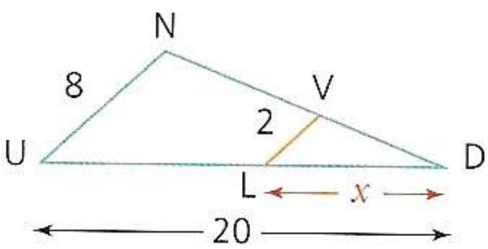
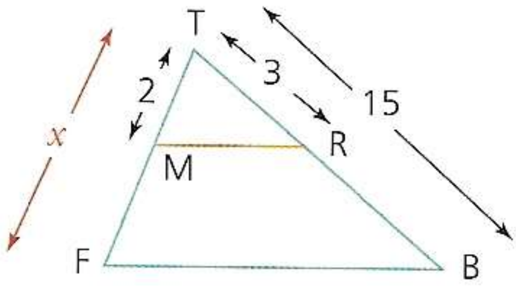
Agrandissement et réduction

Dans la situation 1, les points D,L, U sont alignés, les points D, V, N sont alignés et les droites (LV) et (NU) sont parallèles. Dans la situation 2, les points T, M, F sont alignés, les points T, R, B sont alignés et les droites (MR) et (FB) sont parallèles.

Situation 1



Situation 2



1. Dans la situation 1, quelle est la nature de la transformation permettant de passer du triangle DLV au triangle DUN ? Précisez le rapport de cette transformation.

2. Dans la situation 2, quelle est la nature de la transformation permettant de passer du triangle TFB au triangle TMR ? Précisez le rapport de cette transformation.

3. Dans chacune des deux situations déterminer la valeur de x.

Calculs de longueurs inconnues

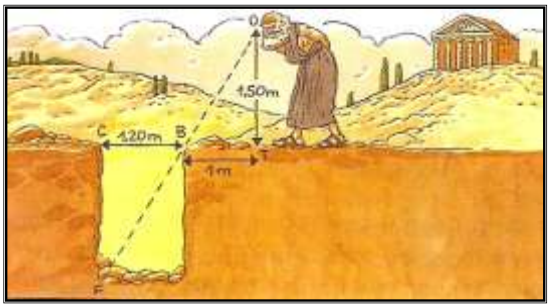
Situation 1

Thalès tient dans la main un bâton de 80 centimètres et fait face à une pyramide.

Un jour de plein soleil, il place son bâton verticalement, de telle sorte que l'ombre portée par la pyramide et celle portée par le bâton coïncident.

Ses assistants mesurent alors que l'ombre portée du bâton est de 1,20 mètres tandis que l'ombre portée de la pyramide est de 15 mètres. Modéliser la situation décrite par une figure géométrique puis, déterminer la hauteur de la pyramide.

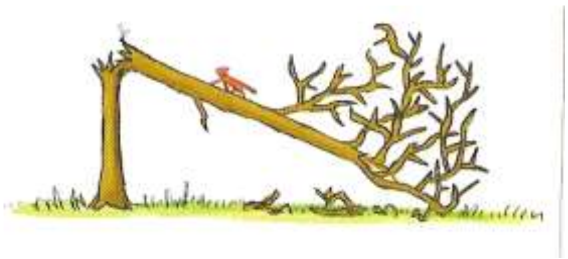
Situation 2



Du haut de ses 1,50 mètre, Thalès observe le fond d'un puit en se tenant à 1 mètre du bord comme l'indique le schéma ci-dessous. Le puit mesure 1,20 mètre de diamètre. Modéliser la situation décrite par une figure géométrique puis, déterminer la profondeur du puits.

Théorème de Pythagore

Situation 1

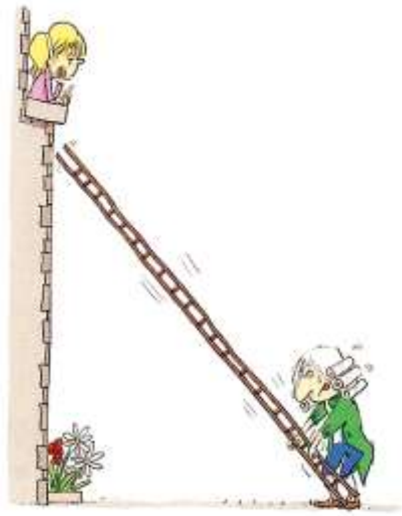


Lors d'une tempête, le tronc d'un arbre a été brisé à 5 mètres du sol. La cime de l'arbre repose désormais sur le sol à 12 mètres du tronc. Déterminer la hauteur totale de l'arbre avant la tempête.

Situation 2

Pour se rendre au Lycée un élève doit franchir les deux rues perpendiculaires d'un carrefour. La longueur du premier passage piéton est de 8 mètres, celle du deuxième passage piéton est de 6 mètres. Imprudent et pressé, cet élève décide de traverser le carrefour en diagonale afin de raccourcir son trajet. Quelle économie cet élève a ainsi réalisé ?

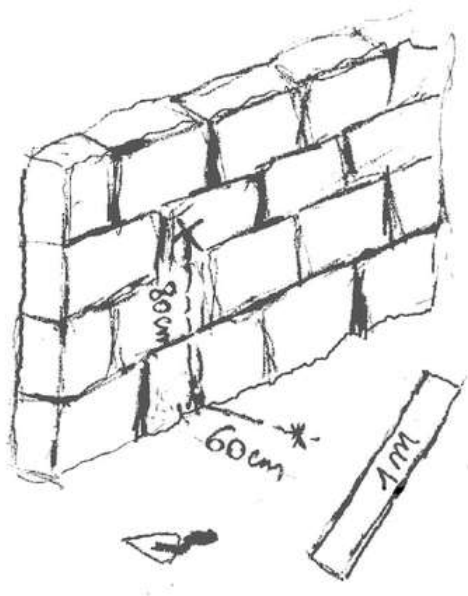
Situation 3



Roméo souhaite rejoindre, à l'aide d'une échelle de 17 mètres de long, le balcon de la chambre de Juliette situé à 15 mètres de hauteur. On suppose ici que le mur est perpendiculaire au sol. En déduire à quelle distance du mur Roméo doit déposer son échelle.

Réciproque du théorème de Pythagore

Situation 1



Un apprenti maçon a monté un mur en brique. Son patron arrive et souhaite vérifier son travail. Il marque un point B sur le mur, à 80 centimètres du sol. Il marque un point A sur le sol, à 60 centimètres du mur. Il mesure ensuite la distance qui sépare les points A et B et trouve 1 mètre. Qu'est-ce que le patron va dire à son apprenti ? Pourquoi ?

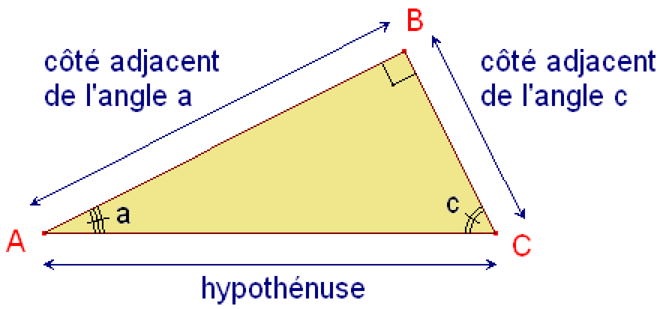
Situation 2

Les triplets de nombres proposés ci-dessous sont appelés triplets pythagoriciens : (3 ; 4 ; 5) (6 ; 8 ;10) (5 ; 12 ; 13). Expliquer pourquoi…

Cosinus d'un angle aigu

Dans un triangle rectangle, on définit le cosinus d'un l'angle aigu par la formule suivante :

$$\boxed{\text{Cosinus} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}}$$

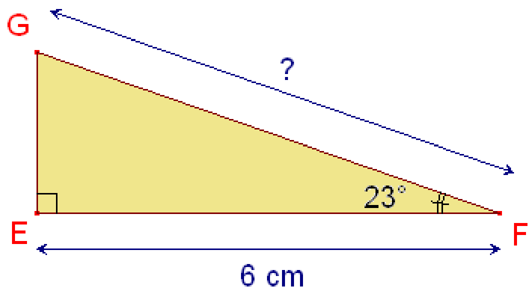


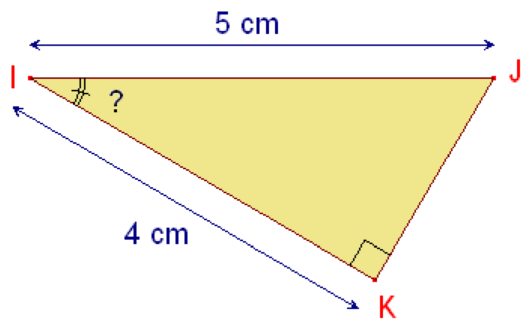
Ainsi dans le triangle tracé ci-dessus on a les deux égalités : $\cos(a) = \frac{AB}{AC}$ et $\cos(c) = \frac{BC}{AC}$.

Utilisation

Ces égalités permettent de déterminer dans une configuration géométrique une longueur à partir de la connaissance d'un angle ou inversement, de déterminer un angle à partir de la connaissance de certaines longueurs.

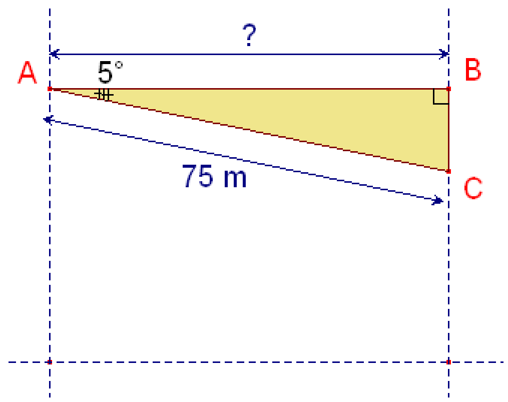
Application directe





Résolution d'un problème

Situation réelle



Modélisation

Dans un parc d'activités sportives, une épreuve consiste à rejoindre deux plateformes situées sur des arbres à l'aide d'une tyrolienne (poulie qui permet de glisser le long d'un câble).

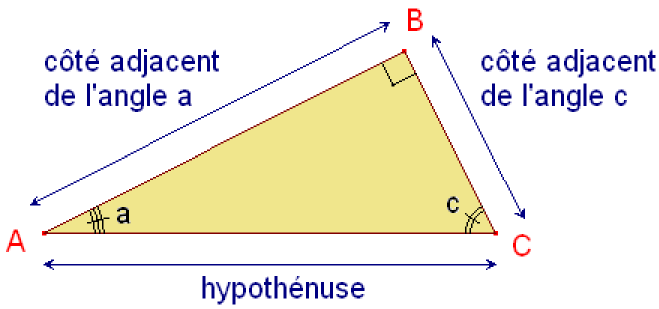
On sait que le câble mesure 75 mètres de long et qu'il fait un angle de 5 degrés avec l'horizontale.

Calculer, arrondi au centimètre près, la distance séparant les deux arbres.

Sinus d'un angle aigu

Dans un triangle rectangle, on définit le sinus d'un l'angle aigu par la formule suivante :

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

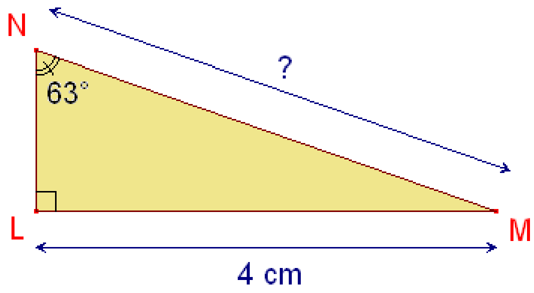


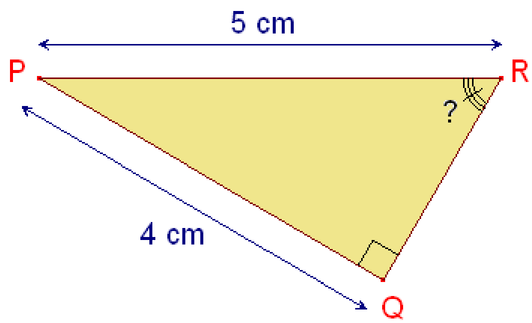
Ainsi dans le triangle tracé ci-dessus on a les deux égalités : $\sin(a) = \frac{BC}{AC}$ et $\sin(c) = \frac{AB}{AC}$.

Utilisation

Ces égalités permettent de déterminer dans une configuration géométrique une longueur à partir de la connaissance d'un angle ou inversement, de déterminer un angle à partir de la connaissance de certaines longueurs.

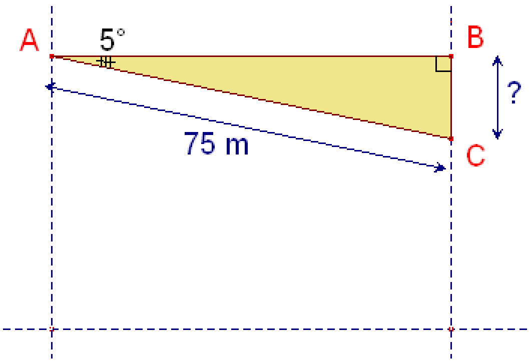
Application directe





Résolution d'un problème

Situation réelle



Modélisation

Dans un parc d'activités sportives, une épreuve consiste à rejoindre deux plateformes situées sur des arbres à l'aide d'une tyrolienne (poulie qui permet de glisser le long d'un câble).

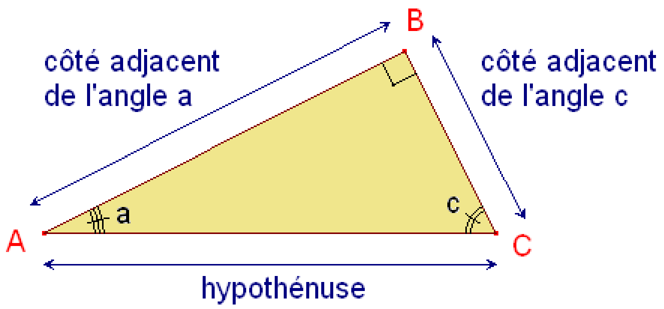
On sait que le câble mesure 75 mètres de long et qu'il fait un angle de 5 degrés avec l'horizontale.

Calculer, arrondi au centimètre près, le dénivelé qui sépare les deux plateformes.

Tangente d'un angle aigu

Dans un triangle rectangle, on définit la tangente d'un angle aigu par la formule suivante :

$$\boxed{\text{Tangente} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}}$$

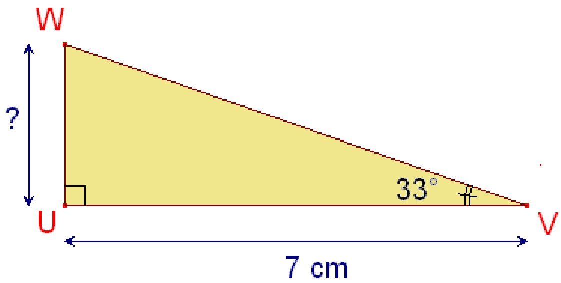


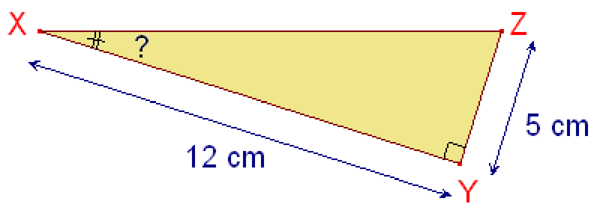
Ainsi dans le triangle tracé ci-contre on a les deux égalités : $\tan(a) = \dfrac{BC}{AB}$ et $\tan(c) = \dfrac{AB}{BC}$.

Utilisation

Ces égalités permettent de déterminer dans une configuration géométrique une longueur à partir de la connaissance d'un angle ou inversement, de déterminer un angle à partir de la connaissance de certaines longueurs.

Application directe

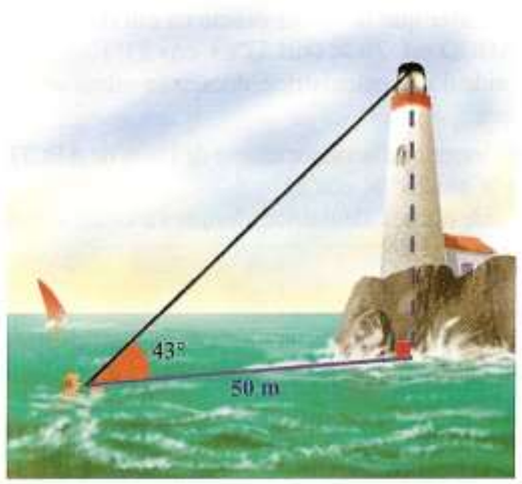




Résolution de problèmes

Une personne nage à 50 mètres d'un phare dont il voit le sommet sous un angle de 43°.

Déterminer, arrondie au décimètre près, la hauteur du phare.

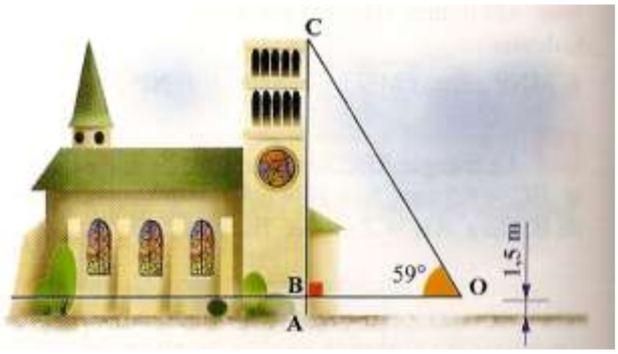


On souhaite mesurer la hauteur d'une cathédrale.

Un instrument de mesure est placé en O, à 1,5 mètre du sol et à 85 mètres de la cathédrale.

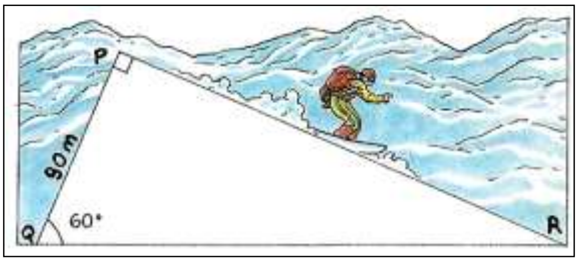
On obtient la mesure suivante : $BOC = 59°$.

Déterminer, arrondie au décimètre près, le hauteur de la cathédrale.

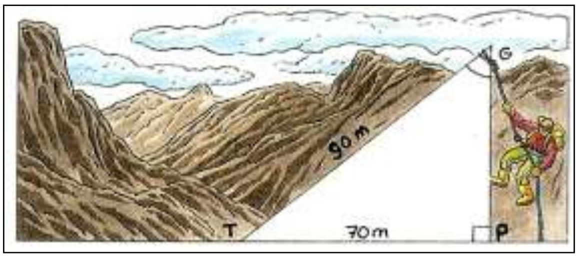


Exercices d'application directe

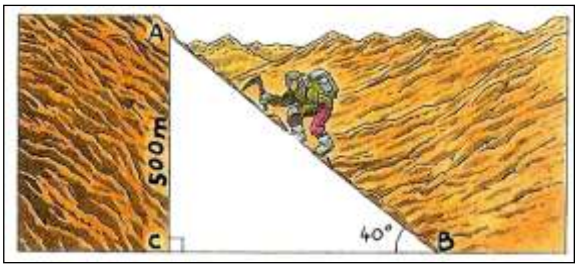
Observer attentivement les situations proposées ci-dessous puis répondre aux questions posées.



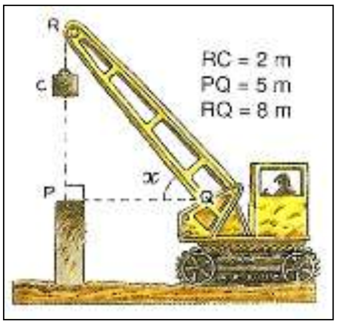
Situation 1



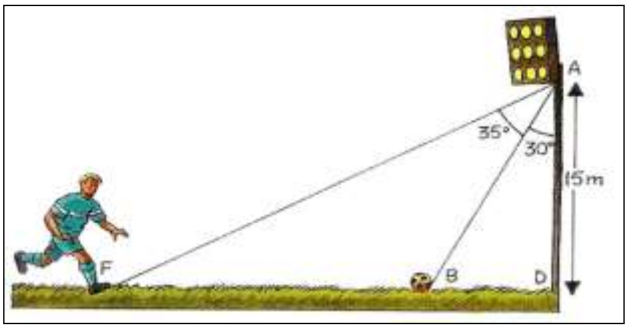
Situation 2



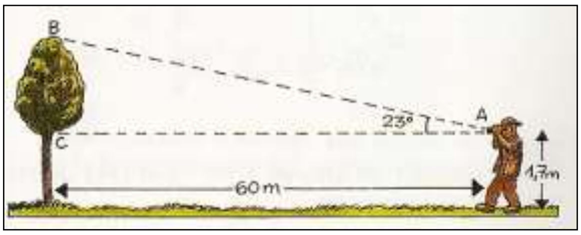
Situation 3



Situation 4



Situation 5



Situation 6

1. Situation 1 : déterminer la longueur PR.
   Le résultat sera arrondi au centimètre près.

2. Situation 2 : déterminer une mesure de l'angle PGT.
   Le résultat sera arrondi au degré près.

3. Situation 3 : déterminer la longueur AB.
   Le résultat sera arrondi au centimètre près.

4. Situation 4 : déterminer une mesure de l'angle PQR.
   Le résultat sera arrondi au degré près.

5. Situation 5 : déterminer la distance séparant le ballon du joueur.
   Le résultat sera arrondi au décimètre près.

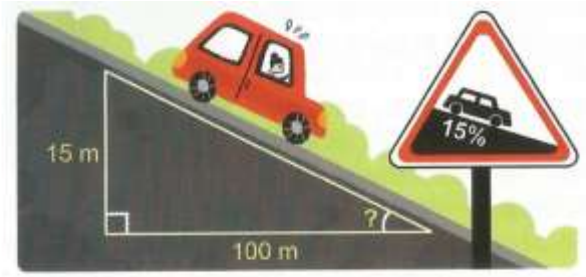
6. Situation 6 : déterminer la hauteur totale de l'arbre.
   Le résultat sera arrondi au décimètre près.

Des exercices pour s'entraîner

Exercice 1

Une descente de 15% signifie que pour un déplacement de 100 mètres on s'élève verticalement de 15 mètres.

Dans le cas d'une pente de 15%, quel angle la route fait-elle avec l'horizontale ? Justifier la réponse et arrondir au degré le plus proche.

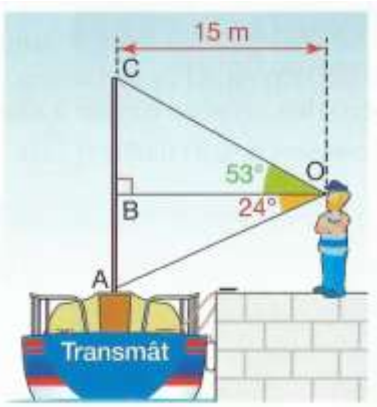


Exercice 2

Un marin est situé à 15 mètres du mat de son bateau. Il observe le pied du mat sous un angle de 24° et le haut du mat sous un angle de 53° comme l'indique la figure proposée ci-contre.

Quelle est la hauteur totale du mat ?

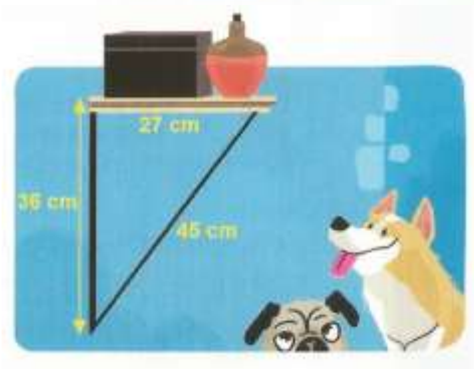
Justifier la réponse et arrondir au centimètre le plus proche.



Exercice 3

On considère la figure ci-contre représentant une étagère de 27 centimètres accrochée au mur à l'aide d'une tige de 45 centimètres. La tige est accrochée au mur 36 centimètres sous l'étagère.

Nous souhaitons savoir si dans cette configuration l'étagère est bien horizontale. Comment procéder ? La réponse sera justifiée.



Exercice 4

On considère la figure ci-contre représentant une table de camping dont les pieds [DE] et [CF] se coupent en A. On donne AD=30, AE=50, AC=25, AF= 40 centimètres.

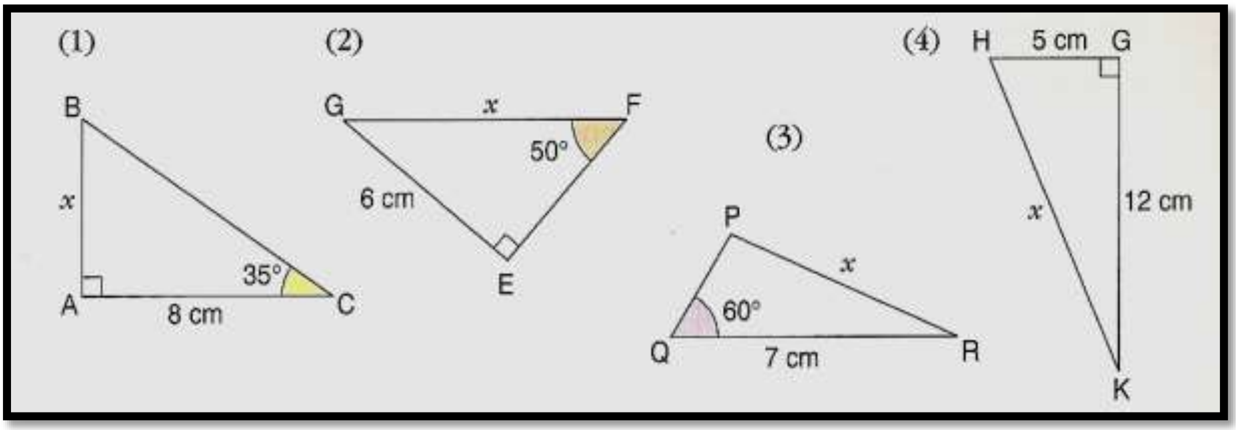
Le plateau (EF) de sa table est-il parallèle au sol (CD) sur lequel la table est posée ? Justifier la réponse. On décide de raccourcir le pied [AC] de 1 centimètre. Pourquoi ?

Exercice 5

On a représenté ci-après quatre triangles rectangles, pas forcément en vraie grandeur. Dans chaque cas, x désigne la longueur de l'un des côtés du triangle.

Le but de l'exercice est d'associer à chaque triangle la valeur de x arrondie au millimètre près.

Les quatre triangles rectangles et les propositions



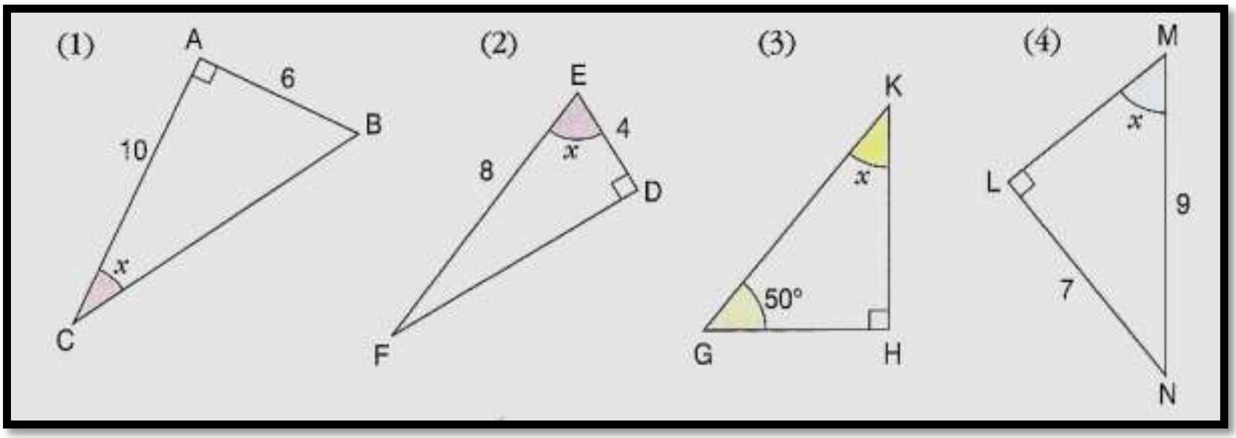
	A	B	C	D
Triangle 1	$x \simeq 5,6$	$x \simeq 5,7$	$x \simeq 11,4$	$x \simeq 11,5$
Triangle 2	$x \simeq 4,5$	$x \simeq 4,6$	$x \simeq 7,8$	$x \simeq 7,9$
Triangle 3	$x = 6$	$x \simeq 6,1$	$x = 8$	$x \simeq 8,1$
Triangle 4	$x = 10$	$x = 11$	$x = 12$	$x = 13$

Exercice 6

On a représenté ci-après quatre triangles rectangles, pas forcément en vraie grandeur. Dans chaque cas, x désigne la mesure de l'un des angles du triangle.

Le but de l'exercice est d'associer à chaque triangle la valeur de x arrondie au degré près.

Les quatre triangles rectangles et les propositions



	A	B	C	D
Triangle 1	$x \simeq 30°$	$x \simeq 31°$	$x \simeq 37°$	$x \simeq 53°$
Triangle 2	$x \simeq 26°$	$x \simeq 27°$	$x = 30°$	$x = 60°$
Triangle 3	$x = 130°$	$x = 50$	$x = 40$	$x = 30°$
Triangle 4	$x \simeq 51°$	$x \simeq 52°$	$x = 39°$	$x \simeq 38°$