Expérience aléatoire

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont les résultats, non tous identiques, sont prévisibles mais dont **on ne sait pas à l'avance lequel va se produire**.

- Les **résultats possibles** de l'expérience sont **appelées** les issues possibles.

Exemple 1 : Les issues du lancer d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.

Notion d'événement

- Un **événement** est une caractéristique qui sera vérifiée (ou non) lors d'une expérience aléatoire. Lorsque c'est le cas on dit que l'événement est réalisé. Mathématiquement, un événement est une **partie de l'ensemble de toutes les issues possibles** d'une expérience aléatoire.

Exemple 2 : Lors du jet d'un dé à six faces, l'événement : « le nombre sorti est compris entre 2 et 4 » est réalisé par les trois issues : « le 2 est sorti » ; « le 3 est sorti » et « le 4 est sorti ».

- Un événement est **élémentaire** lorsque **une seule issue le réalise**.

- Un événement **jamais réalisé** est un événement **impossible**.

- Un événement **toujours réalisé** est un événement **certain**.

- L'événement **contraire** d'un événement A est celui qui se réalise **lorsque A n'est pas réalisé**.

- Deux événements sont **incompatibles** lorsqu'ils ne peuvent **pas être réalisés en même temps**.

Exemple 3 : Dans le tirage d'une carte au hasard dans un jeu classique de 32 cartes :
- L'événement : « le roi de cœur est tiré » est un événement élémentaire.
- L'événement : « un trois est tiré » est un événement impossible.
- L'événement : « une carte du jeu est tirée » est un événement certain.
- L'événement contraire de : « le 10 de cœur est tiré » est : « le 10 de cœur n'est pas tiré ».
- Un événement non élémentaire est par exemple : « un as est tiré ».
- Deux événements incompatibles sont par exemple : « un roi est tiré » et « un 10 est tiré ».

Notion de probabilité

- Lors d'une expérience aléatoire répétée n fois, on compte le nombre de fois où l'événement A est réalisé. Lorsque le nombre n d'expériences **devient grand**, la fréquence d'apparition de A tend à se **stabiliser** autour d'un nombre particulier, que l'on appelle **probabilité de A**.

Exemple 1 : En lançant une pièce non truquée un très grand nombre de fois, on constate que l'on obtient « pile » quasiment une fois sur deux. Autrement dit, la fréquence d'apparition de « pile est sorti » se rapproche de $\frac{1}{2}$. On dit que la probabilité de l'événement « pile est sorti » est $\frac{1}{2} = 0,5$.

- La probabilité d'un événement est un **nombre compris entre 0** (l'événement est impossible) **et 1** (l'événement est certain).

- La probabilité d'un événement est la **somme** des probabilités des **événements élémentaires qui le réalisent**.

- La somme des probabilités de **tous les événements élémentaires** possibles d'une expérience aléatoire **est égale à 1**.

Exemple 2 : Dans un jeu classique de 32 cartes, l'événement : « tirer un as ou un trèfle » est réalisé lors d'une des 11 issues : as de cœur, as de pique, as de carreau, as de trèfle et les sept autres trèfles. Il y a donc onze fois 1 chance sur 32 de tirer un as ou un trèfle, soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.

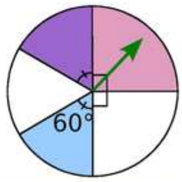
- Une **situation d'équiprobabilité** est une expérience où toutes les issues ont la **même chance de se produire**. En cas d'équiprobabilité, une probabilité se calcule en divisant le **nombre d'issues favorables** par le **nombre d'issues possibles**.

Deux exemples

Exemple 1 : On fait tourner la roue ci-contre où la flèche verte est fixe. Si la roue s'arrête sur une partie blanche, on gagne.

a. Quelle est la probabilité que cela se produise ?

b. Quelle est la probabilité que l'on perde ?



a. La probabilité que la roue s'arrête en face de la flèche verte est proportionnelle à l'angle du secteur. Sachant que si l'on regarde la probabilité que : « la roue s'arrête quelque part sur le disque » est de 1 et que cela correspond à un angle de 360°, on peut dresser le tableau de proportionnalité suivant.

Angle	360°	90°	60°
Probabilité	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

Et donc $p(\text{gagner}) = p(\text{blanc}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$.

b. L'événement : « perdre » est réalisé par les issues : « la flèche s'arrête sur le bleu, le rose ou le violet ».

Ainsi $p(\text{perdre}) = p(\text{bleu}) + p(\text{rose}) + p(\text{violet})$.

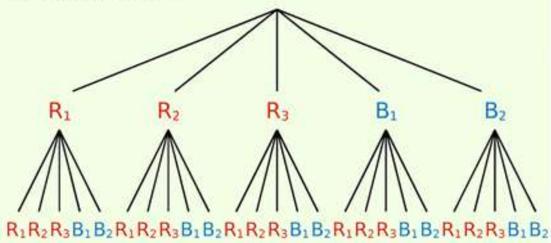
Ou encore, $p(\text{perdre}) + p(\text{gagner}) = 1$ donc $p(\text{perdre}) = 1 - p(\text{gagner}) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$.

Exemple 2 : Dans une urne, il y a trois boules rouges (R) et deux boules bleues (B). On tire successivement et avec remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

On peut représenter cette expérience aléatoire par un tableau à double entrée.

		Deuxième tirage				
		R_1	R_2	R_3	B_1	B_2
Premier tirage	R_1	(R_1,R_1)	(R_1,R_2)	(R_1,R_3)	(R_1,B_1)	(R_1,B_2)
	R_2	(R_2,R_1)	(R_2,R_2)	(R_2,R_3)	(R_2,B_1)	(R_2,B_2)
	R_3	(R_3,R_1)	(R_3,R_2)	(R_3,R_3)	(R_3,B_1)	(R_3,B_2)
	B_1	(B_1,R_1)	(B_1,R_2)	(B_1,R_3)	(B_1,B_1)	(B_1,B_2)
	B_2	(B_2,R_1)	(B_2,R_2)	(B_2,R_3)	(B_2,B_1)	(B_2,B_2)

On peut aussi dessiner un arbre de dénombrement.



Il y a au total 25 issues possibles. L'événement « les deux boules sont de même couleur » est réalisé par 13 issues. La probabilité d'avoir deux boules de même couleur est donc de $\frac{13}{25}$.