Les nombres relatifs, la distance à zéro

1. Ranger les événements suivants du plus ancien au plus récent :

   - Destruction de Pompéi (P) : premier siècle après Jésus-Christ.
   - Défaite de Vercingétorix à Alésia (V) : premier siècle avant Jésus-Christ.
   - Sac de Rome (S) : cinquième siècle après Jésus-Christ.
   - Naissance de Rome (R) : huitième siècle avant Jésus-Christ.

2. Placer chaque événement sur l'axe des temps qui sera matérialisé par un axe horizontal gradué et orienté. Associer à chaque événement un nombre relatif. Quelle est la distance à zéro de chacun des nombres relatifs.

Addition de nombres relatifs

1. Recopier et compléter le tableau ci-contre, pour cela effectuer la somme des nombres relatifs proposés.

2. Proposer l'écriture complète, l'écriture simplifiée et le résultat de chacun des calculs effectués.

+	(−5)	(−2)	(+3)
0			
(+5)			
(−2)			

Soustraction de nobres relatifs

1. Recopier et compléter le tableau ci-contre, pour cela effectuer la somme des nombres relatifs proposés.

2. Proposer l'écriture complète, l'écriture simplifiée et le résultat de chacun des calculs effectués.

−	(−5)	(−2)	(+3)
0			
(+5)			
(−2)			

Des exercices d'application directe

Exercice 1

Voici les dates de naissance de personnages de la Grèce Antique ou de la période Byzantine. Ranger les personnages par ordre chronologique. Pythagore, mathématicien de la Grèce Antique est mort vers 475 avant JC à Crotone (Italie). Quel(s) autre(s) personnage(s) de l'histoire, parmi ceux donnés dans le tableau ci-contre aurait-il pu rencontrer ?

Sophocle	−497
Théodose	395
Eschyle	−525
Aristote	−384
Platon	−428

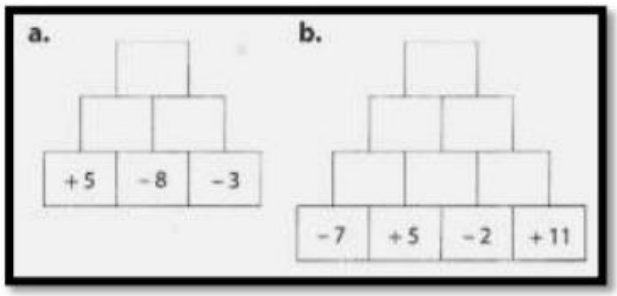
Exercice 2

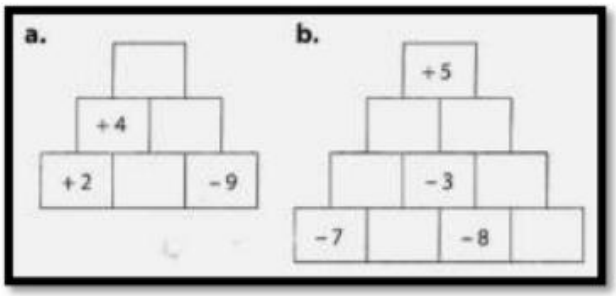
Chaque problème proposé sera justifié par une opération faisant intervenir des nombres relatifs.

- Périclès, homme d'état athénien, qui a donné son nom au siècle le plus brillant de la Grèce antique, a vécu de -495 à -429. Quel age avait-il à sa mort ?
- Phidias, un grand sculteur grec chargé par Périclès de la décoration du Parthénon, est mort à 41 ans. Sachant qu'il est né en -490, en quelle année est-il mort ?
- Anaxagore, un philosophe, ami de Périclès, est mort en -428 à l'age de 72 ans. En quelle année était-il né ?

Exercice 3

Recopier et compléter les pyramides : une case est la somme des deux cases situées en dessous.





Exercice 4

Recopier et compléter par les symboles $+$ / $-$ les enchaînements d'opérations proposés.

a. $(+3) \ldots (-7) \ldots (+5) \ldots (-1) = (+2)$
b. $(+3) \ldots (-7) \ldots (+5) \ldots (-1) = (+4)$
c. $(+3) \ldots (-7) \ldots (+5) \ldots (-1) = (-8)$

a. $(\ldots 5) + (\ldots 4) + (\ldots 3) + (\ldots 2) = (-2)$
b. $(\ldots 5) + (\ldots 4) + (\ldots 3) + (\ldots 2) = (+8)$
c. $(\ldots 5) + (\ldots 4) + (\ldots 3) + (\ldots 2) = 0$

Exercice 5

Recopier et compléter les carrés magiques ci-contre de telle sorte que les sommes de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale soient égales.

		−4
−5	−1	
2		

−4	6	7	−7
1		−2	4
−3	3		0

Exercice 6

Recopier et compléter ce carré magique sachant qu'il contient tous les entiers relatifs compris entre -12 et 12 et que les sommes obtenues sur chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale sont toutes nulles.

		0	8	
			−11	2
−9	−1	12		3
−3		−12		9
−2	11	−6	7	

Multiplication d'un nombre par (-1)

Partie 1

$$A = (-1) + (-1)$$
$$B = (-1) + (-1) + (-1)$$
$$C = \underbrace{(-1) + \ldots + (-1)}_{\text{dix fois}}$$

1. Ecrire chacun des calculs ci-contre sous la forme d'un produit.
2. Proposer ensuite le résultat du calcul.

Partie 2

$$D = 4 \times (-1)$$
$$E = 5 \times (-1)$$
$$F = 100 \times (-1)$$

3. Ecrire chacun des calculs ci-contre sous la forme d'une somme.
4. Proposer ensuite le résultat du calcul.

Partie 3

Définition : « deux nombres relatifs sont opposés lorsque la somme des deux est égale à zéro. »

5. A l'aide de la définition, proposer des couples de nombres relatifs opposés.
6. Si a est un nombre relatif quelconque, que représente $a \times (-1)$?

Multiplication de deux nombres relatifs quelconques

Partie 1

$$G = (-5) + (-5)$$
$$H = (-5) + (-5) + (-5)$$
$$I = \underbrace{(-5) + \ldots + (-5)}_{\text{cinq fois}}$$

1. Ecrire chacun des calculs ci-contre sous la forme d'un produit.
2. Proposer ensuite le résultat du calcul.

Partie 2

$$J = 3 \times (-3)$$
$$K = 5 \times (-3)$$
$$L = 1000 \times (-3)$$

3. Ecrire chacun des calculs ci-contre sous la forme d'une somme.
4. Proposer ensuite le résultat du calcul.

Partie 3

$$M = (-2) \times (-3)$$
$$N = (-12) \times (-11)$$

5. Ecrire (-2) sous la forme d'un produit. Ecrire (-3) sous la forme d'un produit. Ecrire M sous la forme d'un produit de 4 facteurs et conclure.
6. De la même manière déterminer N.

Partie 4

7. Que peut-on dire de la multiplication d'un nombre positif par un nombre négatif ?

8. Que peut-on dire de la multiplication d'un nombre négatif par un nombre négatif ?

Partie 5

9. Recopier et compléter le tableau ci-contre, pour cela effectuer le produit des nombres relatifs proposés.

10. Proposer l'écriture complète, l'écriture simplifiée et le résultat de chacun des calculs effectués.

×	(–5)	(–2)	(+3)
0			
(+5)			
(–2)			

Division de deux nombres relatifs quelconques

Partie 1

Rappel : « Dans le calcul $12 \div 3 = 4$, on dit que 4 est le quotient de la division de 12 par 3. Cette égalité est vraie car il y a 4 fois le nombre 3 dans 12, c'est-à-dire $4 \times 3 = 12$ »

1. D'après le rappel, déterminer le résultat du calcul $A = 12 \div (-3)$. Expliquer.
   D'après le rappel, déterminer le résultat du calcul $B = (-12) \div (-3)$. Expliquer.

2. Que peut-on dire de la division d'un nombre positif par un nombre négatif ?
   Que peut-on dire de la division d'un nombre négatif par un nombre négatif ?

Partie 2

3. Recopier et compléter le tableau ci-contre, pour cela effectuer le quotient des nombres relatifs proposés.

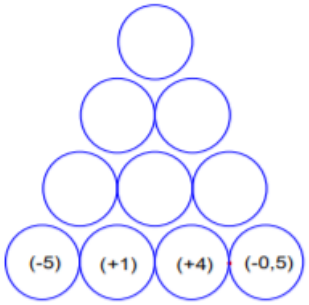
4. Proposer l'écriture complète, l'écriture simplifiée et le résultat de chacun des calculs effectués.

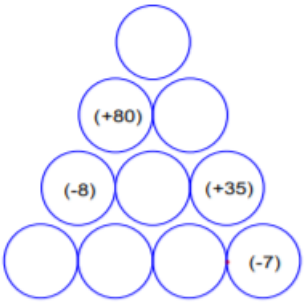
÷	(–5)	(–2)	(+3)
(+60)			
(+30)			
(–15)			

Des exercices d'application

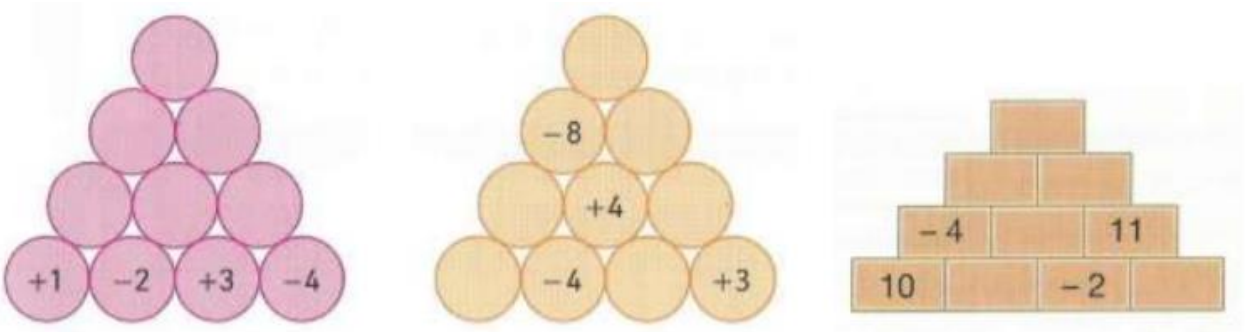
Exercice 1

La valeur de chaque case est égale au produit des valeurs des deux cases situées juste en dessous.





Exercice 2



Exercice 3

Le carré ci-dessous est-il multiplicativement magique ? Justifier en écrivant les calculs.

(−4)	(+1)	(+2)
(+1)	(−2)	(+4)
(+2)	(+4)	(−1)

Recopier et compléter le carré ci-dessous pour qu'il soit multiplicativement magique.

(−18)	(+1)	?
?	(−6)	?
?	?	(−2)

Exercice 4

Compléter les carrés magiques proposés ci-dessous. Attention ! Les carrés n°1 et n°2 doivent être magiques pour l'addition tandis que le carré n°3 doit être magique pour la multiplication.

	− 9	− 2
	− 4	
− 6		

Carré n°1

1,6		
	− 5,4	
− 4,4		− 12,4

Carré n°2

	36	− 3
	6	
− 12		

Carré n°3

Exercice 5

Pour que ce carré soit multiplicativement magique, il faut que le produit des nombres présents sur chaque ligne, le produit des nombres présents sur chaque colonne et le produit des nombres situés sur chaque diagonale soient égaux. Compléter les cases vides du carré multiplicativement magique.

		(+0,8)
	(+2)	(−6,25)
(+5)		

Des expressions algébriques

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

a	b	c	ab	ac	$ab+ac$	$b+c$	$a(b+c)$
(-2)	$(+3)$	(-4)					
$(+1,5)$	(-2)	(-2)					
(-5)	$(+3,8)$	$(+2,2)$					
$(+0,1)$	$(+12,5)$	$(-2,5)$					

2. Que remarque-t-on ?

Les priorités de calcul dans une expression algébrique

$$E=-3+3\times(-12)-(-15)\div 3 \qquad F=(-0,2)\times(-3,5)\times 2\times(-1)\times(-5)$$

1. En indiquant toutes les étapes de calcul, déterminer la valeur de E et de F :
2. Déterminer la valeur approchée au dixième près de la fraction $\frac{E}{F}$.
3. Placer sur un axe gradué la fraction $\frac{E}{F}$ et proposer un encadrement de cette fraction par deux entiers relatifs consécutifs. Proposer une notation pour cet encadrement.

Mise en application des priorités de calcul

Partie 1

Effectuer les calculs suivants. Faire apparaître toutes les étapes des calculs.

$$A=(-5)+(-2)\times(-3) \qquad B=(+6)\div(-3)+(-8) \qquad C=(-3)\times(+8)+(+14)$$

$$D=(+24)\div(-6)-(-6) \qquad E=(-15)-(+18)\div(+3) \qquad F=(-6)+(+3)\times(-9)$$

$$G=-3+3\times(-12)-(-15)\div 3 \qquad H=-6+25\div\left[2\times(-4)-(9-3\times 4)\right]$$

Partie 2

Recopier chaque ligne en ajoutant des parenthèses pour que les égalités proposées ci-dessous soient vérifiées. Faire apparaître toutes les étapes de calcul permettant de confirmer le résultat.

$$-28-2\times 4-4=-124 \qquad -28-2\times 4-4=-28 \qquad -28-2\times 4-4=-32$$

$$20-100\div 5-3\times 10=15 \qquad 20-100\div 5-3\times 10=30 \qquad 20-100\div 5-3\times 10=-400$$

Des exercices d'entrainement

Exercice 1

Julien avait 12 points sur son permis voiture. Il a commis quatre infractions : deux infractions pour téléphone au volant, un excès de vitesse de 25 km/h et un chevauchement de ligne continue.

Téléphone au volant	– 3 points
Excès de vitesse entre 20 km/h et 29 km/h	– 2 points
Chevauchement de ligne continue	– 1 point

Il a récupéré 4 points grâce à son stage de sensibilisation. Ecrire une expression qui donne le nombre de points que Julien a sur son permis puis donner le résultat de cette expression.

Exercice 2

Lors d'un jeu télévisé les candidats doivent répondre à 20 questions. Une bonne réponse fait gagner 4 points, une mauvaise fait perdre 5 points et une réponse fait perdre 2 points.

- Lucas, peu inspiré, ne répond qu'à 10 questions dont 3 sont fausses.
- Juliette a répondu à toutes les questions mais seulement 16 sont justes.
- Léila ne répond qu'à celles dont elle est sûre. Ses 9 réponses sont justes.
- Quant à Esteban, il a répondu seulement à 4 questions et elles sont toutes fausses.

Donner le classement de ces candidats en précisant le score de chacun. Chaque réponse sera justifiée par un calcul numérique.

Exercice 3

Effectuer les calculs proposés ci-contre. Toutes les étapes seront proposées et vous serez particulièrement attentifs aux priorités de calcul. Puis compléter les pointillés pour que les deux égalités proposées ci-dessous soient vraies.

$A = 7 + (-6) \times (-6)$

$B = 13 - (+3) \times (-4) - 8$

$C = -30 \div (-9 + 15)$

$D = -3 - 9 \times (-3)$

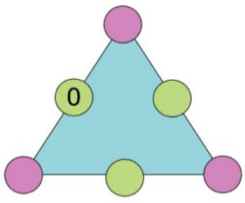
$E = -3 \times 6 \times (-2 + 8)$

$(-2) \times (\ldots 3) - (-8) \times (\ldots 2) = 22$

$(-2) \times (\ldots 3) - (-8) \div (\ldots 2) = 2$

Exercice 4

La somme des nombres de chaque coté du triangle est égale à 2. Reproduire et remplir les cases vides avec les nombres relatifs (-2), (-1), 1, 2 et 3.



Exercice 5

Aux Etats Unis la température est mesurée en degrés Fahrenheit. Voici la formule permettant de convertir une température exprimée en degrés Fahrenheit en une température équivalente exprimée en degrés Celsius.

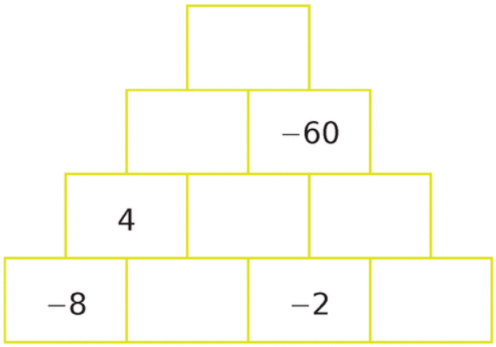
$$T_{°C} = \frac{(T_{°F} - 32) \times 5}{9}$$

1. Quel est l'équivalent en degrés Celsius de 212°F ? Faire apparaitre le détail de vos calculs.

2. Quel est l'équivalent en degrés Celsius de 14°F ? Faire apparaitre le détail de vos calculs.

Exercice 6

Compléter la pyramide proposée ci-dessous sachant que chaque nombre doit être le produit des nombres positionnés dans les deux cases situées juste en-dessous. Vous travaillerez sur le sujet.



Recopier et compléter les égalités suivantes afin de les rendre vraies (on remplacera le losange par le symbole opératoire qui convient : addition, soustraction, multiplication ou division) :

a. $(-3) \lozenge (-2) = -5$

b. $(-3) \lozenge (-2) = +6$

c. $(-2) \lozenge (-2) = +4$

d. $(-2) \lozenge (-2) = -4$

e. $(-5) \lozenge (+4) = (-12) \lozenge (+8)$

Exercice 7

- Trouver deux nombres relatifs dont le produit est positif et la somme est négative.
- Trouver deux nombres relatifs dont le produit est négatif et la somme est positive.
- Trouver deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont positifs.
- Trouver deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont positifs.

Exercice 8

Recopier et compléter de manière logique les suites de nombres proposées ci-dessous.

a. 3 ; 1 ; – 1 ; … ; … ; …

b. 1 ; – 2 ; + 4 ; … ; … ; …

c. – 16 ; 8 ; – 4 ; … ; … ; …

d. 0,5 ; – 5 ; 50 ; … ; … ; …

Calculer astucieusement la somme suivante : $A = 1 + (-2) + 3 + (-4) + \ldots + 2017 + (-2018)$

Calculer astucieusement la somme suivante : $B = (-1) + 2 + (-3) + 4 + \ldots + (-2017) + 2018$