Un tableau

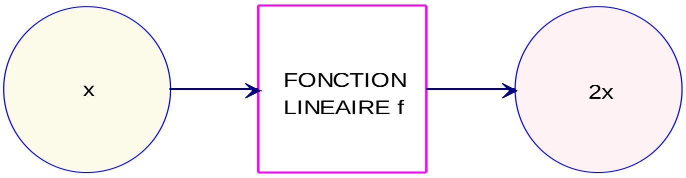
1. Des fruits sont vendus 2 euros par kilogramme. Compléter le tableau suivant :

Masse en kg	1	4	3,5	x
Prix en €				

2. Que peut-on dire de la masse et du prix ?
   Comment obtient-on le prix à partir de la masse ?

Du vocabulaire

Le procédé mis en place dans la partie 1 de l'activité est appelé « fonction linéaire ». Cette « fonction linéaire » transforme une quantité x en son double, c'est-à-dire la quantité $2x$.



1. Calculer ce qu'il sort de cette fonction linéaire si on fait rentrer les nombres :

   0,5 6 8,4 -7

2. Calculer ce que l'on a fait rentrer dans cette fonction linéaire s'il en sort les nombres :

   6 4,2 -5 0

Des notations

Cette fonction linéaire se note de la façon suivante : $f : x \mapsto 2x$. Dans cette notation le nombre $2x$ s'appelle l'image du nombre x par la fonction f.

1. Quelle est l'image du nombre 5 par la fonction linéaire $g : x \mapsto 3x$?
2. Quelle est l'image du nombre -3 par la fonction linéaire $h : x \mapsto 6x$?
3. Quelle est l'image du nombre 2 par la fonction linéaire $k : x \mapsto -4x$?

Encore des notations

L'image de 4 par la fonction $f : x \mapsto 2x$ se note de la façon suivante $f(4)$.

1. Calculer $f(4)$, $f(0)$, $f(5)$, $f(-7)$ et $f(x)$.
2. Calculer $g(1)$, $g(0)$, $g(x)$, $h(2)$, $h(0)$, $h(x)$, $k(-3)$ $k(0)$ et $k(x)$.

Un tableau

1. Un cultivateur de produits biologiques vend une plante aromatique très rare par correspondance. Le prix est fixé à 30 euros par kilogramme et les frais d'expédition sont de 5 euros par envoi, quelle que soit la quantité expédiée.

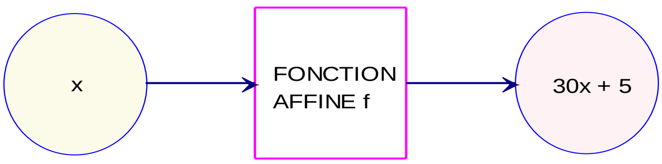
Masse en kg	1	0,6	1,3	x
Prix avant expédition en €				
Prix total en €				

2. Le prix total est-il proportionnel à la masse ?

3. Déterminer la fonction f qui transforme la masse x en prix total payé par l'acheteur. Cette fonction est-elle linéaire ?

Du vocabulaire

Le procédé mis en place dans la partie 1 de l'activité est appelé « fonction affine ». Cette « fonction affine » transforme une quantité x en la quantité $30x+5$.



3. Calculer ce qu'il sort de cette fonction affine si on fait rentrer les nombres :

   0,1 0,5 -1 -2

4. Calculer ce que l'on a fait rentrer dans cette fonction affine s'il en sort les nombres :

   65 95 50 15

Des notations

Cette fonction affine se note de la façon suivante $f : x \mapsto 30x+5$. Dans cette notation le nombre $3x+5$ s'appelle l'image du nombre x par la fonction f.

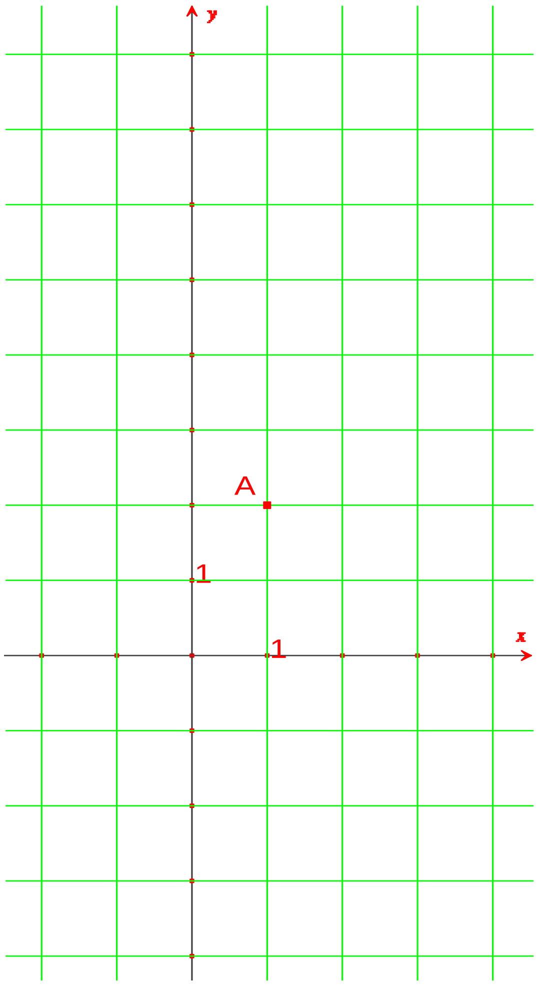
1. Quelle est l'image du nombre 0,5 par la fonction $g : x \mapsto 2x+7$?

2. Quelle est l'image du nombre 2 par la fonction $h : x \mapsto -5x+3$?

3. Quelle est l'image du nombre 1 par la fonction $k : x \mapsto 3x-5$?

4. Calculer $f(0)$, $f(5)$, $f(10)$ et $f(x)$.

5. Calculer $g(0)$, $g(1)$, $g(x)$, $h(0)$, $h(1)$, $h(x)$, $k(0)$, $k(1)$ et $k(x)$.



Calculer $f(1,5)$. Comment peut-on retrouver ce résultat à l'aide du graphique ? Déterminer graphiquement $f(-0,5)$. Déterminer graphiquement quel est le nombre qui a pour image 5.

Représentation graphique 2

On a représenté ci-contre un repère orthogonal et on considère la fonction affine $f : x \mapsto 30x+5$. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1	2
$f(x)$				

Placer dans le repère quatre autres points correspondant aux autres colonnes du tableau. Que peut-on remarquer ? Déterminer graphiquement $f(-0,5)$. Déterminer graphiquement le nombre qui a pour image 50.

Représentation graphique 1

On a représenté ci-contre un repère orthonormé et on considère la fonction linéaire $f : x \mapsto 2x$. Recopier et compléter le tableau :

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$					

Placer dans le repère quatre autres points correspondant aux autres colonnes du tableau. Que peut-on remarquer ?

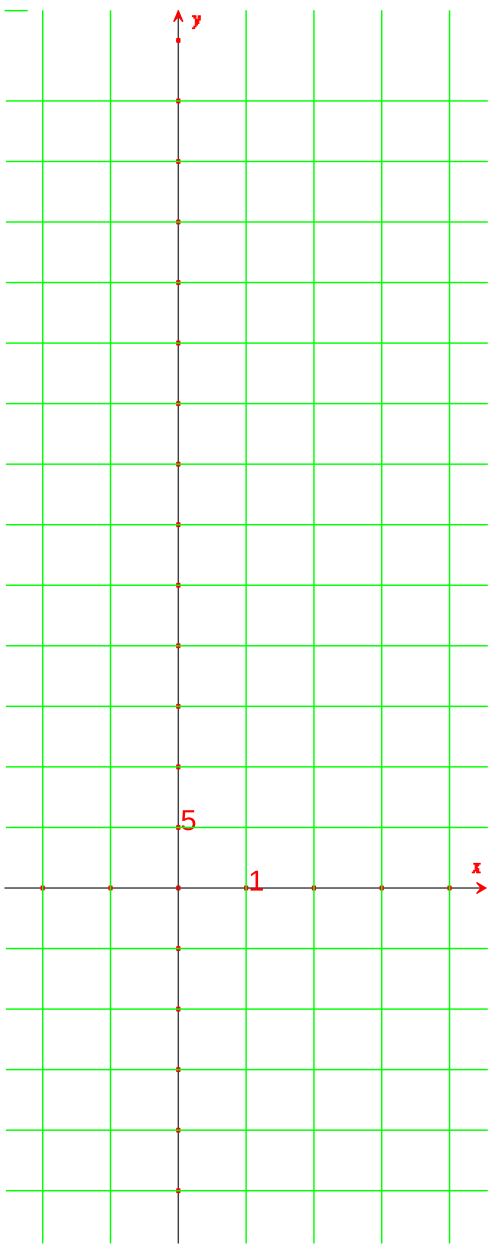
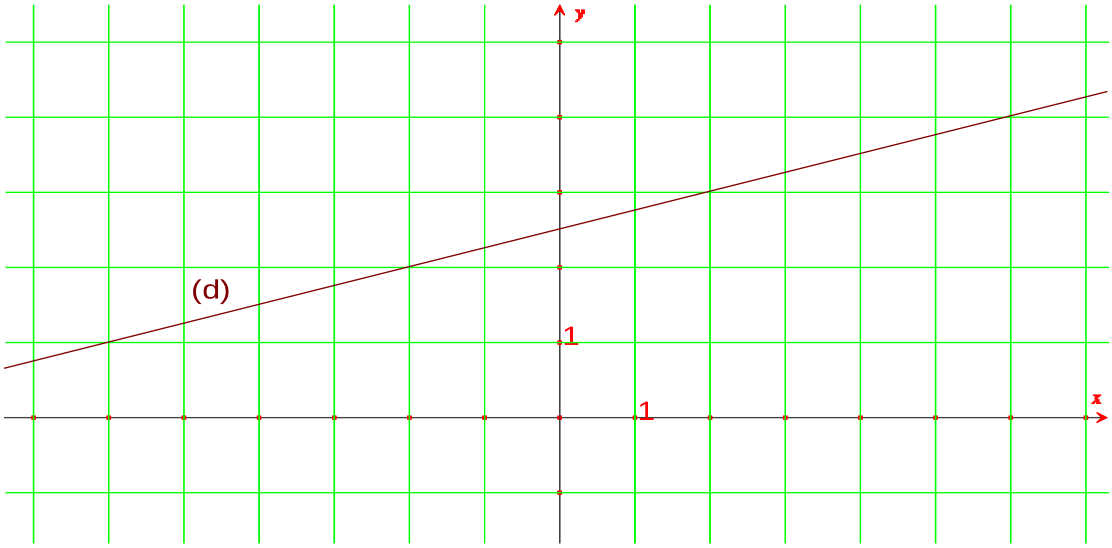


Image et antécédent



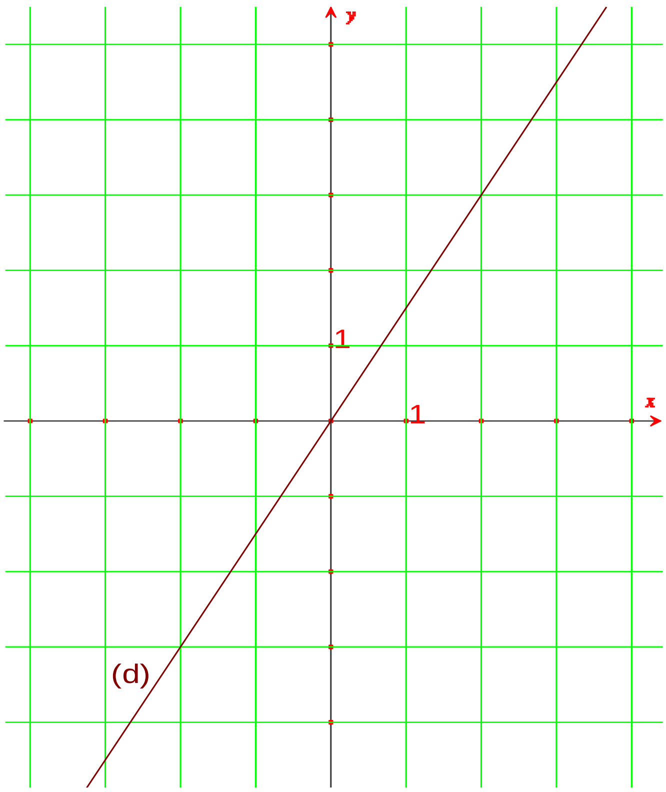
On a représenté graphiquement ci-dessus une fonction f. Quelle est la nature de la fonction f.

1. Déterminer graphiquement l'image du nombre 2.
2. Lire graphiquement le nombre qui a pour image 4.
3. Déterminer graphiquement l'image du nombre -2.
4. Lire graphiquement le nombre qui a pour image 1.

Image et antécédent

On a représenté graphiquement ci-contre une fonction g. Quelle est la nature de la fonction g ?

1. Déterminer l'image du nombre 3.
2. Lire le nombre qui a pour image 3.
3. Déterminer l'image du nombre -1.
4. Lire le nombre qui a pour image -3.



Des notations

Ecrire les dix résultats obtenus précédemment à l'aide de la notation des fonctions.

On a représenté ci-contre un repère orthonormé. On souhaite dans ce repère tracer la représentation graphique des fonctions :

- $f : x \mapsto -2x$
- $g : x \mapsto 0,5x$

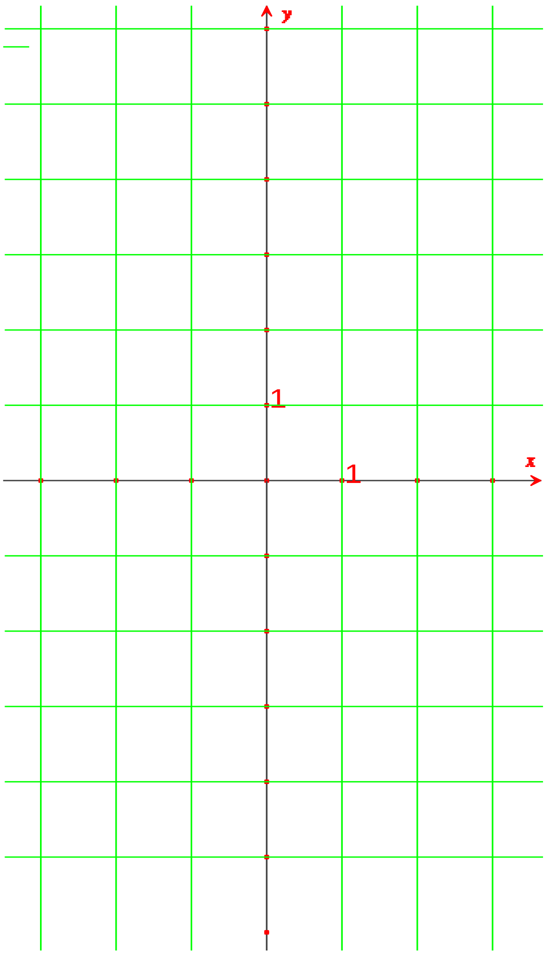
Que peut-on dire de ces deux fonctions ?

Quelle est l'image de 0 pour ces deux fonctions ? Quelle en est la conséquence graphique ?

Quelle est l'image de 1 pour la fonction f ? Placer dans le repère le point correspondant à ce résultat.

Quelle est l'image de 2 pour la fonction g ? Placer dans le repère le point correspondant à ce résultat.

Tracer (d1) la représentation graphique de la fonction f et (d2) la représentation graphique de la fonction g.



On a représenté ci-contre un repère orthonormé. On souhaite dans ce repère tracer la représentation graphique des fonctions :

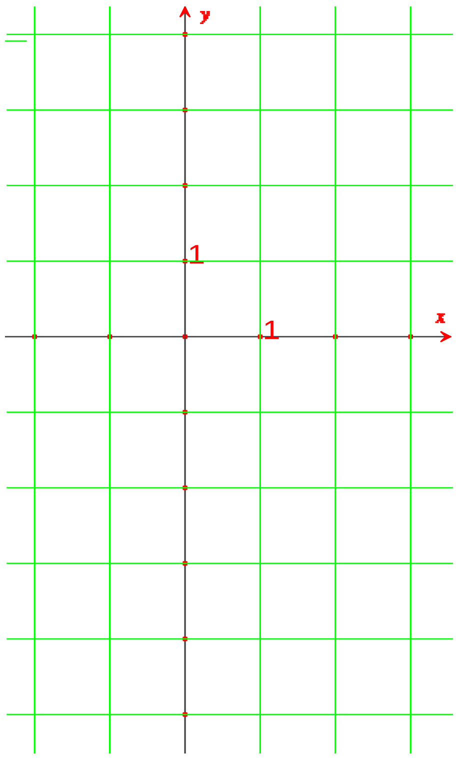
- $h : x \mapsto 2x-3$
- $k : x \mapsto -0,5x+1$

Que peut-on dire de ces deux fonctions ?

Quelle est l'image de 0 pour chacune des fonctions ?

Quelle est l'image de 2 pour chacune des fonctions ?

Après avoir placé dans le repère les points correspondants aux résultats précédents, tracer (d3) la représentation graphique de h et (d3) la représentation graphique de k.

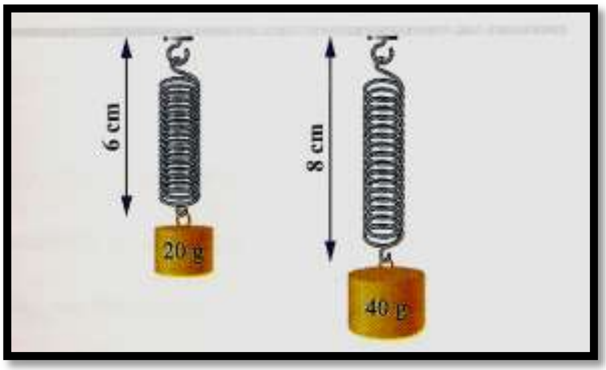


Allongement d'un ressort

On suspend un objet à un ressort, puis on mesure la longueur de ce ressort. On note x la masse en grammes de cet objet et $f(x)$ la longueur du ressort en centimètres.

A l'aide du dessin compléter le tableau :

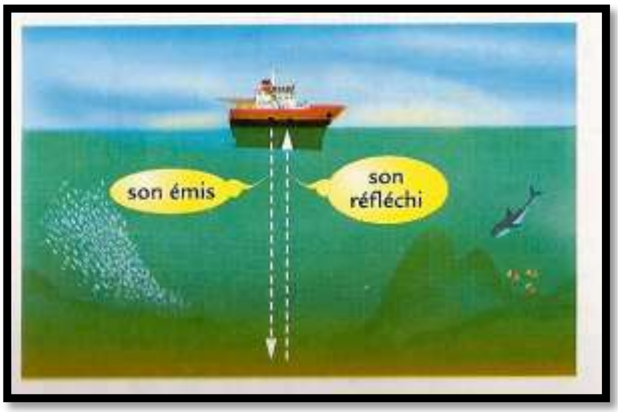
x	20	
$f(x)$		8



Les physiciens proposent la formule suivante : $f(x)=0{,}1\times x+4$. Quelle est la nature de la fonction f ? Déterminer l'image de 20 par la fonction f. Justifier la réponse par un calcul. Déterminer l'image de 40 par la fonction f. Justifier la réponse par un calcul. Déterminer la longueur de ce ressort à vide. Justifier la réponse. Déterminer la masse de l'objet suspendu lorsque le ressort s'allonge de 9 centimètres. Justifier la réponse par la résolution d'une équation.

Sondeur d'un bateau

Un des problèmes que rencontrent les navigateurs est de savoir quelle hauteur d'eau est sous leur bateau. Autrefois on utilisait un câble lesté mais aujourd'hui, c'est un appareil appelé « sondeur » qui sert à évaluer cette hauteur. Le principe est d'envoyer un son verticalement puis d'enregistrer son écho lorsqu'il revient au bateau. Les unités utilisées pour la suite de l'exercice sont, le mètre pour les longueurs et la seconde pour les durées.



On note t la durée séparant l'émission et la réception du son et $g(t)$ la hauteur d'eau sous le bateau. Les navigateurs utilisent la formule suivante : $g(t)=750\times t$. A l'aide de la formule ci-dessus, recopier et compléter le tableau suivant :

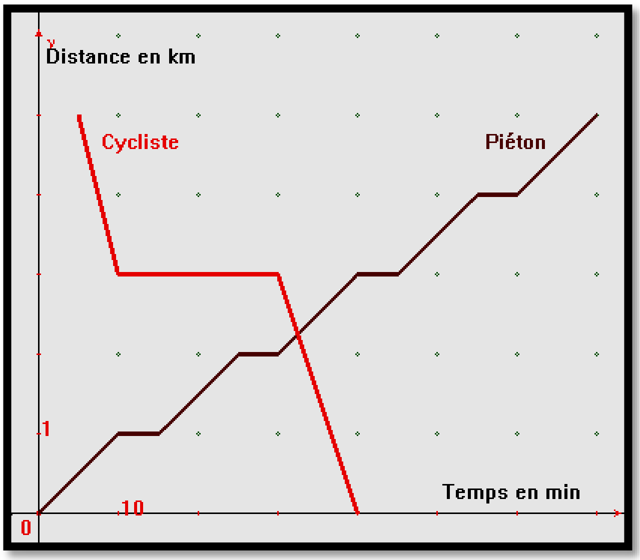
t	0	0,2	0,4	1	2
$g(t)$					

Quelle est la nature de la fonction g ? Que peut-on dire du tableau ? Déterminer la profondeur sous le bateau si le son émis revient au bout d'une demi-seconde. Justifier la réponse par un calcul. Déterminer la durée séparant l'émission et la réception lorsque la profondeur est de 75 mètres. Justifier la réponse par la résolution d'une équation. Sauriez-vous déterminer la vitesse du son dans l'eau ? Proposer une unité adaptée permettant de proposer correctement cette réponse.

Déplacement d'un piéton et d'un cycliste

Un piéton se dirige de la ville A vers la ville B. Un cycliste se dirige de la ville B vers la ville A. Pour chacun d'eux on a représenté graphiquement la distance exprimée en kilomètres qui, à l'instant t exprimée en minutes le sépare de la ville A. Recopier et compléter le texte suivant :

« Deux villes A et B sont distantes de … kilomètres. Un piéton part de A à 10 heures et marche vers B à la vitesse de … kilomètres par heure. En se reposant … fois pendant … minutes tous les kilomètres. Un cycliste part de la ville B à … heures et … minutes et roule dans la direction de A à la vitesse de … kilomètres par heure. Victime d'une crevaison à … heures et … minutes, … minutes lui sont nécessaires pour réparer. Il termine alors le parcours à la vitesse de … kilomètre par heure. »



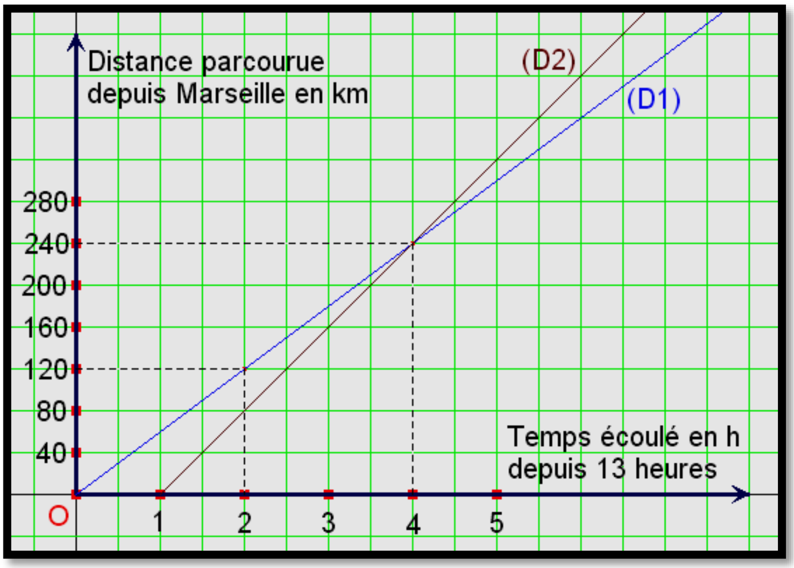
Déplacement de trois véhicules

Dans cet exercice, on suppose que les véhicules se déplacent à vitesse constante.

Deux automobilistes A et B se déplacent sur la route nationale Marseille-Lyon.

Le déplacement de l'automobiliste A est représenté par la droite (D1).

Le déplacement de l'automobiliste B est représenté par la droite (D2).



Déterminer graphiquement l'heure de départ de l'automobiliste A et celle de B. Déterminer graphiquement l'heure à laquelle l'automobiliste B dépasse A. Déterminer la vitesse de chacun.

Un motocycliste C part de Marseille sur cette même route à midi. Il se déplace à la vitesse de 40 km/h. Tracer la droite (D3) représentant le déplacement du motocycliste. Déterminer graphiquement l'heure à laquelle chacun des deux automobilistes A et B double le motocycliste.

On propose trois fonctions. Associer à chacune des trois droites tracées dans le repère la fonction qui lui correspond : $f(x) = 80x - 80$, $g(x) = 60x$, $h(x) = 40x + 40$.

Sachant que la ville d'arrivée se situe à 360 km de Marseille, déterminer graphiquement l'heure d'arrivée de chacun des trois voyageurs. Justifier chaque réponse par la résolution d'une équation.

Comparaison de tarifs

Deux entreprises de location de matériel louent une même machine aux tarifs suivants :

- Tarif A = 300 € par jour de location.
- Tarif B = un forfait de 1000 € puis 200 € par jour de location.

1. Déterminer le tarif le plus intéressant pour une durée de location de 8 jours.
   Déterminer le tarif le plus intéressant pour une durée de location de 15 jours.

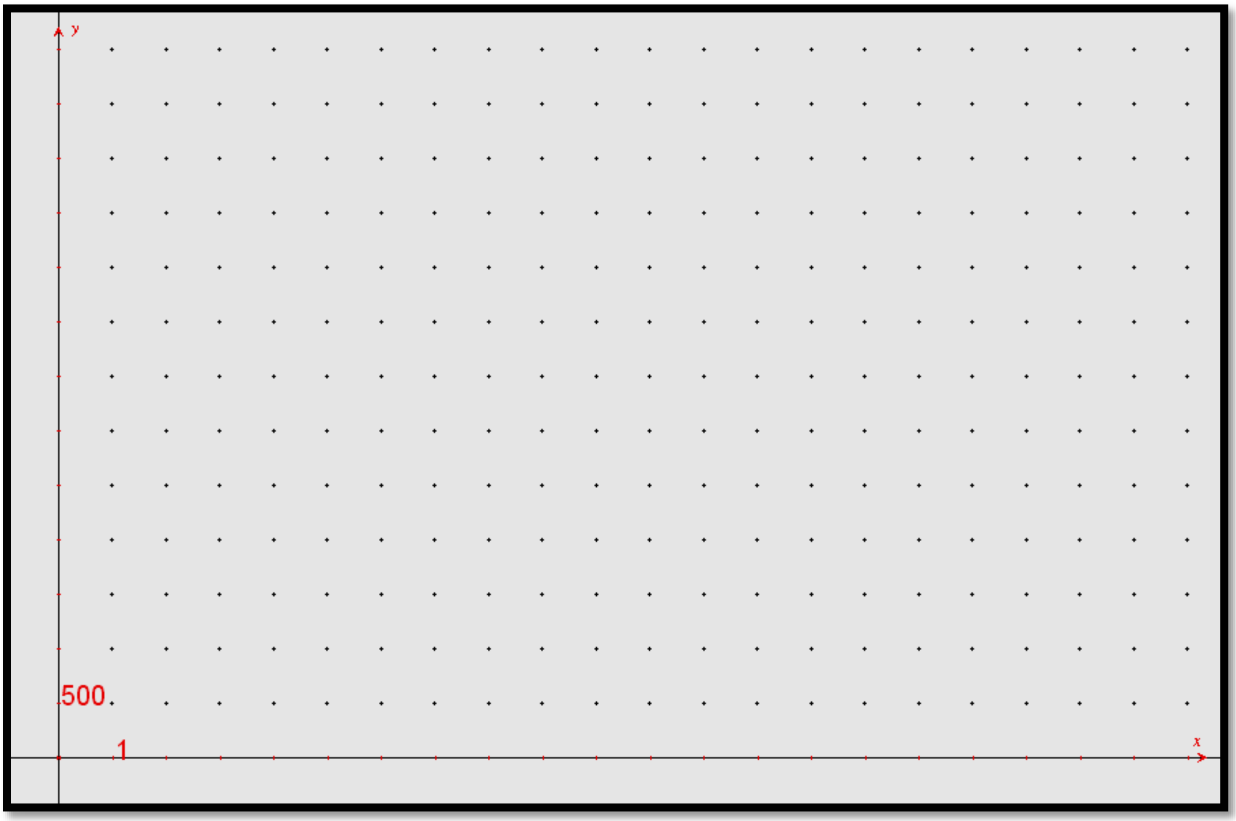
2. On appelle $f(x)$ le prix payé pour x jours de location avec le tarif A.
   Déterminer l'expression de $f(x)$. Quelle est la nature de la fonction f ?

3. On appelle $g(x)$ le prix payé pour x jours de location avec le tarif B.
   Déterminer l'expression de $g(x)$. Quelle est la nature de la fonction g ?

4. Représenter dans le repère orthogonal ci-dessous les courbes représentatives des fonctions f et g. Utiliser deux couleurs afin de distinguer les deux fonctions.

5. Pour quelle durée de location les deux tarifs sont-ils égaux ?
   Justifier la réponse graphiquement puis par résolution d'une équation.

6. Quand a-t-on intérêt à choisir le tarif A ? Quand a-t-on intérêt à choisir le tarif B ? Justifier la réponse graphiquement puis par résolution d'une inéquation.



Représentation graphique des fonctions f et g

Comparaison de tarifs

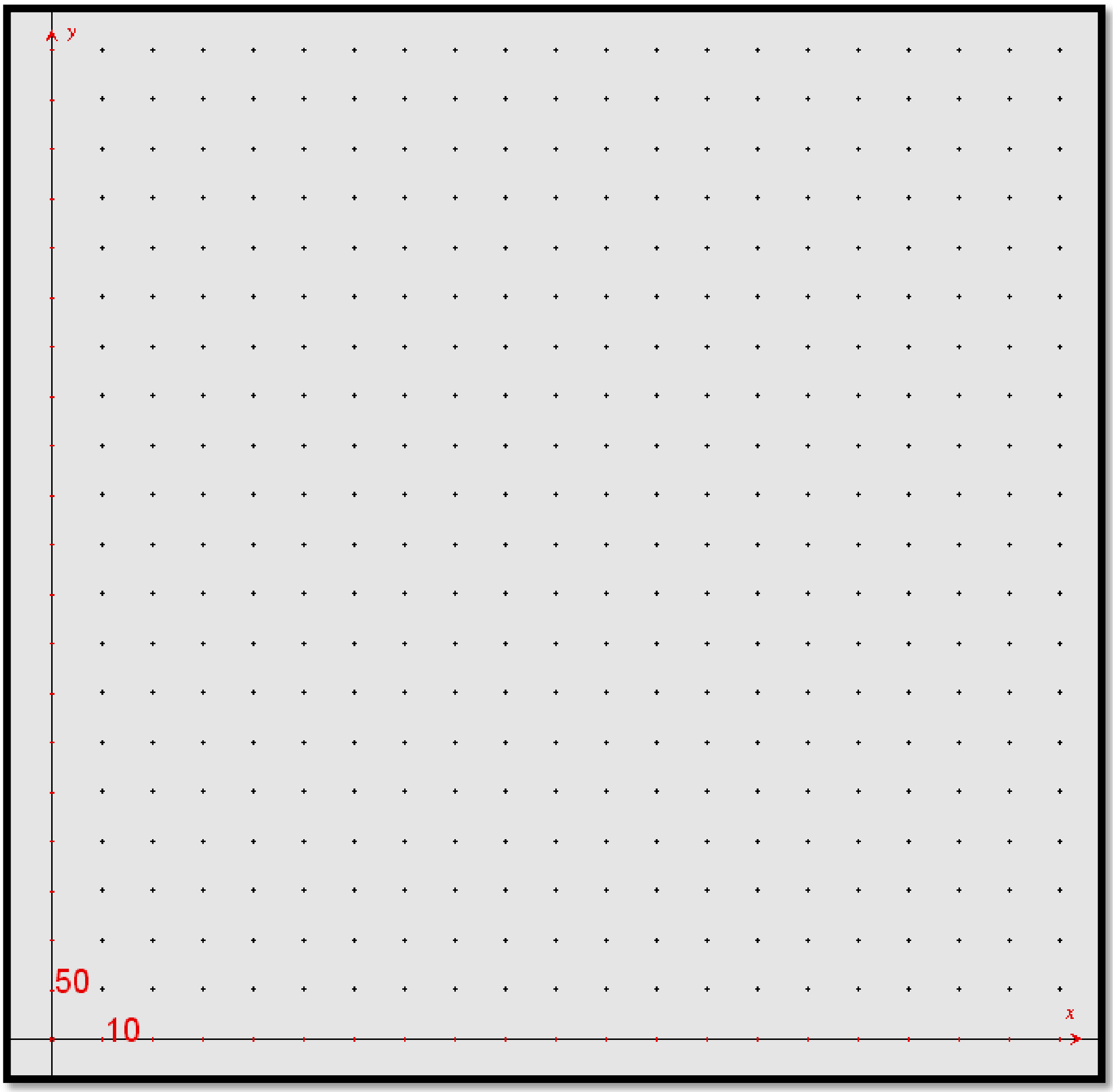
Voici les tarifs pratiqués par deux agences de location de voitures :

- Tarif A = un forfait de 400 € puis 2 € par kilomètre parcouru.
- Tarif B = un forfait de 200 € puis 4 € par kilomètre parcouru.

On appelle $f(x)$ le prix payé pour x km parcourus avec le tarif A. Déterminer l'expression de $f(x)$. Quelle est la nature de la fonction f. On appelle $g(x)$ le prix payé pour x km parcourus avec le tarif B. Déterminer l'expression de $g(x)$. Quelle est la nature de la fonction g.

1. Représenter ci-dessous les droites qui représentent les fonctions f et g.

2. Déterminer le nombre de kilomètres à parcourir pour que les deux tarifs soient les mêmes. Quand le tarif A est-il plus intéressant que le tarif B ? Quand le tarif B est-il plus intéressant que le tarif A ? Justifier chaque réponse graphiquement et algébriquement.



Le lièvre et la tortue

Le lièvre et la tortue disputent une course.

- La tortue parcourt 0,5 mètre en une seconde,
- Elle part avec 40 mètres d'avance sur le lièvre
- Le lièvre lui parcourt 2,5 mètres en une seconde.
- La piste mesure 100 mètres.

Partie A

1. Au bout de 10 secondes, quelle distance sépare la tortue du départ de la piste ?
2. Au bout de 10 secondes, quelle distance sépare le lièvre du départ de la piste ?

On appelle x le nombre de secondes écoulées.

3. Exprimer $f(x)$ la distance qui sépare la tortue du départ de la piste.
   Quelle est la nature de cette fonction ?
4. Exprimer $g(x)$ la distance qui sépare le lièvre du départ de la piste.
   Quelle est la nature de cette fonction ?

Partie B

On travaillera dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm pour dix secondes écoulées en abscisses et 1 cm pour 10 mètres parcourus en ordonnées.

1. Tracer la représentation graphique de la fonction $f(x) = 0,5x + 40$.
   Un tableau de valeurs justifiera votre tracé.
2. Tracer la représentation graphique de la fonction $g(x) = 2,5x$.
   Un tableau de valeurs justifiera votre tracé.
3. Tracer la représentation graphique de la fonction $h(x) = 100$.
   Un tableau de valeurs justifiera votre tracé. Quelle est la nature de cette fonction ?

Partie C

1. Déterminer au bout de combien de temps le lièvre aura dépassé la tortue.
   Comment expliquez-vous graphiquement ce résultat ?
2. Déterminer au bout de combien de temps le lièvre aura dépassé la ligne d'arrivée.
   Comment expliquez-vous graphiquement ce résultat ?
3. Déterminer au bout de combien de temps la tortue aura dépassé la ligne d'arrivée. Le résultat sera converti en minutes. Comment expliquez-vous graphiquement ce résultat ?

Coefficient directeur – Ordonnée à l'origine

Partie 1

On considère la droite (Δ) qui est la représentation graphique de la fonction affine : $\boxed{f : x \mapsto -1,5x + 7,5}$

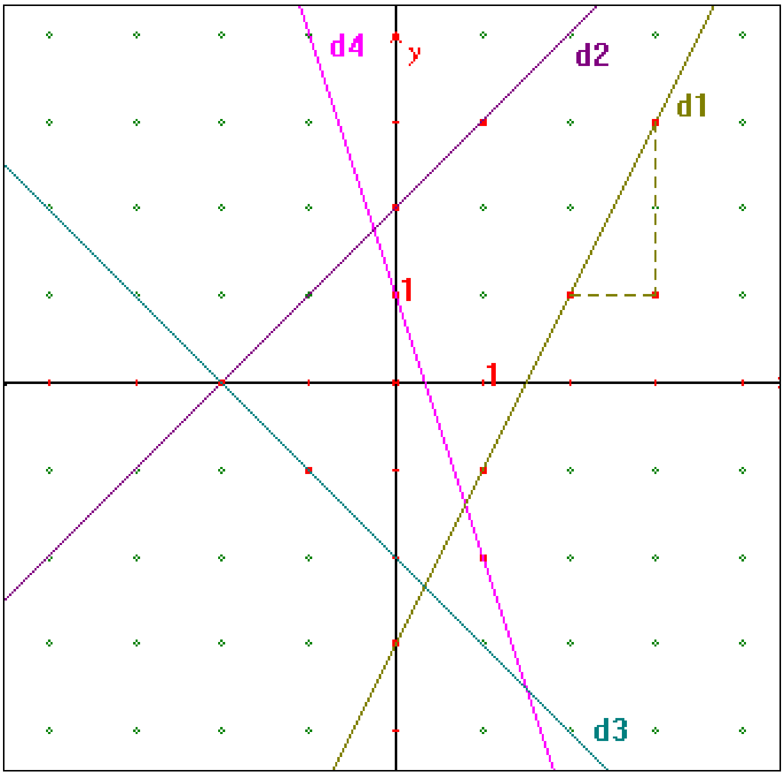
1. Tracer la droite (Δ). Détailler les étapes du raisonnement.

2. Déterminer la signification graphique du nombre $7,5$.
   Déterminer la signification graphique du nombre $-1,5$.

Partie 2

On a représenté dans les deux repères ci-dessous des droites qui sont les représentations graphiques de fonctions affines ou linéaires. Attribuer à chacune des fonctions suivantes sa représentation graphique.

$f(x) = x + 2$ $\qquad$ $g(x) = -2x + 1$ $\qquad$ $h(x) = x - 3$ $\qquad$ $k(x) = -x - 2$



Partie 3

Tracer dans un repère orthonormé les droites qui représentent les fonctions proposées. Préciser quel est le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chacune des droites tracées. Conjecturer à quelle condition deux droites tracées dans un repère sont parallèles entre elles

$f(x) = -x + 6$ $\qquad$ $g(x) = 2$ $\qquad$ $h(x) = 0,5x$ $\qquad$ $k(x) = -x + 4$ $\qquad$ $l(x) = 0,5x + 4$

Situation 1 – Figure 10

Déterminer la nature de chacune des fonctions tracées.

Déterminer l'expression de la fonction f dont la représentation graphique est (Δ_1).

Déterminer l'expression de la fonction g dont la représentation graphique est (Δ_2).

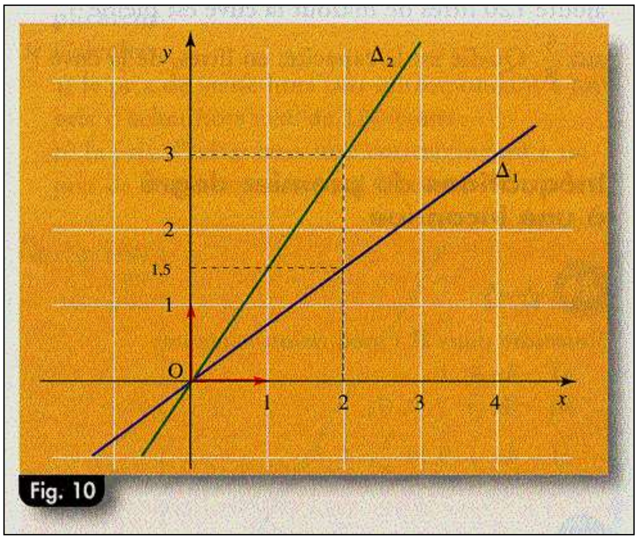


Fig. 10

Situation 2 – Figure 11

Déterminer la nature de chacune des fonctions tracées.

Déterminer l'expression de la fonction f dont la représentation graphique est (D_1).

Déterminer l'expression de la fonction g dont la représentation graphique est (D_2).

Déterminer l'expression de la fonction h dont la représentation graphique est (D_3).

Déterminer l'expression de la fonction k dont la représentation graphique est (D_4)

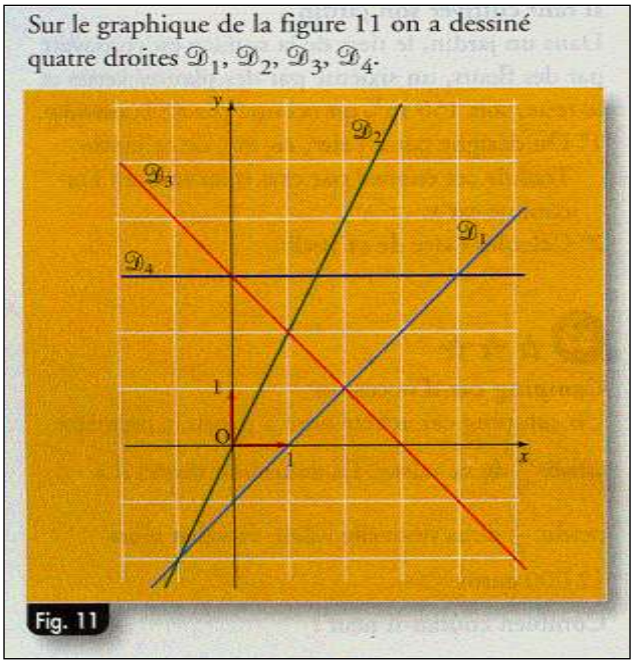
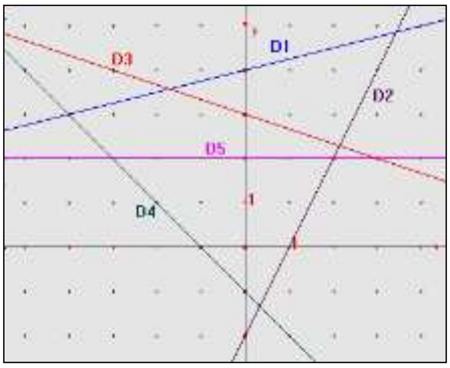
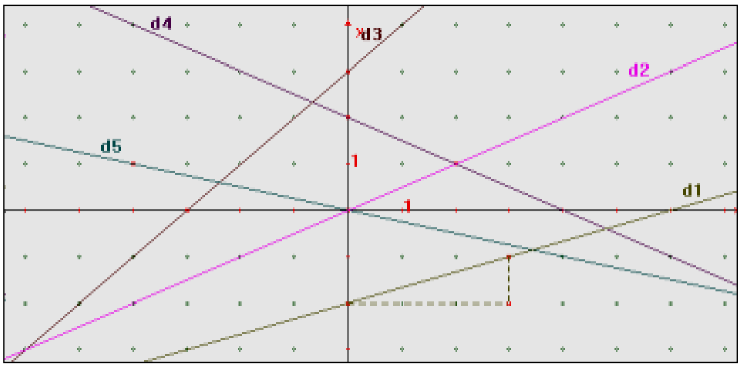


Fig. 11

Situation 3

Sauriez-vous déterminer l'expression des fonctions linéaires, constantes ou affines proposées ?



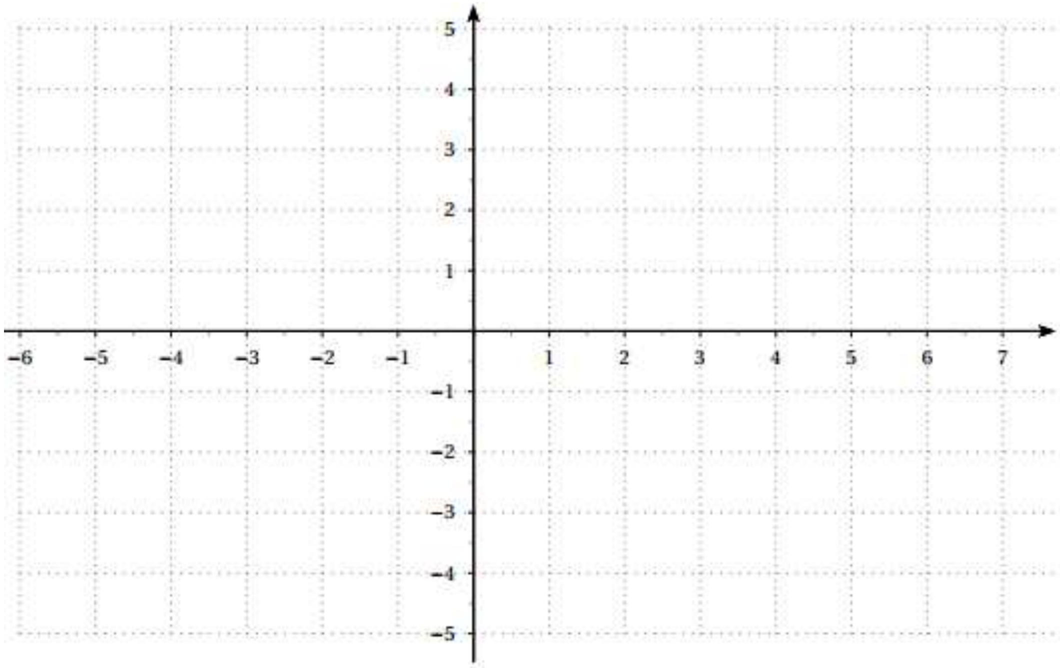


Des droites dans un repère

Situation 1

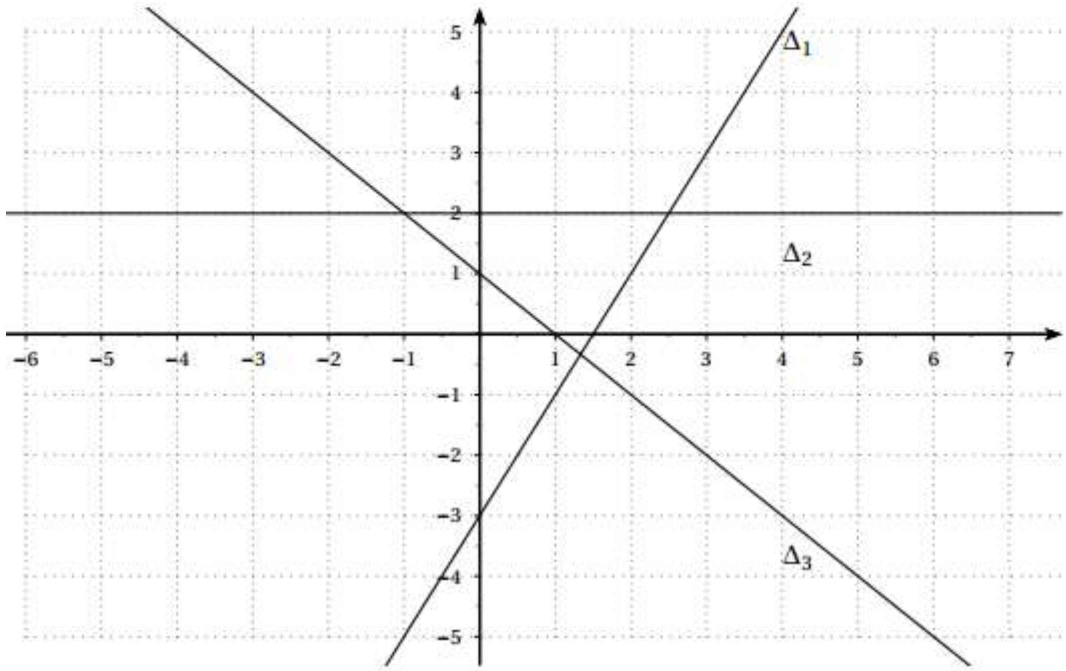
Dans le repère ci-dessous tracer la représentation graphique des fonctions suivantes :

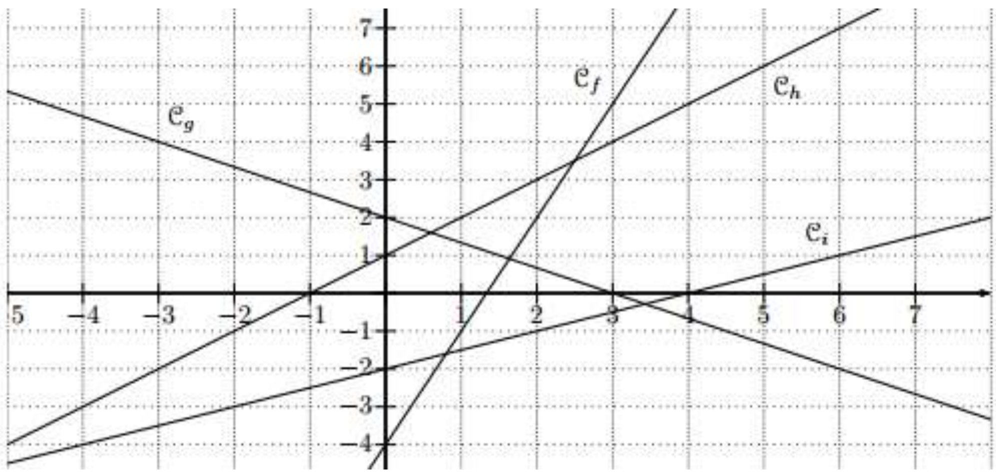
- $f(x)=4$
- $g(x)=-2x+2$
- $h(x)=0,5x-4$
- $k(x)=\dfrac{3}{5}x$



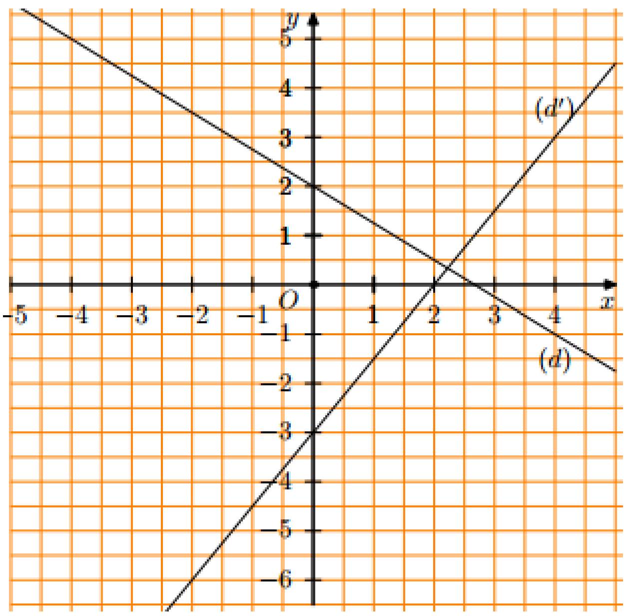
Situation 2

Quelle est l'expression des trois fonctions représentées ci-dessous ?

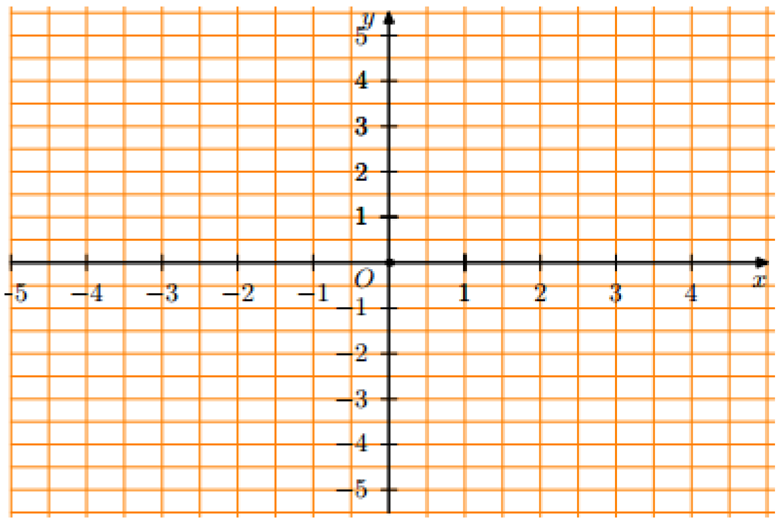




Quelle est l'expression des quatre fonctions représentées ci-dessus ?



Quelle est l'expression des deux fonctions représentées ci-dessus ?



Tracer deux fonctions affines de votre choix.

Préciser quelle est l'expression de ces deux fonctions.