Vers la notion de fonction

- Définition : le processus qui, à **un nombre**, fait correspondre **un autre nombre unique** s'appelle **une fonction**.

Nombre initial → FONCTION → Nombre correspondant

- Notations : la fonction f qui à un nombre associe son carré se note $f : x \to x^2$, on dit alors « la fonction f qui à x fait correspondre x^2 », ou bien se note $f(x) = x^2$, on dit alors « f de x égal x^2 ».

Exemple :

a. Détermine la fonction g qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le périmètre d'une face de ce cube.

b. Détermine la fonction h qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le volume de ce cube.

a. La face d'un cube est un carré de périmètre $\mathcal{P} = 4 \times x$. D'où $g(x) = 4x$ ou $g : x \longmapsto 4x$.

b. Le volume $\mathcal{V}$ d'un cube dont la longueur des arêtes est x est $\mathcal{V} = x \times x \times x = x^3$.
D'où $h(x) = x^3$ ou $h : x \longmapsto x^3$.

Vocabulaire

- On dit que 9 est **l'image** de 3 par la fonction. Cette image est **unique**.

- On dit que 3 est **un antécédent** de 9 par la fonction. Un nombre peut avoir **plusieurs** antécédents !

Trois → FONCTION → Neuf

Au nombre 3 la fonction f associe le nombre 9.

- Exemple : au nombre -3, la fonction f associe également le nombre 9 par conséquent -3 est un autre antécédent de 9. Ainsi 9 admet **deux antécédents** qui sont -3 et 3 !

Exemple 1 : Soit f une fonction telle que $f(-2) = 0$. Traduis cette égalité par deux phrases.

- 0 est **l'image** de -2 par la fonction f.
- -2 est **un antécédent** du nombre 0 par la fonction f.

Exemple 2 : Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.
Détermine l'image de -5 puis celle de 5 par f. Que remarques-tu ?

$x \longmapsto x^2 - 4$ signifie qu'à tout nombre, ici noté x, la fonction f associe un unique nombre qui se calcule avec la formule : $x^2 - 4$.
On dit que **l'image** de x par la fonction f est $x^2 - 4$ et on note aussi $f(x) = x^2 - 4$.

$f(x) = x^2 - 4$	$f(x) = x^2 - 4$	
$f(-5) = (-5)^2 - 4$	$f(5) = 5^2 - 4$	$\longrightarrow$ On remplace x par -5 puis par 5.
$f(-5) = 25 - 4$	$f(5) = 25 - 4$	$\longrightarrow$ On calcule.
$f(-5) = 21$	$f(5) = 21$	

Donc l'image par la fonction f de -5 est 21 et celle de 5 est 21 également.
On remarque que -5 et 5 ont **la même image** : 21 par la fonction f.

Représentation graphique

Si a désigne un nombre et $f(a)$ son image alors **l'ensemble des points** de coordonnées $(a; f(a))$ constituent la **représentation graphique** de la fonction.

- a est **l'abscisse** du point,
- $f(a)$ est **l'ordonnée** du point.

La représentation graphique d'une fonction se trace **dans un repère orthogonal.**

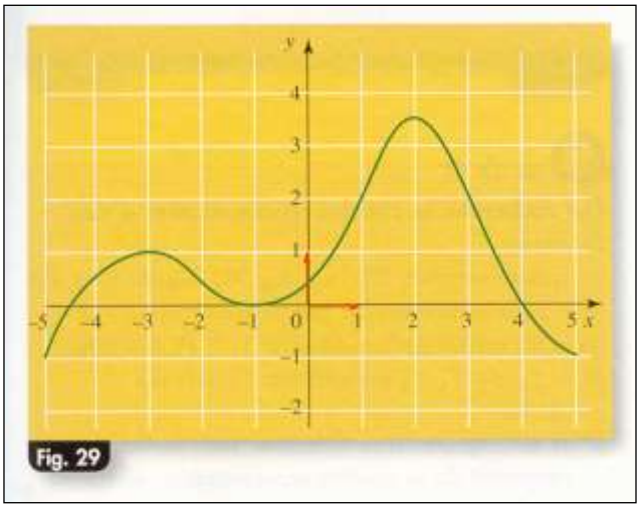


Fig. 29

Tableau des valeurs

Le tableau des valeurs d'une fonction rassemble :

- dans la **première ligne** les **antécédents**,
- dans la **deuxième ligne** les **images**.

x	-5	-3	-1	1	3	5
$f(x)$	-1	1	0	2	2	-1

Exemple 3 : Voici un **tableau de valeurs** de la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

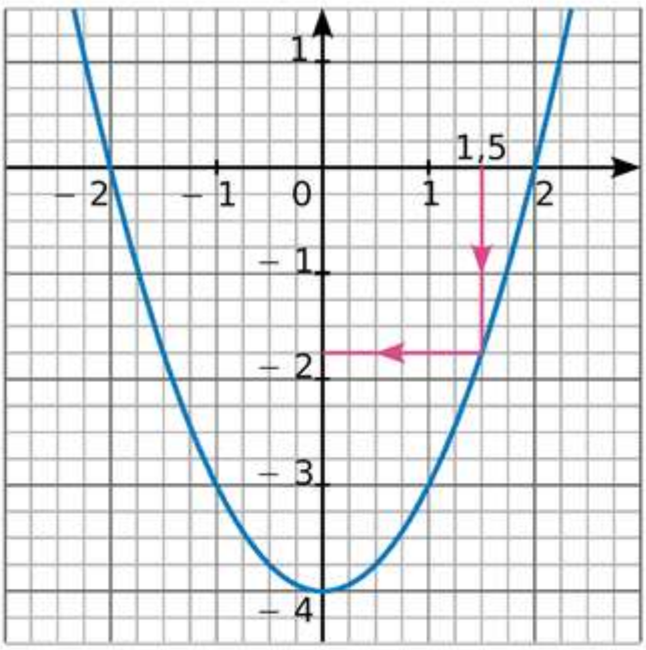
b. Détermine le(les) antécédent(s) de 5 par la fonction f.

Déterminer une image

Point méthode

Pour déterminer une image de à l'aide de la représentation graphique :

- Je pars de la graduation sur l'axe des abscisses,
- Je trace une droite parallèle à l'axe des ordonnées jusqu'à la courbe,
- Je trace une droite parallèle à l'axe des abscisses jusqu'à l'axe des ordonnées,
- Le point d'intersection obtenu correspond à l'image cherchée.

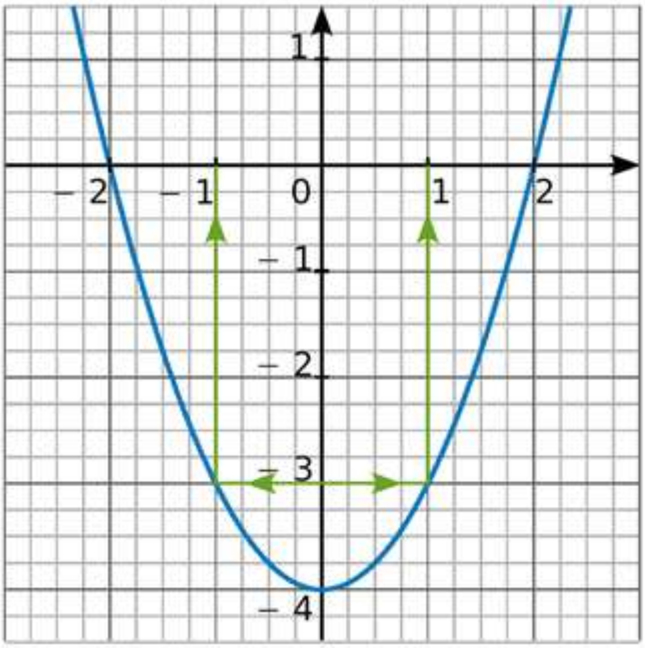


Rechercher les antécédents

Point méthode

Pour déterminer les antécédents à l'aide de la représentation graphique :

- Je pars de la graduation sur l'axe des ordonnées,
- Je trace une droite parallèle à l'axe des abscisses jusqu'à la courbe,
- Je trace des droites parallèles à l'axe des ordonnées jusqu'à l'axe des abscisses,
- Les points d'intersection obtenus correspondent aux antécédents.

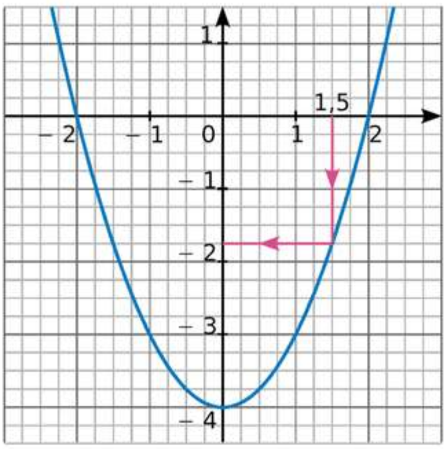


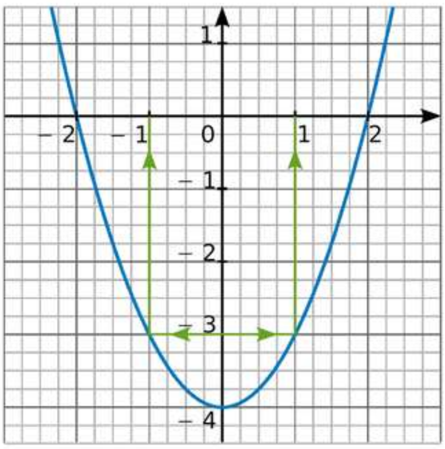
Deux exemples pour illustrer les points méthodes

Exemple : Le graphique ci-dessous représente la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

a. Détermine graphiquement l'image de 1,5 par la fonction f.

b. Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de – 3 par la fonction f.





a. On cherche l'ordonnée du point de la représentation graphique de f qui a pour abscisse **1,5**. Pour cela :

• On trace la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point d'abscisse **1,5**.

• On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses et qui passe par le point d'intersection de la représentation graphique de f et de la droite précédente. Elle coupe l'axe des ordonnées en **– 1,75**.

On en déduit que l'image de 1,5 par la fonction f est – 1,75 donc f(**1,5**) = **– 1,75**.

b. On cherche l'abscisse (les abscisses) du (des) point(s) de la représentation graphique de f ayant pour ordonnée **– 3**. Pour cela :

• On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point d'ordonnée **– 3**.

• On trace les droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par les points d'intersection de la représentation graphique de f et de la droite précédente. Ces parallèles coupent l'axe des abscisses en **– 1** et **1**.

On en déduit que les **deux antécédents de – 3** par la fonction f sont **– 1 et 1**.