point C, le point D sur le point E et le point F sur le point G.

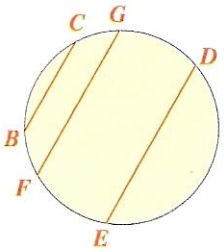
1 Avec deux parallélogrammes *BDCE* et *BFCG* :



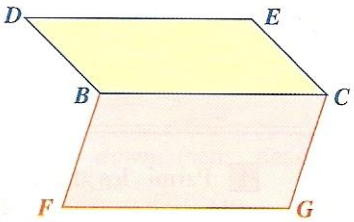
2 Avec trois triangles équilatéraux :



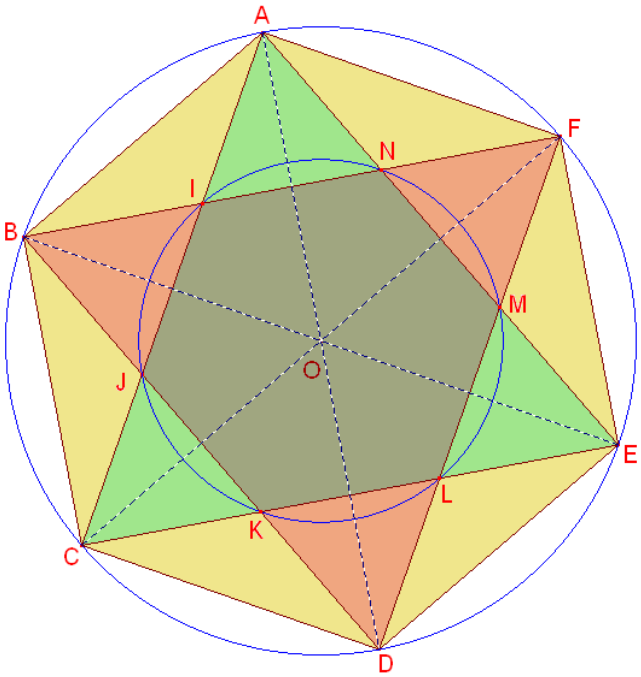
3 Avec trois cordes parallèles d'un cercle :



4 Avec, de nouveau, deux parallélogrammes *BCED* et *BCGF* :

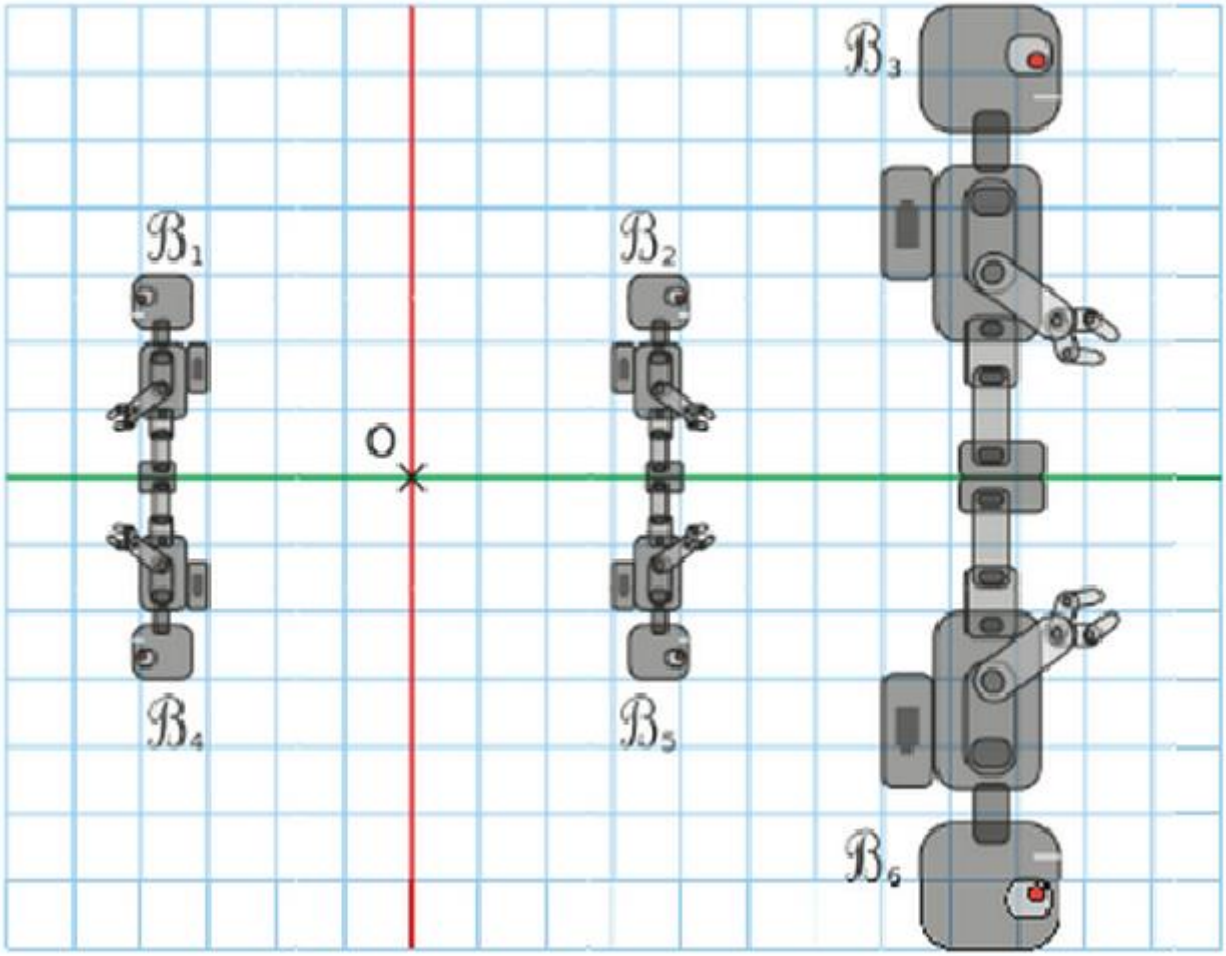


Dans la configuration tracée ci-dessous, ABCDEF et IJKLMN sont deux hexagones réguliers. Les triangles ACE et BDF sont équilatéraux. Le point O est le centre du cercle circonscrit à l'hexagone ABCDEF et le centre du cercle circonscrit à l'hexagone IJKLMN.

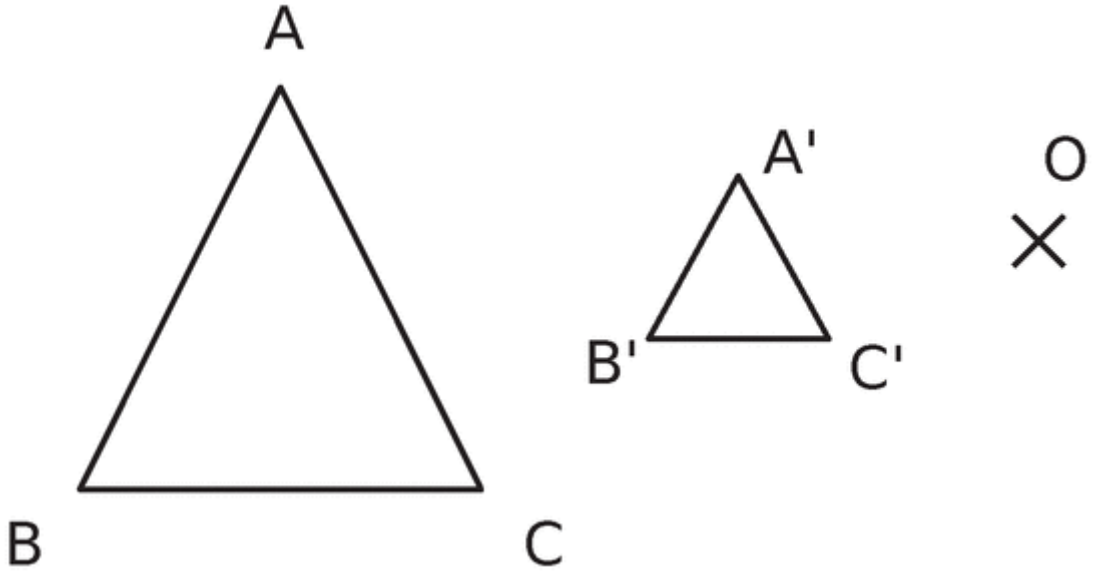


1. Déterminer les images respectives des points A, B, J et N par la symétrie de centre I
2. Déterminer les images respectives des points A, N, O et I par la symétrie d'axe (BE)
3. Déterminer les images respectives des points A, N, O et I par la symétrie d'axe (BF)
4. Déterminer les images respectives des points A, N, O et I par la symétrie d'axe (JM)
5. Déterminer les images respectives des points A, N, O et I par la translation qui transforme J en K.
6. Déterminer les images respectives des points A, B, O et I par la translation qui transforme J en L.
7. Déterminer les images respectives des points B, I et K par la translation qui transforme J en M.
8. Déterminer les images respectives des points A, J et O par la rotation de centre O, d'angle $+60°$.
9. Déterminer les images respectives des points N, F et A par la rotation de centre I, d'angle $-120°$.
10. Déterminer les images respectives des points N, F et E par la rotation de centre A, d'angle $-60°$.

Vers la notion d'homothétie

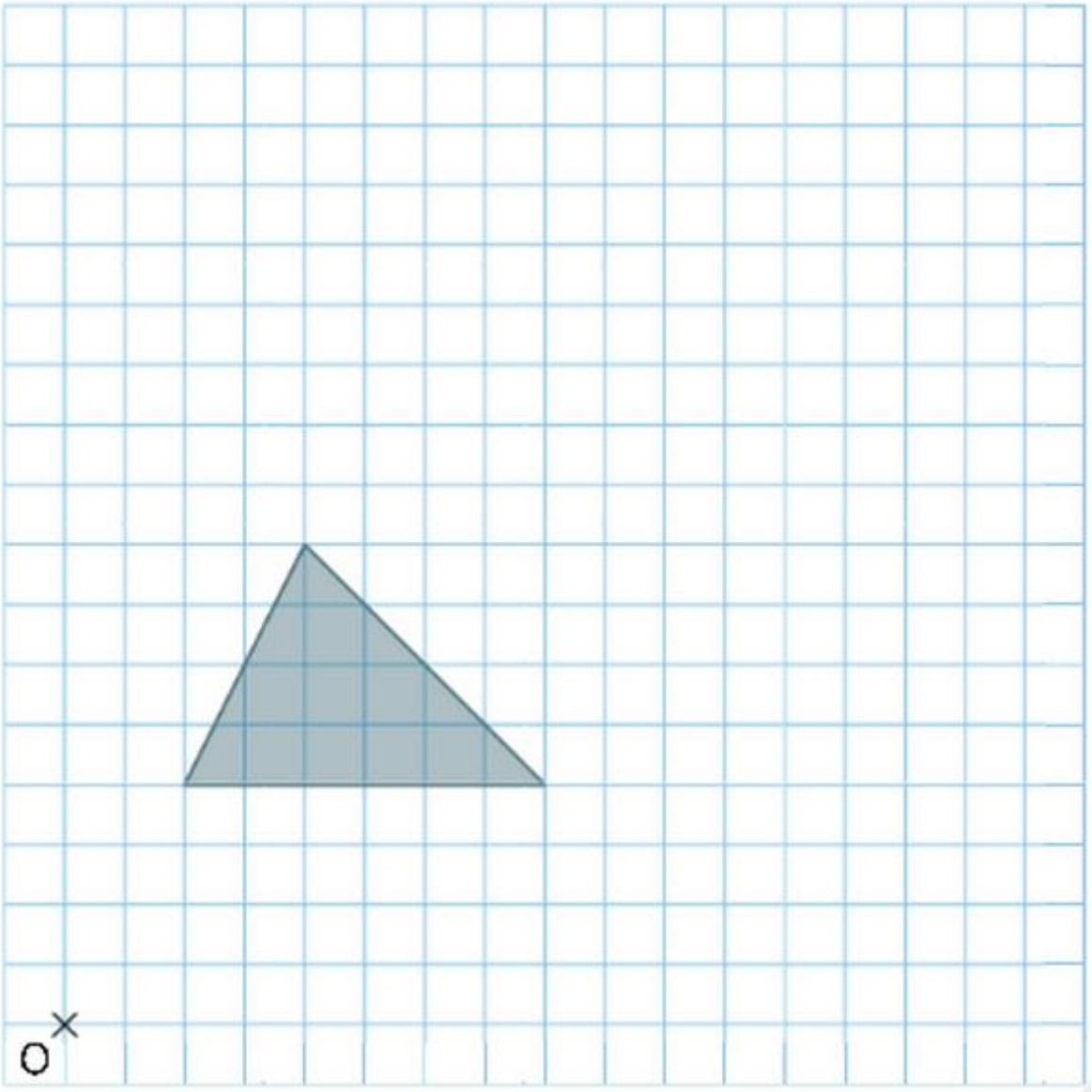


Quelle transformation permet de passer de la figure B1 à la figure B4 ? De la figure B1 à la figure B2 ? De la figure B1 à la figure B5 ? De la figure B2 à la figure B3 ?

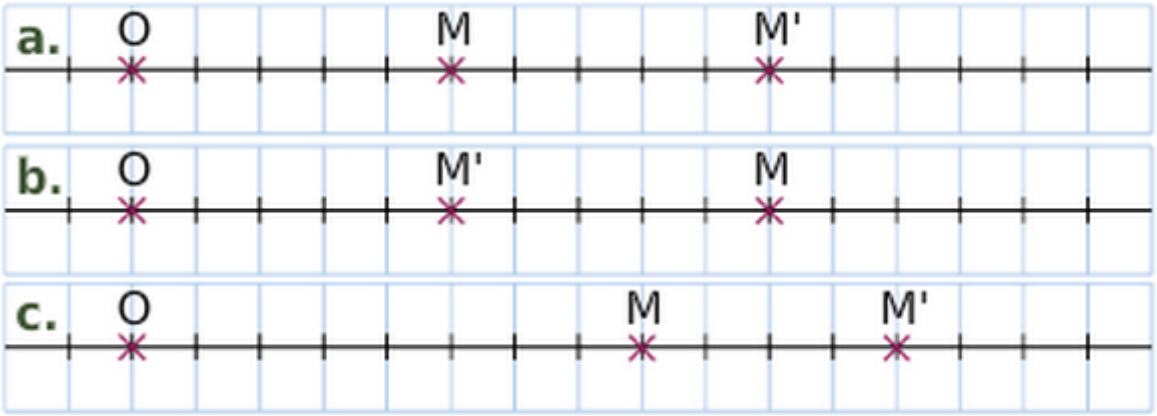


Dans la situation proposée ci-dessus, quelle transformation permet de passer de ABC à A'B'C' ?

Une homothétie de rapport 2 – Une homothétie de rapport 1/2

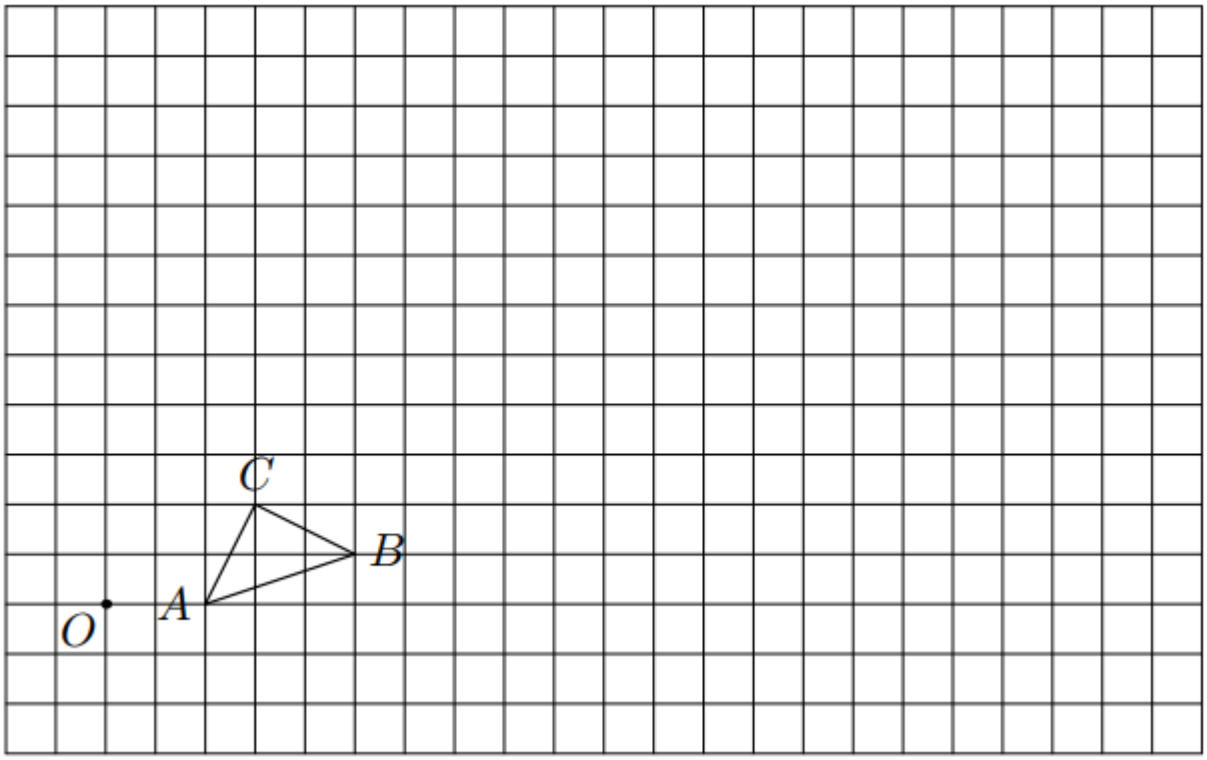


Tracer l'image du triangle par l'homothétie de centre O et de rapport 2, puis celle de rapport 1/2.

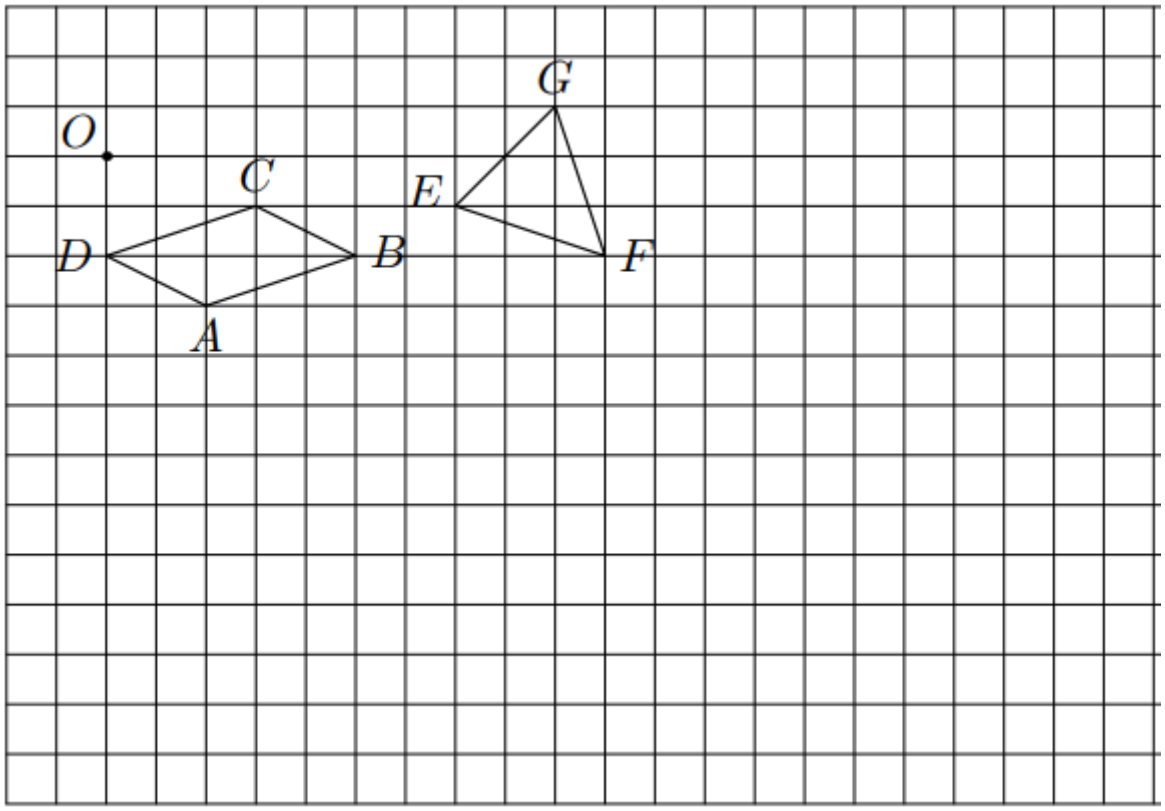


A l'aide du quadrillage préciser par quelle transformation on passe du point M au point M'.

Homothéties de rapports différents

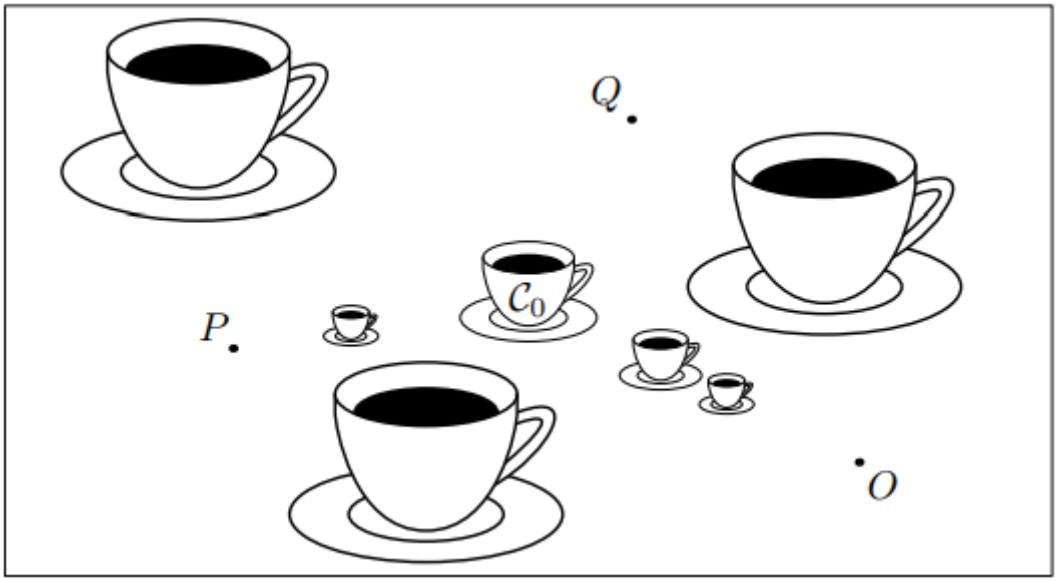


Tracer l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O et de rapport 4.



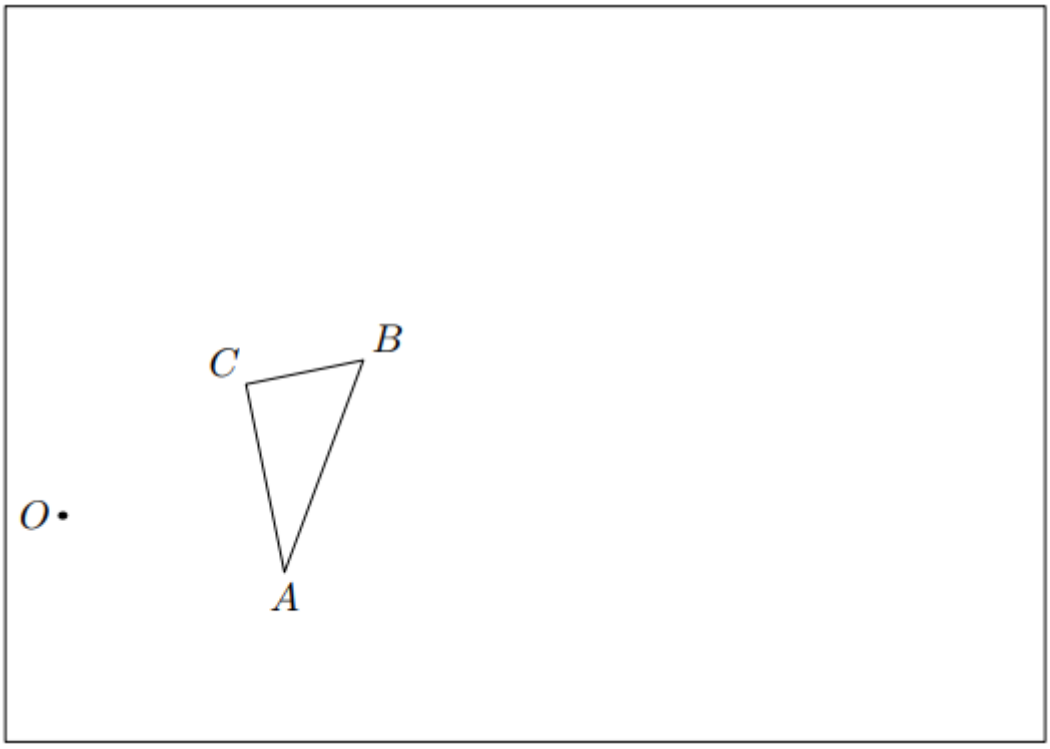
Tracer l'image du triangle EFG par une homothétie de centre O et de rapport 2.
Tracer l'image du parallélogramme ABCD par une homothétie de centre O et de rapport 4.

Des tasses et des homothéties



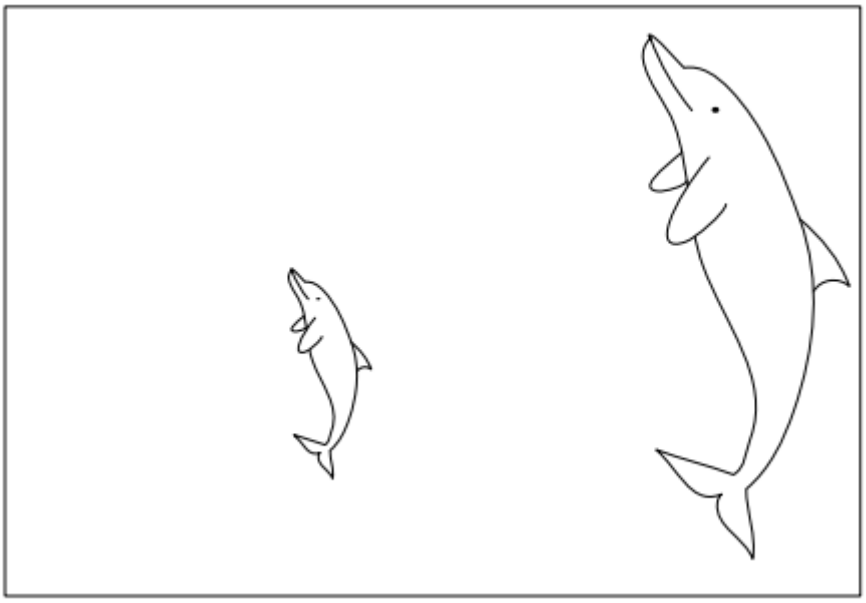
- Noter C1 la tasse obtenu par homothétie de la tasse C0 de centre O et de rapport 2
- Noter C2 la tasse obtenu par homothétie de la tasse C0 de centre O et de rapport 0,4.
- Noter C3 la tasse obtenu par homothétie de la tasse C0 de centre O et de rapport 0,6.
- Noter C4 la tasse obtenu par homothétie de la tasse C0 de centre P et de rapport 0,4.
- Noter C5 la tasse obtenu par homothétie de la tasse C0 de centre P et de rapport 2.
- Noter C6 la tasse obtenu par homothétie de la tasse C0 de centre Q et de rapport 2.

Un triangle et une homothétie



Tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

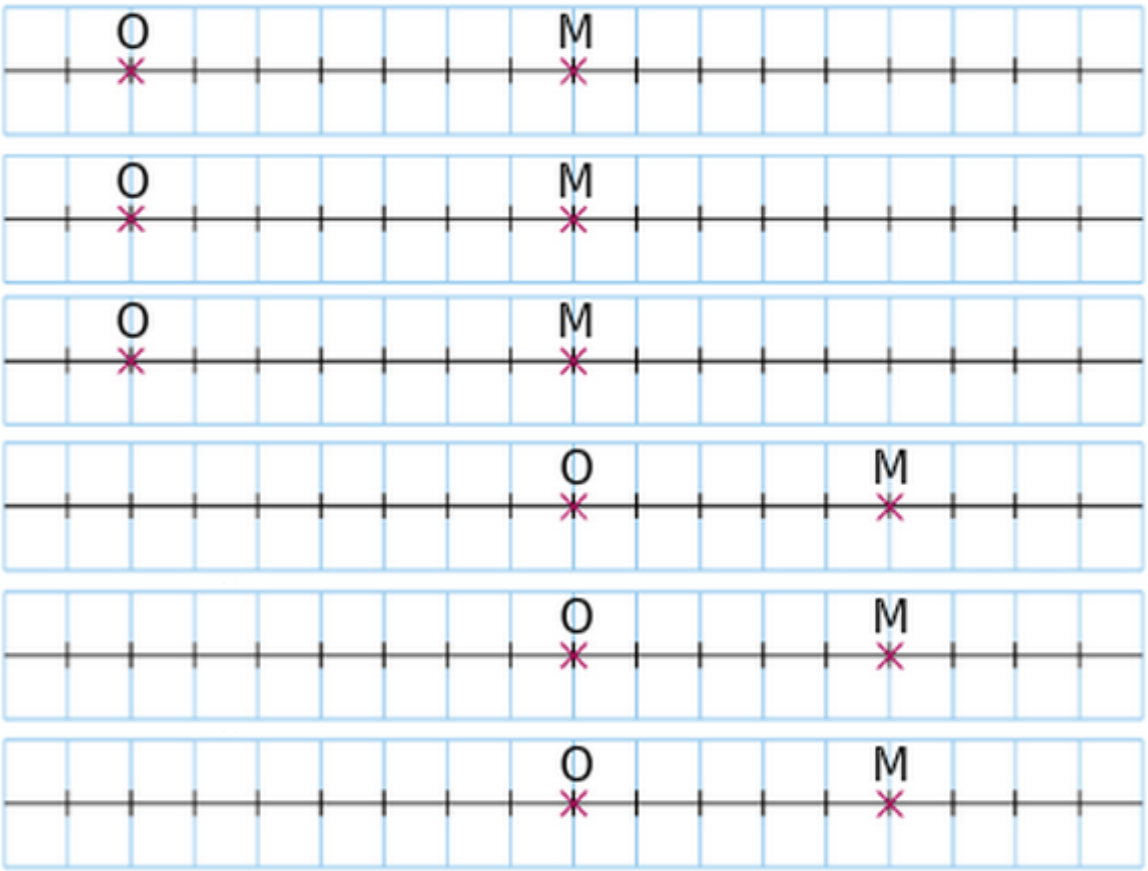
Où est le centre et quel est le rapport ?



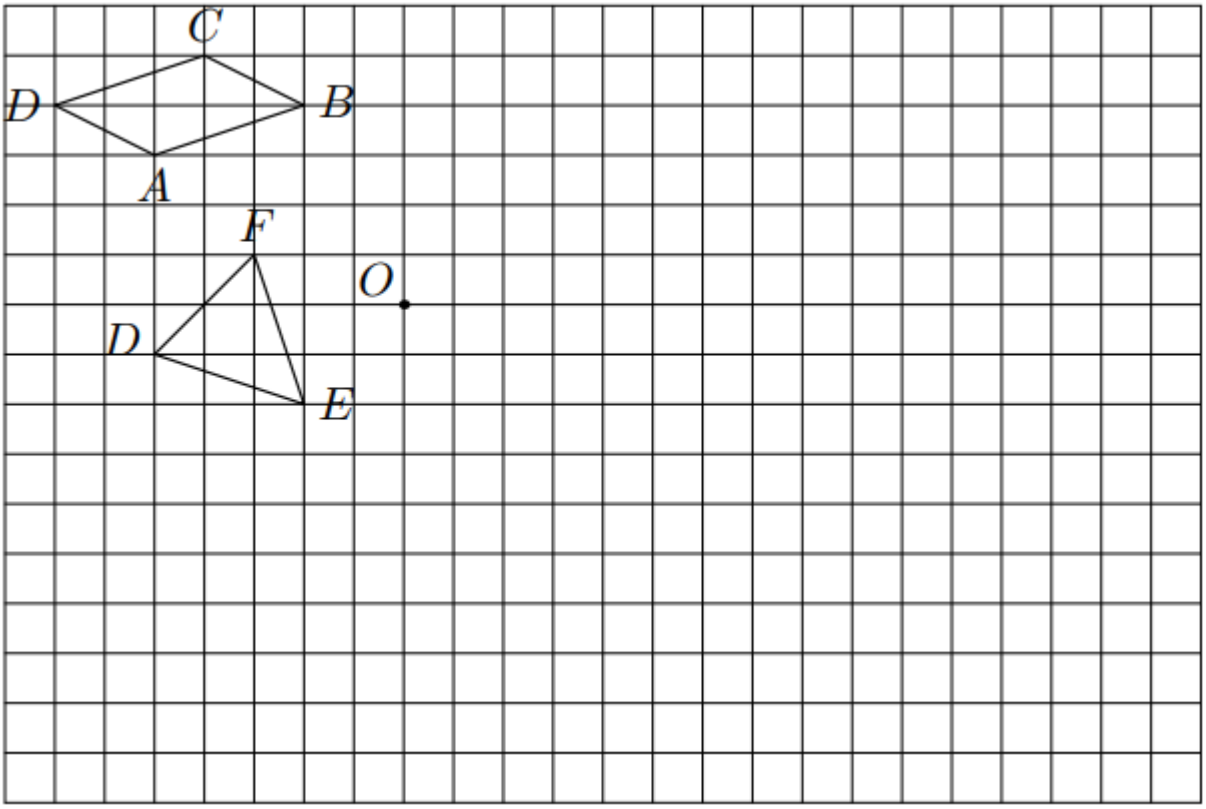
Où est l'image ?

Placer le point M' image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport k :

$k = \frac{5}{7}$ $\quad k = \frac{10}{7}$ $\quad k = 2$ $\quad k = -1$ $\quad k = -\frac{3}{5}$ $\quad k = -\frac{7}{5}$



Des homothéties de rapports négatifs

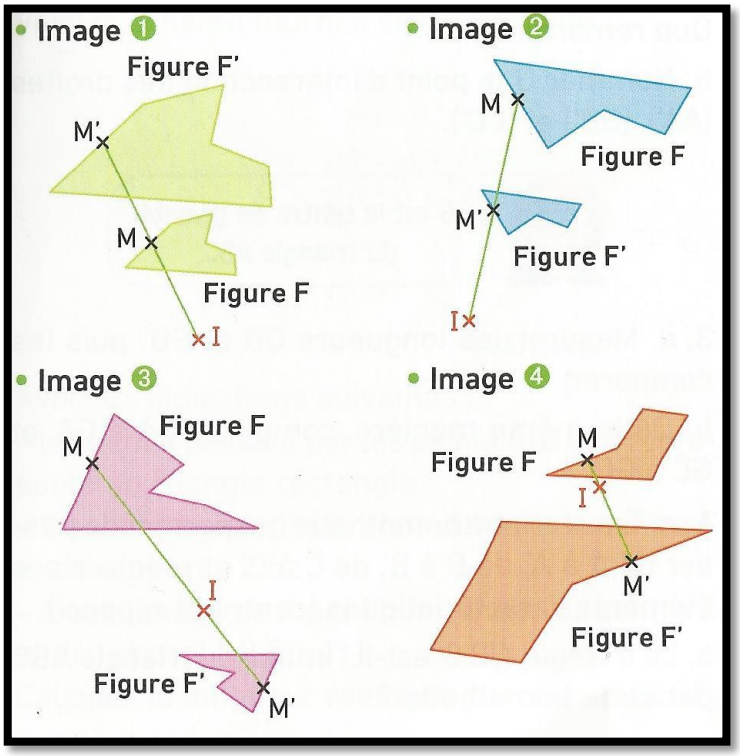


Tracer l'image du triangle DEF par une homothétie de centre O et de rapport -3.
Tracer l'image du parallélogramme ABCD par une homothétie de centre O et de rapport -2.

Une image / une homothétie

Associer à chaque image la transformation qui transforme la figure F en la figure F'.

- Homothétie de centre I et de rapport 2,
- Homothétie de centre I et de rapport -3,
- Homothétie de centre I et de rapport 0,5
- Homothétie de centre I et de rapport -0,5.



Périmètres / Surfaces

Quel est l'effet d'une homothétie de rapport k sur le périmètre et sur l'aire d'une figure ?