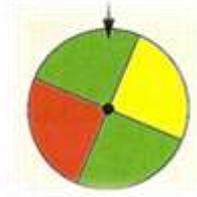


Probabilité d'un événement – Notation

Si A est un événement, $p(A)$ la probabilité que l'événement A se réalise.

La pièce de monnaieLe dé à six facesLa roue de loterie**Probabilité d'un événement – Premières propriétés**

- Une probabilité est un nombre **compris entre 0 et 1**.
- Un événement dont la probabilité est **nulle** est un **événement impossible**.
- Un événement dont la probabilité est **égale à 1** est un **événement certain**.
- La **somme** des probabilités de tous les **événements élémentaires** est égale à 1.

Plusieurs situations pour s'entraîner

Dans les six exercices ci-dessous, les probabilités seront proposées sous la forme d'une fraction.

1. On lance un dé équilibré à six faces et on regarde le nombre inscrit sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ? Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?
2. On lance un dé équilibré à six faces sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « ORANGE » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?
3. On lance un dé équilibré à six faces sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « CITRON » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ? Une consonne ?
4. On lance un dé équilibré à six faces sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « ANANAS » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre A ? Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre N ? Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre S ?
5. On lance un dé équilibré à huit faces (octaèdre) sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « CHOCOLAT » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre O ? Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ? Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?
6. Un jeu de 32 cartes est constitué de 4 familles : « Cœur », « Carreau », « Pique » et « Trèfle », et chaque famille est constitué de 8 cartes : « As », « Roi », « Dame », « Valet », « Dix », « Neuf », « Huit » et « Sept ». On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir un Trèfle ? Quelle est la probabilité d'obtenir un Roi ? Quelle est la probabilité d'obtenir un Roi de Trèfle ?

D'autres situations pour continuer

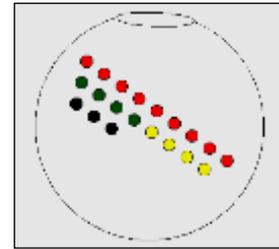
1. On considère une urne contenant les boules bicolores proposées ci-contre. On tire une boule au hasard et on regarde le nombre et la couleur. A-t-on plus de chance d'obtenir un impair rouge ou d'obtenir un pair vert ? Justifier la réponse.



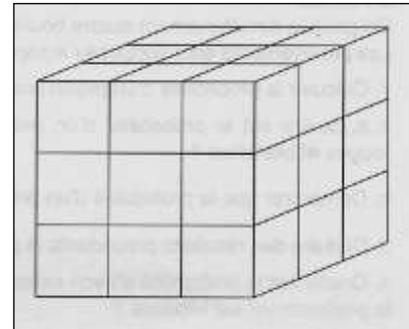
2. On considère une urne contenant les boules bicolores proposées ci-contre. On tire une boule au hasard puis on regarde la lettre et la couleur. A-t-on plus de chance d'obtenir une consonne rouge ou d'obtenir une consonne verte ?



3. Un sac contient 20 jetons unicolores : 9 jetons rouges, 4 jetons verts, 4 jetons jaunes et 3 jetons noirs. Quelle est la probabilité de tirer un jeton de couleur rouge ? Quelle est la probabilité de tirer un jeton de couleur verte ? Quelle est la probabilité de tirer un jeton de couleur jaune ? Quelle est la probabilité de tirer un jeton de couleur noire ? Quels commentaires peut-on faire sur les quatre probabilités ainsi obtenues ?



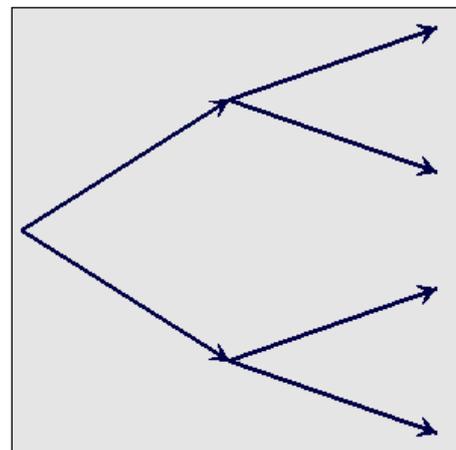
4. On peint la surface extérieure d'un cube. On le découpe et on place les 27 petits cubes dans un sac. Quelle est la probabilité de tirer un petit cube dont aucune des faces n'a été peinte ? Quelle est la probabilité de tirer un petit cube du sac dont une seule face a été peinte ? Quelle est la probabilité de tirer un petit cube du sac dont deux faces ont été peintes ? Quelle est la probabilité de tirer un petit cube du sac dont trois faces ont été peintes ?

**Lorsque deux pièces tombent**

Lors de la chute de deux pièces sur le sol, trois situations sont possibles. Ou bien les deux pièces sont tombées sur « Pile », ou bien les deux pièces sont tombées sur « Face », ou bien une pièce est tombée sur « Pile » et l'autre est tombée sur « Face ».

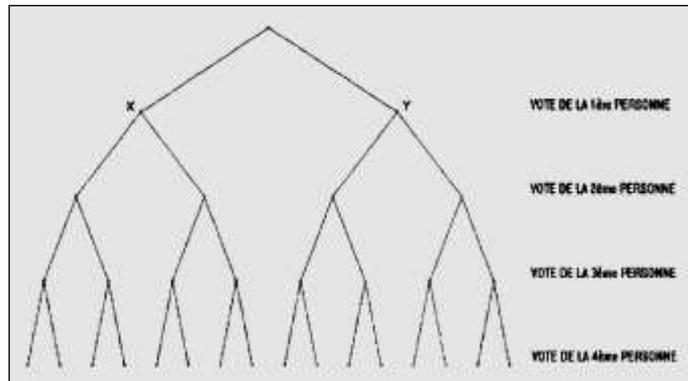
On se demande quelle est la position la plus probable ?

Répondre précisément à la question posée en complétant l'arbre des probabilités proposé ci-contre.



Lors d'une élection

Quatre personnes votent pour élire un candidat parmi deux : Xavier ou Yves. Un candidat ne sera élu au premier tour que s'il obtient la majorité absolue c'est à dire : « au moins trois voix ». Chacun des votants doit voter pour un seul des deux candidats. Après avoir recopié et complété l'arbre des probabilités proposé ci-contre, calculer la probabilité pour que le candidat Xavier soit élu au premier tour.



La somme de deux dés

On lance deux dés équilibrés à six faces et on calcule la **somme** de leurs faces supérieures. Recopier et compléter le tableau à double entrée proposé ci-contre.



- Est-il plus probable d'obtenir comme résultat deux ou douze ?
- Est-il plus probable d'obtenir comme résultat quatre ou cinq ?
- Quel résultat a-t-on le plus de chance d'obtenir ?
- Est-il plus probable d'obtenir un pair ou un impair ?

		dé vert					
	+	1	2	3	4	5	6
dé bleu	1						
	2						
	3		4				
	4						
	5						
	6						

Le produit de deux dés

On lance deux dés équilibrés à six faces et on calcule le **produit** de leurs faces supérieures. Recopier et compléter le tableau à double entrée proposé ci-contre.



- Est-il plus probable d'obtenir un pair ou un impair ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de trois ? Un multiple de cinq ? Un multiple de sept ? Un nombre premier ?
- Quel résultat est le plus probable ?

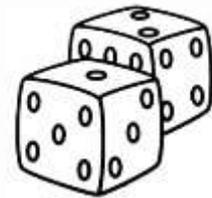
Produit	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5			15			
6						

Avec deux pièces

« On lance trois fois de suite une pièce de monnaie. On décide que le résultat de cette expérience est égal au nombre de fois où la pièce tombe sur pile moins le nombre de fois où la pièce tombe sur face ». Reproduire et compléter l'arbre des probabilités et indiquer toutes les éventualités possibles. Quelle est la probabilité pour que le résultat soit égal à $+3$? $+1$? -1 ? -3 ? Dans ce jeu on ne gagne que si pile sort plus de fois que face. Quelle est la probabilité de gagner ?

Avec deux dés

On lance deux dés et on s'intéresse à la somme des deux résultats obtenus. Déterminer l'univers de cette expérience aléatoire. Réfléchir à un mode de représentation de cet univers. Est-il préférable de parier sur « obtenir six » ou « obtenir sept » ? Expliquer de manière précise votre raisonnement.

**Avec deux dés**

Ali Baba lance deux fois un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Il appelle S la somme des résultats. La porte donnant sur la grotte ne s'ouvre que si S est un nombre divisible par 6. Quelle est la probabilité que la porte s'ouvre ?

Avec quatre lettres

Dans une boîte on place quatre cartons portant chacun une des lettres T , O , M et E . On tire au hasard un carton et on le pose à l'endroit à côté de la boîte. On recommence l'opération deux autres fois et, à chaque nouveau tirage, on place la lettre tirée à droite de la précédente. On obtient ainsi un mot de trois lettres (il n'est pas nécessaire que ce mot figure dans le dictionnaire).

1. Combien de mots peut-il ainsi former ? Déterminer la probabilité d'obtenir le mot « *MET* ».
2. On note A l'événement « le mot commence par une consonne » et B l'événement « le mot obtenu comporte une voyelle en son milieu ». Calculer la probabilité de l'événement A . Calculer la probabilité de l'événement B . Calculer la probabilité pour que le mot commence par une consonne et comporte une voyelle en son milieu.

Le digicode

A l'entrée d'un immeuble, un digicode commande l'ouverture de la porte. Le code d'ouverture est composé d'une lettre A , B ou C suivie d'un chiffre 1, 2 ou 3.



1. Combien y a-t-il de codes possibles ? Pourriez-vous tous les énumérer ? Vous utiliserez un arbre.
2. Anna compose le code $A1$. Quelle est la probabilité que la porte s'ouvre ?
3. En tapant le code $A1$, Anna s'est trompé à la fois de lettre et de chiffre. Elle change donc ses choix. Quelle probabilité a-t-elle de trouver le bon code à son deuxième essai ?

Numéros et couleurs

On tire une boule au hasard dans le sac proposé ci-contre. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ? Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ? Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche portant le numéro 2 ? Quelle est la probabilité de tirer un numéro impair ? Quelle est la probabilité de tirer un nombre premier ? Les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.



Avec ou sans lunettes

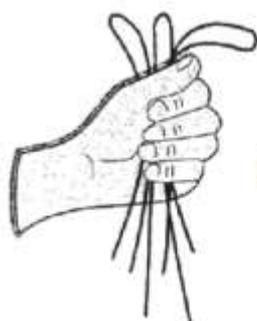
Après avoir reçu et interrogé les élèves d'une même classe, l'infirmière scolaire dresse le tableau à double entrée proposé ci-contre.

	Porte des lunettes	Ne porte pas de lunettes
Fille	3	15
Garçon	7	5

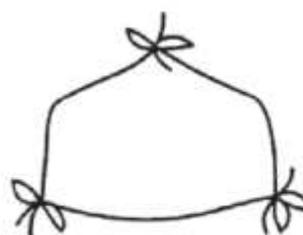
On choisit un élève au hasard dans cette classe. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ? Quelle est la probabilité que l'élève porte des lunettes ? Quelle est la probabilité que ce soit une fille qui porte des lunettes ? Les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

Avec trois brins d'herbe

Dans certaines régions rurales de Russie, on prévoyait les mariages de la manière suivante : une jeune fille tenait dans sa main 3 longs brins d'herbe repliés en deux, dont les six extrémités dépassaient sous sa main (dessin 1). Une autre jeune fille nouait au hasard les extrémités deux par deux. Si le résultat formait une seule boucle fermée (dessin 2), c'est que la jeune fille qui nouait les brins d'herbe allait se marier dans l'année. Déterminer la probabilité que cette fille se marie.



Dessin 1



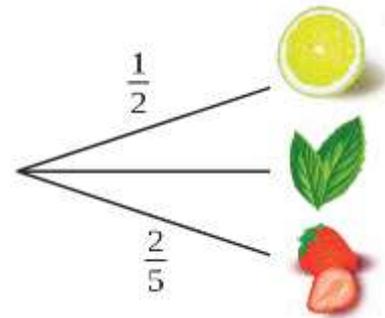
Dessin 2

Résultats possibles	Liens	Schémas des boucles ouvertes
{12} {34} {56}		
{12} {35} {46}		
{12} {36} {45}		
{13} {24} {56}		
{13} {25} {46}		
{13} {26} {45}		
{14} {23} {56}		

{14} {25} {36}		
{14} {26} {35}		
{15} {23} {46}		
{15} {24} {36}		
{15} {26} {34}		
{16} {23} {45}		
{16} {24} {35}		
{16} {25} {34}		

Exercice 1

Un sac opaque contient des bonbons au citron, à la menthe et à la fraise. Quand on tire un bonbon au hasard, on a une chance sur deux de prendre un bonbon au citron et deux chances sur cinq de prendre un bonbon à la fraise.



Déterminer la probabilité de prendre un bonbon à la menthe. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 2

Une classe de troisième est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres demi-pensionnaires. Le tableau ci-contre donne la composition de la classe.

	Garçons	Filles	Total
Externes		3	
DP	9	11	
Total			25

1. Compléter les cases vides de ce tableau.
2. On choisit au hasard un élève de cette classe. Déterminer la probabilité que cet élève soit un garçon. Déterminer la probabilité que cet élève soit externe. Déterminer la probabilité que cet élève soit un garçon externe. Donner les résultats sous la forme d'une fraction.

Exercice 3

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes.

On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.

Exemple : en tirant la boule **1** de l'urne D et ensuite la boule **5** de l'urne U, on forme le nombre 15.

Le schéma montre deux urnes. L'urne D, à gauche, contient trois boules numérotées 2, 3 et 1. L'urne U, à droite, contient quatre boules numérotées 2, 6, 5 et 3.

1. A l'aide d'un arbre, déterminer le nombre d'issues possibles.
2. A-t-on plus de chance de former un nombre pair ou un nombre impair ? Justifier.
3. Déterminer, sous forme irréductible, la probabilité de former un nombre premier.
4. Déterminer, sous forme irréductible, la probabilité de former un multiple de cinq.
5. Définir un événement dont la probabilité est égale à une chance sur trois.

Exercice 4

Un sac opaque contient 120 boules toutes indiscernables au toucher, dont 30 sont bleues. Les autres boules sont rouges ou vertes.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On tire une boule au hasard, on regarde sa couleur, on repose la boule dans le sac et on mélange.

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?
2. On donne une information supplémentaire : la probabilité de tirer une boule rouge est égale à 0,4. En déduire le nombre de boules rouges dans le sac. Déterminer la probabilité de tirer une boule verte. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 5

Un restaurant propose sept variétés de pizzas, voici leur carte :

- Marguerite : tomate, fromage
- Reine : tomate, jambon, champignons, fromage
- Napolitaine : tomate, anchois, fromage
- Complète : tomate, jambon, œuf, champignons, fromage
- Créole : tomate, saucisse, fromage
- Piton des Neiges : Crème, jambon, pomme de terre, champignons
- Fournaise : Crème, chorizo, fromage

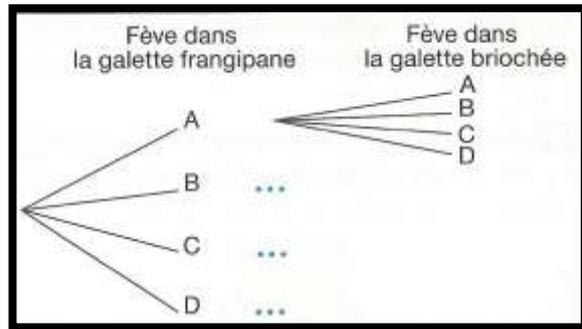


1. Je commande une pizza au hasard. Quelle est la probabilité qu'il y ait des tomates dedans ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Je commande au hasard une pizza à la tomate. Quelle est la probabilité qu'il y ait des champignons dedans ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
3. Je commande au hasard une pizza au fromage. Quelle est la probabilité qu'il y ait des champignons dedans ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
4. Je commande au hasard une pizza à la crème. Quelle est la probabilité qu'il y ait des champignons dedans ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 6

Partie A

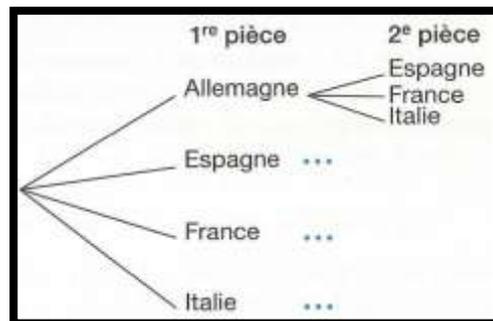
Anissa, Baptiste, Coralie et Dylan mangent deux galettes des rois (une à la frangipane et l'autre briochée) qui contiennent chacune une fève. Les quatre amis partagent chaque galette en quatre parts égales et mangent tous une part de chaque galette. On s'intéresse à la répartition des fèves entre les quatre amis.



1. Recopier et compléter l'arbre proposé ci-dessus.
2. Quelle est la probabilité qu'Anissa ait les deux fèves ? Quelle est la probabilité qu'Anissa ait une seule fève ? Quelle est la probabilité qu'Anissa n'ait aucune fève ?

Partie B

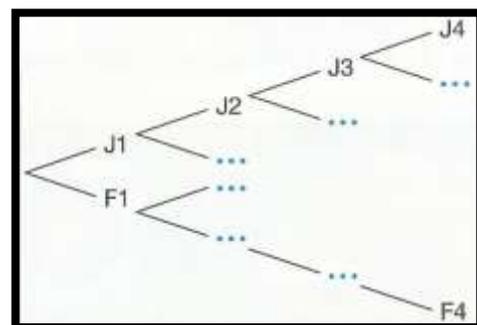
Julien a dans sa poche quatre pièces de un euro : une provenant d'Allemagne, une d'Espagne, une de France et une d'Italie. Il prend au hasard une première pièce de sa poche puis, sans la remettre, en prend une deuxième et observe les deux pièces.



1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre.
2. Quelle est la probabilité que Julien ait deux pièces venant de France ? Quelle est la probabilité que Julien ait une pièce venant de France ? Quelle est la probabilité que Julien n'ait pas de pièce venant de France ?

Partie C

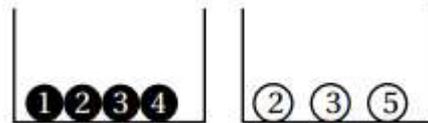
Un contrôle surprise comporte 4 questions. Pour chacune d'elles, le professeur propose deux réponses : l'une est juste et l'autre est fautive. Un élève n'ayant pas appris sa leçon répond au hasard aux quatre questions.



1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre.
2. Le professeur attribue la mention « Très bien » lorsque les quatre réponses sont justes, la mention « Bien » lorsque trois réponses sont justes, la mention « Passable » dans tous les autres cas. Quelle est la probabilité que cet élève ait la mention « Très bien » ? Quelle est la probabilité que cet élève ait la mention « Bien » ? Quelle est la probabilité que cet élève ait la mention « Passable » ?

Des calculs faits dans un tableur

On considère l'expérience aléatoire suivante :



- tirer au hasard une boule noire
- tirer au hasard une boule blanche,
- Calculer la somme des 2 numéros.

On a simulé l'expérience avec un tableur, en utilisant la fonction ALEA() pour obtenir les numéros des boules tirées au hasard.

	A	B	C	D
1	Expé- rience	Numéro de la boule noire	Numéro de la boule blanche	Somme
2	n° 1	4	2	6
3	n° 2	1	2	3
4	n° 3	2	3	5
5	n° 4	3	3	6
6	n° 5	3	5	8
7	n° 6	4	3	7

1. Quelle formule a été saisie dans la cellule D2 avant d'être étirée ?
2. Quelles sont toutes les valeurs possibles pour la somme ? Justifier.

Sur une seconde feuille de calcul, on a copié les résultats obtenus avec 50 expériences, avec 1 000 expériences, avec 5 000 expériences et on a calculé les fréquences des différentes sommes.

3. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule H3 pour compléter la case ?
4. Les fréquences d'apparition de chaque somme se stabilisent-elles ?
Quelle est la probabilité d'apparition de chaque somme ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Somme	3	4	5	6	7	8	9	effectif total
2	effectif	5	10	9	8	8	8	2	50
3	fréquence	0,1	0,2	0,18	0,16	0,16	0,16		
4									
5	Somme	3	4	5	6	7	8	9	effectif total
6	effectif	79	161	167	261	166	72	94	1 000
7	fréquence	0,079	0,161	0,167	0,261	0,166	0,072	0,094	
8									
9	Somme	3	4	5	6	7	8	9	effectif total
10	effectif	405	844	851	1221	871	410	398	5 000
11	fréquence	0,081	0,1688	0,1702	0,2442	0,1742	0,082	0,0796	

Des calculs faits dans un tableur – Suite

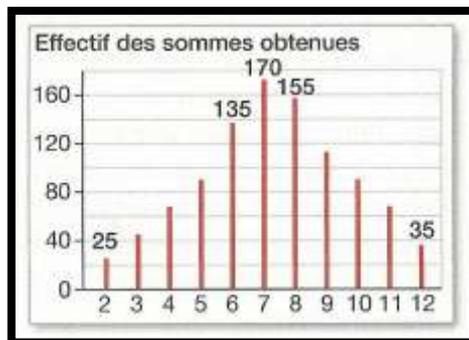
Tom lance cinquante fois deux dés à six faces parfaitement équilibrés. Il note dans une feuille de calcul les sommes obtenues à chaque lancer. Il obtient le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	somme obtenue	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	total
2	nombre d'apparitions	3	1	4	6	9	9	7	3	5	3	0	50
3	fréquence d'apparition	0,06											

1. Quelle formule a-t-il rentré dans la cellule M2 pour obtenir le nombre total de lancers ?
2. Quelle formule doit-il rentrer dans la cellule B3 pour obtenir la fréquence d'apparition ?
3. Quelqu'un déduit de ce tableau que la probabilité d'obtenir la somme 12 est nulle. A-t-il raison ? Expliquer pourquoi.

Des probabilités et des fréquences

On a lancé **mille fois** deux dés équilibrés classiques, un dé vert et un dé rouge, et on a relevé la somme des deux résultats obtenus sur chaque face. Le diagramme en bâton proposé ci-contre représente les effectifs des sommes obtenues au cours de ces **mille lancers**.



1. Calculer à l'aide de ce graphique la fréquence d'apparition de la somme « 7 » et la fréquence d'apparition de la somme « 2 ».
2. Compléter le tableau à double entrée proposé ci-contre et déterminer la probabilité d'obtenir la somme « 7 » et la probabilité d'obtenir la somme « 2 ».
3. Les résultats obtenus à la question 1 sont-ils identiques aux résultats obtenus à la question 2 ? Est-ce normal ? Sauriez-vous expliquer **brièvement** pourquoi ?

Somme		Dé rouge					
		1	2	3	4	5	6
Dé vert	1	2	3	4	5	6	7
	2	3					
	3						
	4						
	5						
	6						

4. La feuille de calcul ci-dessous présente les différentes sommes obtenues lors des 1000 lancers de deux dés, le nombre de fois et la fréquence d'apparition de telle ou telle somme au cours des 1000 lancers.

- A l'aide du diagramme en bâtons compléter les cellules B2, F2, G2, H2 et L2.
- Quelle formule doit-on rentrer dans la cellule M2 pour obtenir le total des lancers ? Compléter cette cellule.
- Quelle formule doit-on rentrer dans la cellule G3 pour obtenir la fréquence d'apparition de la somme 7 ? Compléter toutes les cases de la ligne 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
2	Effectif		45	70	90				115	90	70		
3	Fréquence												

Avec des algorithmes

Partie A

Dans le programme A, lorsque le drapeau vert est cliqué, quelle est la probabilité que le chat dise un nombre premier ?

```

quand drapeau vert est cliqué
mettre nombre à nombre aléatoire entre 1 et 20
dire nombre pendant 2 secondes
    
```

Programme A

Partie B

Dans le programme B, lorsque le drapeau vert est cliqué, quelle est la probabilité que le chat dise « 1 » ?

```

quand drapeau vert est cliqué
mettre nombre à nombre aléatoire entre 1 et 15
si nombre < 5 ou nombre = 5 alors
mettre A à 1
sinon
mettre A à 0
dire A pendant 2 secondes
    
```

Programme B

Partie C

Dans le programme C, lorsque le drapeau vert est cliqué, quelle est la probabilité que le chat dise « 7 » ?

```

quand drapeau vert est cliqué
mettre nombre1 à nombre aléatoire entre 1 et 6
mettre nombre2 à nombre aléatoire entre 1 et 6
mettre Somme à nombre1 + nombre2
dire Somme pendant 2 secondes
    
```

Programme C / Programme D

Partie D

Dans le programme D, lorsque le drapeau vert est cliqué, quelle est la probabilité que le chat dise que ses deux enfants sont des filles ?



```

quand drapeau vert est cliqué
mettre nombre1 à nombre aléatoire entre 1 et 2
si nombre1 = 1 alors
dire Mon premier enfant est une fille. pendant 2 secondes
sinon
dire Mon premier enfant est un garçon. pendant 2 secondes
mettre nombre2 à nombre aléatoire entre 1 et 2
si nombre2 = 1 alors
dire Mon deuxième enfant est une fille. pendant 2 secondes
sinon
dire Mon deuxième enfant est un garçon. pendant 2 secondes
    
```

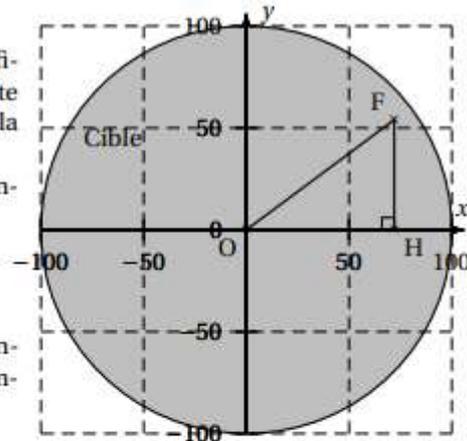
Un exercice du brevet

Dans tout l'exercice l'unité de longueur est le mm.

On lance une fléchette sur une plaque carrée sur laquelle figure une cible circulaire (en gris sur la figure). Si la pointe de la fléchette est sur le bord de la cible, on considère que la cible n'est pas atteinte.

On considère que cette expérience est aléatoire et l'on s'intéresse à la probabilité que la fléchette atteigne la cible.

- La longueur du côté de la plaque carrée est 200.
- Le rayon de la cible est 100.
- La fléchette est représentée par le point F de coordonnées $(x; y)$ où x et y sont des nombres aléatoires compris entre -100 et 100 .



1. Dans l'exemple ci-dessus, la fléchette F est située au point de coordonnées $(72; 54)$.
Montrer que la distance OF, entre la fléchette et l'origine du repère est 90.
2. D'une façon générale, quel nombre ne doit pas dépasser la distance OF pour que la fléchette atteigne la cible?
3. On réalise un programme qui simule plusieurs fois le lancer de cette fléchette sur la plaque carrée et qui compte le nombre de lancers atteignant la cible. Le programmeur a créé trois variables nommées :
carré de OF, distance et score.

```

Quand [drapeau] est cliqué
mettre score à 0
répéter 120 fois
  aller à x: nombre aléatoire entre -100 et 100 y: nombre aléatoire entre -100 et 100
  mettre Carré de OF à abscisse x * abscisse x + [ ]
  mettre distance à racine de [ ]
  si distance < [ ] alors
    ajouter à score 1
  
```

- a. Lorsqu'on exécute ce programme, combien de lancers sont simulés?
 - b. Quel est le rôle de la variable **score**?
 - c. Compléter et recopier sur la copie uniquement les lignes 5, 6 et 7 du programme afin qu'il fonctionne correctement.
 - d. Après une exécution du programme, la variable **score** est égale à 102.
À quelle fréquence la cible a-t-elle été atteinte dans cette simulation?
Exprimer le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
4. On admet que la probabilité d'atteindre la cible est égale au quotient : aire de la cible divisée par aire de la plaque carrée.
Donner une valeur approchée de cette probabilité au centième près.