

Énoncé du théorème

A , B et M sont trois points **alignés**. A , C et N sont trois points **alignés**.

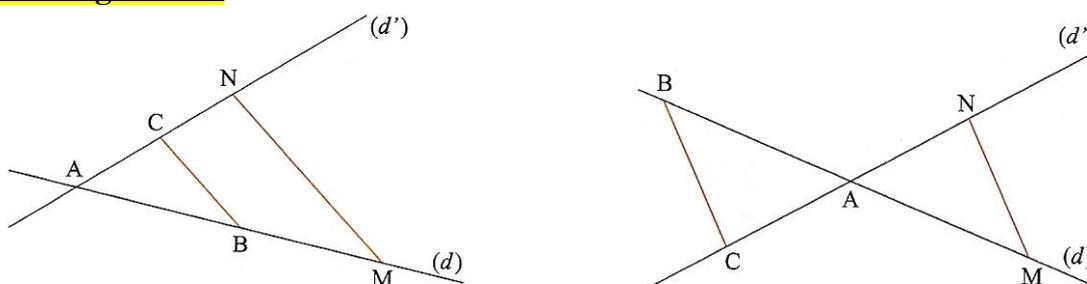
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles** alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Énoncé de la réciproque du théorème

A , B et M sont trois points **alignés**.

A , C et N sont trois points **alignés** dans le même ordre.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) sont **parallèles**.

Deux configurations**Utilisation du théorème et de sa réciproque**

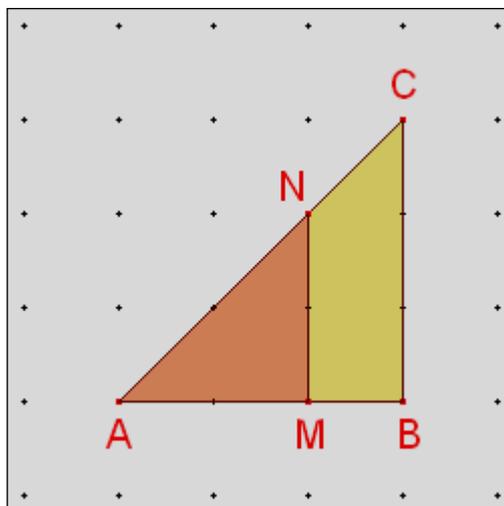
- Le **théorème de Thalès** permet, dans certaines configurations bien précises (trois points alignés, trois autres points alignés, deux droites parallèles), de **calculer des longueurs inconnues**.
- La **réciproque du théorème de Thalès** permet, dans certaines configurations bien précises (trois points alignés, trois autres points alignés dans le même ordre, deux rapports de longueurs égaux), de **démontrer que deux droites sont parallèles**.
- Remarque : lorsque **deux rapports sont différents**, les droites **ne sont pas** parallèles !

Agrandissement / réduction

Dans la configuration de Thalès ci-contre :

On dit que le triangle ABC est un **agrandissement** du triangle AMN . Toutes les longueurs sont multipliées par le **rapport d'agrandissement** k avec $k > 1$.

On dit que le triangle AMN est une **réduction** du triangle ABC . Toutes les longueurs sont multipliées par le **rapport de réduction** k avec $k < 1$.



Théorème de Pythagore

- Propriété : SI un triangle est **rectangle** ALORS le **carré** de la longueur **de l'hypoténuse** est égal à la **somme des carrés** des longueurs des **deux côtés de l'angle droit**.
- Remarque : cette propriété permet de **calculer la longueur de l'hypoténuse** d'un triangle rectangle lorsqu'on connaît la longueur des deux côtés de l'angle droit. Il suffit pour cela d'**utiliser directement** la relation (égalité) de Pythagore.
- Remarque : cette propriété permet également de **calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit** d'un triangle rectangle lorsqu'on connaît la longueur de l'hypoténuse et celle de l'autre côté de l'angle droit. Il suffit pour cela d'**effectuer une soustraction** après avoir établi la relation (égalité) de Pythagore.
- Remarque : cette propriété permet enfin de **démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle**, cela arrive lorsque la relation (égalité) de Pythagore **n'est pas vérifiée**.

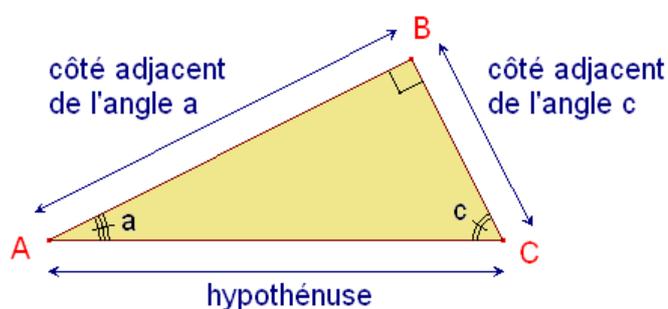
Réciproque du théorème de Pythagore

- Propriété : SI dans un triangle, le **carré** de la longueur **du plus grand côté** est égal à la **somme des carrés** des longueurs **des deux autres côtés** ALORS ce triangle est **rectangle** et admet pour hypoténuse le plus grand côté.

Cosinus d'un angle aigu

- Définition : dans un triangle rectangle, on définit le cosinus d'un l'angle aigu par :

$$\text{Cosinus} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

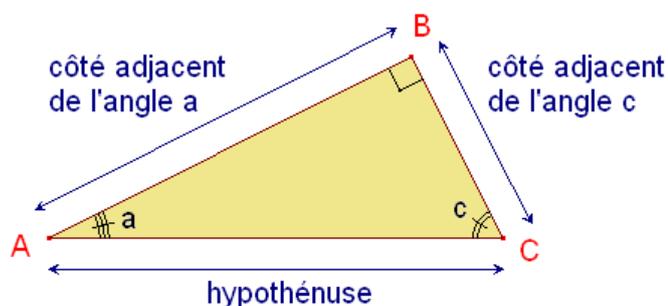


- Exemple : dans le triangle tracé ci-dessus on a : $\cos(a) = \frac{AB}{AC}$ et $\cos(c) = \frac{BC}{AC}$.

Sinus d'un angle aigu

- Définition : dans un triangle rectangle, on définit le sinus d'un l'angle aigu par :

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

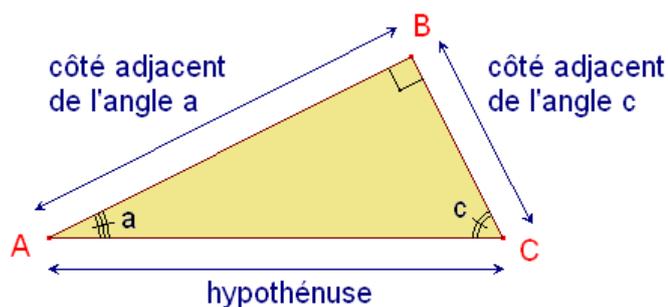


- Exemple : dans le triangle tracé ci-dessus on : $\sin(a) = \frac{BC}{AC}$ et $\sin(c) = \frac{AB}{AC}$.

Tangente d'un angle aigu

- Définition : dans un triangle rectangle, on définit la tangente d'un angle aigu par :

$$\text{Tangente} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$$



- Exemple : dans le triangle tracé ci-dessus on a : $\tan(a) = \frac{BC}{AB}$ et $\tan(c) = \frac{AB}{BC}$.

Plusieurs remarques importantes

- Remarque 1 : dans un triangle rectangle, le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours **compris entre 0 et 1**.
- Remarque 2 : dans un triangle rectangle, pour tout angle aigu de mesure x on a les **deux relations suivantes** : $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.
- Remarque 3 : un moyen mnémotechnique pour retenir les formules est SOHCAHTOA !
- Remarque 4 : vérifier toujours que votre calculatrice est bien **configurée en degrés** !

Calculer la mesure d'un côté dans un triangle rectangle

Pour déterminer la mesure d'un côté dans un triangle rectangle dont on connaît un angle aigu et la longueur d'un côté, il faut :

- Faire un schéma du triangle en précisant quels côtés sont l'hypoténuse, le côté opposé à l'angle connu et le côté adjacent à l'angle connu,
- Se demander ensuite quel est le côté cherché et quel est le côté connu,
- Ecrire une égalité entre le rapport qui fait intervenir ces deux côtés et la ligne trigonométrique (cosinus, sinus ou tangente) de l'angle aigu,
- Résoudre l'équation ainsi constituée dans laquelle l'inconnue est le côté cherché.

Déterminer la mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Pour déterminer la mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle dont on connaît les longueurs de deux côtés.

- Faire un schéma du triangle en précisant quels côtés sont l'hypoténuse, le côté opposé à l'angle connu et le côté adjacent à l'angle cherché,
- Se demander ensuite quels sont les deux côtés connus,
- Ecrire une égalité entre le rapport qui fait intervenir ces deux côtés et la ligne trigonométrique (cosinus, sinus ou tangente) de l'angle aigu,
- Résoudre l'équation ainsi constituée dans laquelle l'inconnue est l'angle cherché.