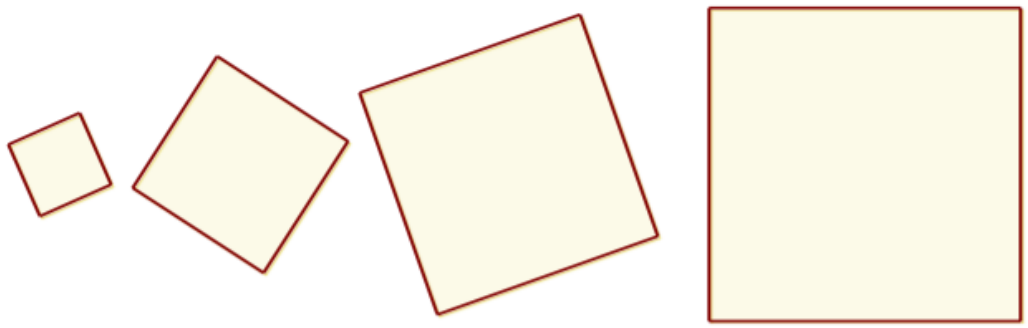
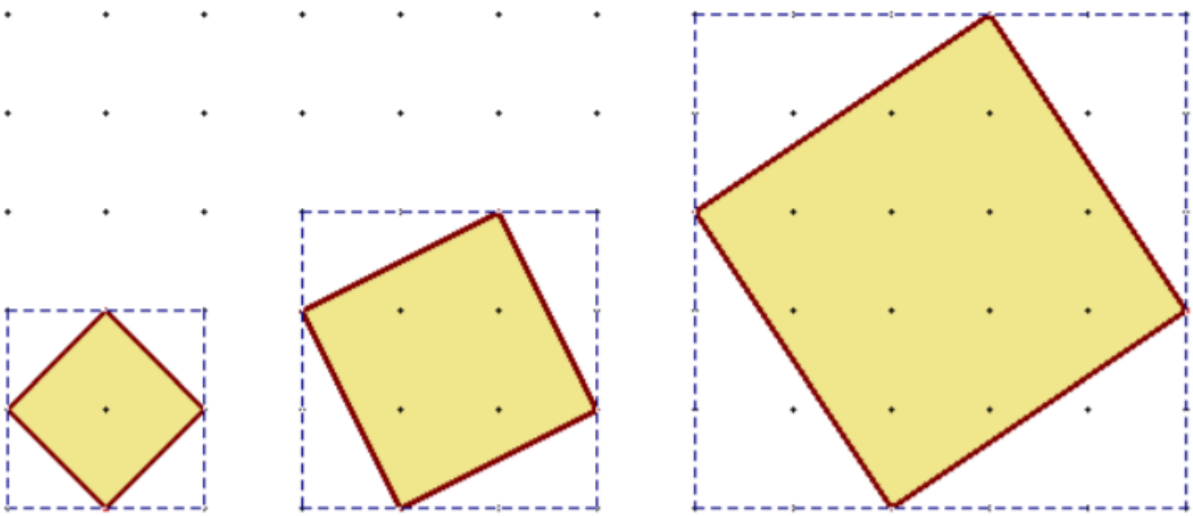
Coté, périmètre et aire d'un carré



1. On a tracé ci-dessus quatre carrés. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Carré n°1	Carré n°2	Carré n°3	Carré n°4
Côté en cm				
Périmètre en cm				
Aire en cm²				

2. Par quelle opération mathématique passe-t-on du côté au périmètre ? du côté à l'aire ?
   Par quelle opération mathématique passe-t-on du périmètre au côté ? de l'aire au côté ?



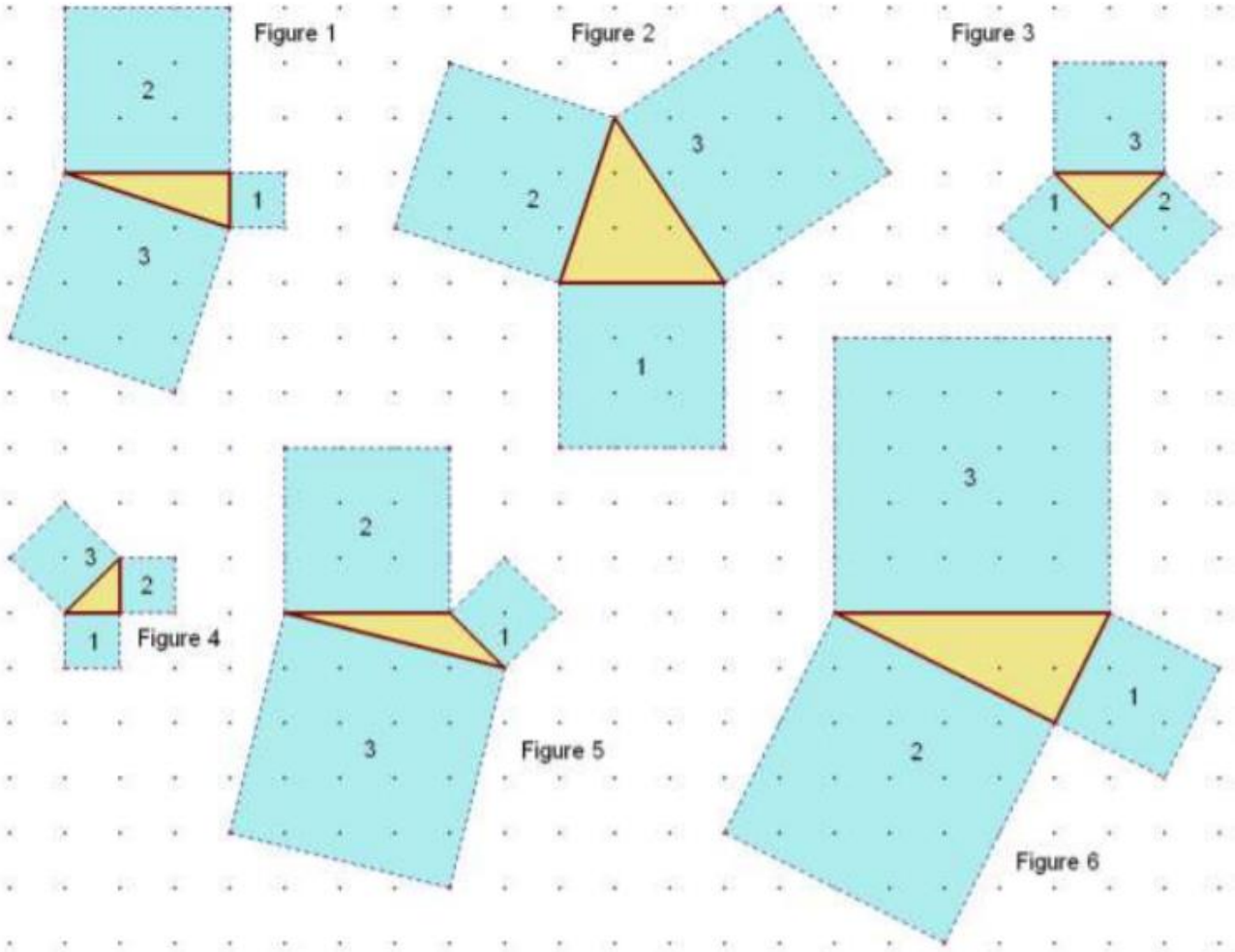
3. On a tracé trois carrés dans un quadrillage. En vous aidant des pointillés, déterminer la valeur exacte de l'aire de chacun des trois carrés. L'unité d'aire choisie est le carreau.

4. En déduire la valeur exacte puis une valeur approchée du côté de chacun des trois carrés.

5. Recopier et compléter le tableau suivant :

		Carré n°1	Carré n°2	Carré n°3
Aire				
Côté	Valeur exacte			
Côté	Valeur approchée			

Etude de différentes situations



On considère six figures représentant chacune un triangle et trois carrés numérotés construits sur les côtés du triangle. Les figures sont tracées dans un quadrillage. L'unité d'aire est le carreau.

1. Pour chaque figure vous effectuerez le travail suivant :

   - Déterminer l'aire du carré n°1,
   - Déterminer l'aire du carré n°2,
   - Déterminer l'aire du carré n°3.

2. Puis vous reporterez les résultats obtenus dans le tableau suivant :

	Carré n°1	Carré n°2	Carré n°3
Figure 1			
Figure 2			
Figure 3			
Figure 4			
Figure 5			
Figure 6			

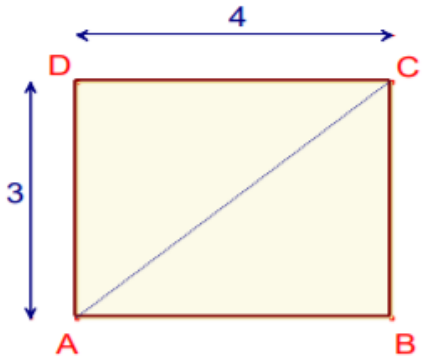
3. Que remarque-t-on ? Soyez précis dans votre réponse. En déduire une propriété géométrique du type « SI … ALORS … ».

Des calculs de longueurs

Situation 1

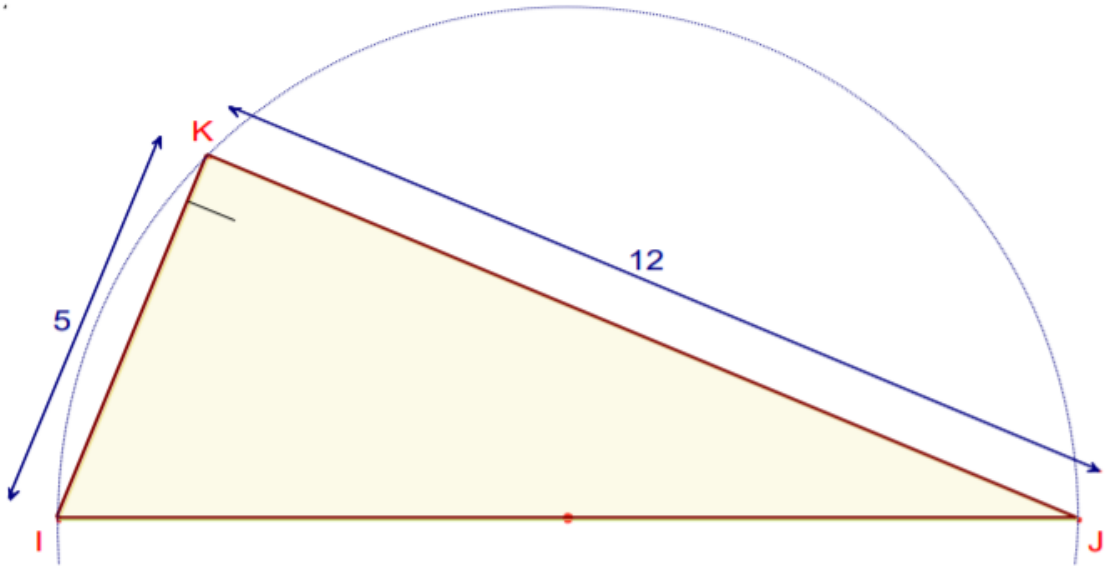
ABCD est un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 3 cm. Dans ce rectangle on a tracé la diagonale [AC].

1. A votre avis, combien mesure AC ?
2. Par le calcul, déterminer la longueur AC.



Situation 2

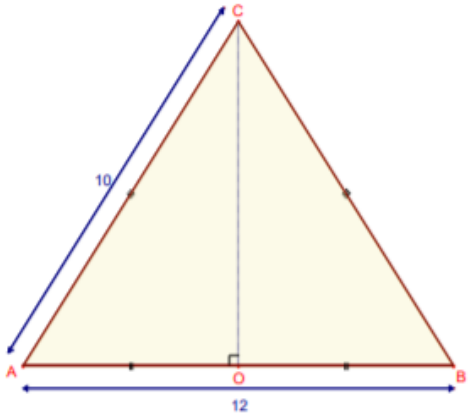
K est un point du cercle de diamètre [IJ]. Le segment [IK] mesure 5 cm. Le segment [JK] mesure 12 cm. A votre avis, combien mesure IJ ? Par le calcul, déterminer la longueur IJ.



Situation 3

Le triangle ABC tracé ci-contre est isocèle de sommet C. La longueur AB est égale à 12 cm et la longueur AC est égale à 10 cm. Le point O est le milieu du segment [AB].

1. A votre avis, combien mesure la hauteur [OC] ?
2. Par le calcul, déterminer la longueur de la hauteur [OC].



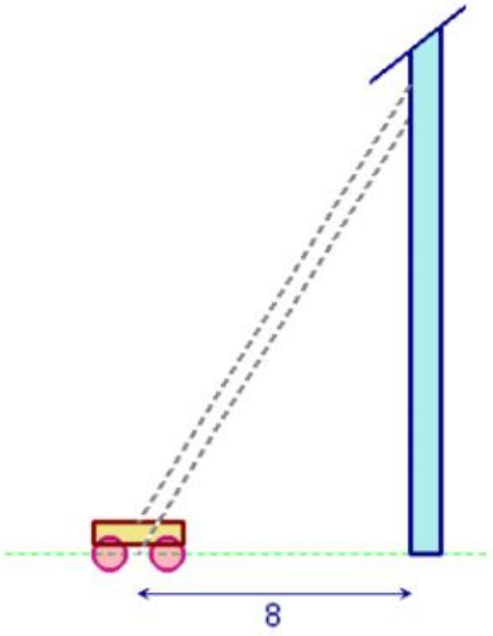
Des calculs de longueurs, encore…

Situation 1

« Un camion de pompier déploie une échelle de 17 mètres. Pour des raisons de sécurité il ne peut pas s'approcher à moins de 8 mètres du bâtiment. »

Le but du problème est de déterminer la hauteur maximale que les pompiers pourront atteindre.

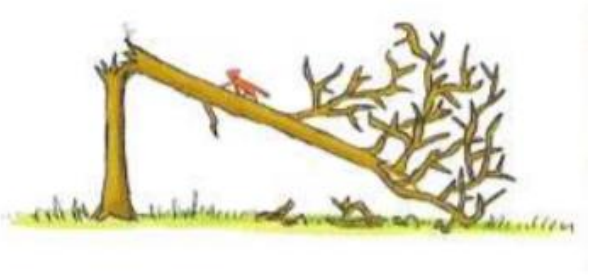
1. Modéliser la situation par un schéma faisant intervenir un triangle rectangle dont vous nommerez les sommets et indiquerez les longueurs connues.
2. Apporter une réponse précise au problème posé.



Situation 2

« Lors d'une tempête, le tronc d'un arbre de 32 mètres de haut a été brisé à 7 mètres du sol. La cime de l'arbre repose désormais sur le sol comme l'indique le dessin ». Le but du problème est de savoir à quelle distance minimale du tronc il fallait être pour ne pas que l'arbre nous tombe pas dessus.

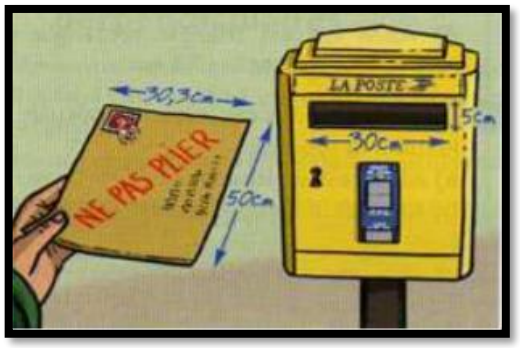
1. Modéliser la situation par un schéma faisant intervenir un triangle rectangle dont vous nommerez les sommets et indiquerez les longueurs connues.
2. Apporter une réponse précise au problème posé.



Situation 3

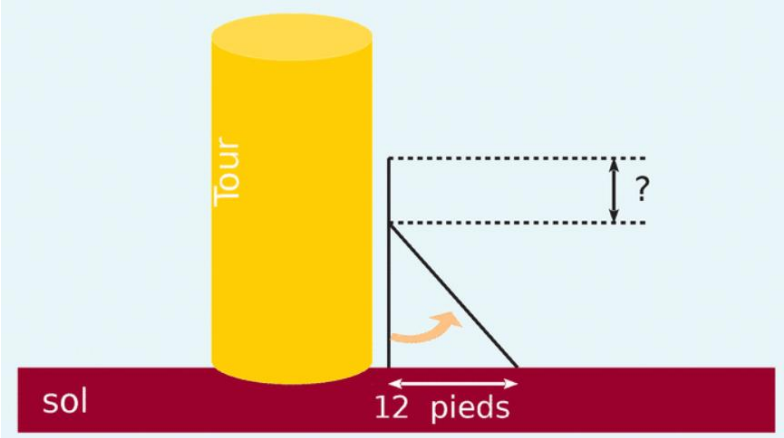
Les dimensions de la lettre sont 50 centimètres de longueur pour 30,3 centimètres de largeur. Les dimensions de la fente de la boite aux lettres sont 30 centimètres de longueur pour 5 centimètres de largeur.

Est-il possible de poster cette lettre rectangulaire sans la plier ? La réponse sera clairement argumentée.

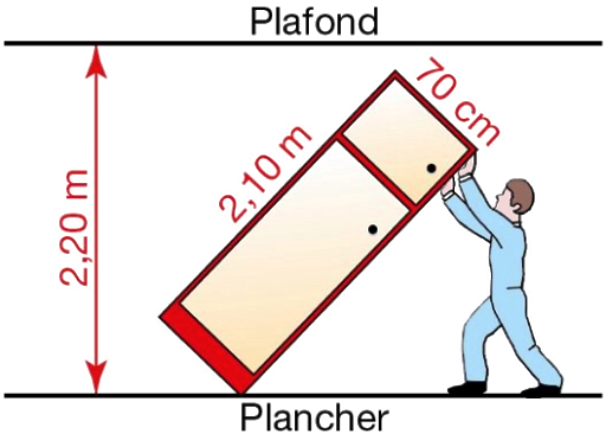


Situation 4

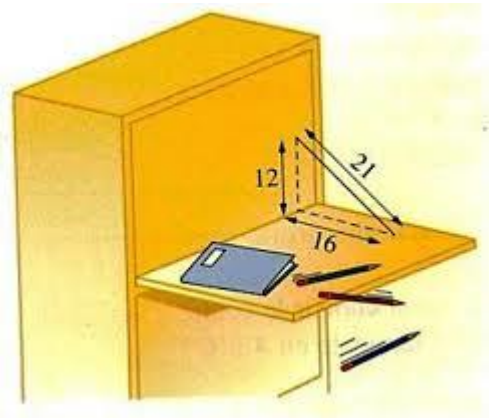
Ce problème est attribué à Léonard de Pise dit Fibonacci, mathématicien du Moyen-Age. Une lance longue de 20 pieds est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose au sol de 12 pieds de la tour comme l'indique la figure proposée ci-contre, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur ? Justifier la réponse.



Du théorème à sa réciproque



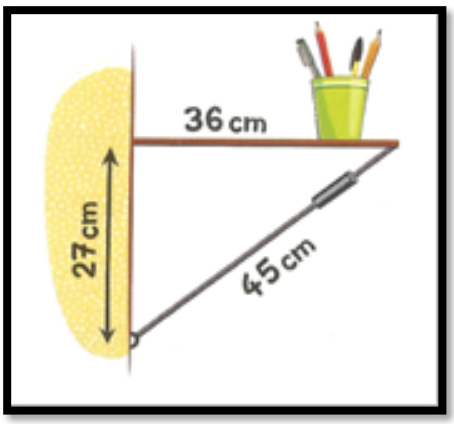
Cette personne réussira-t-elle à redresser cette armoire sans toucher le plafond ?

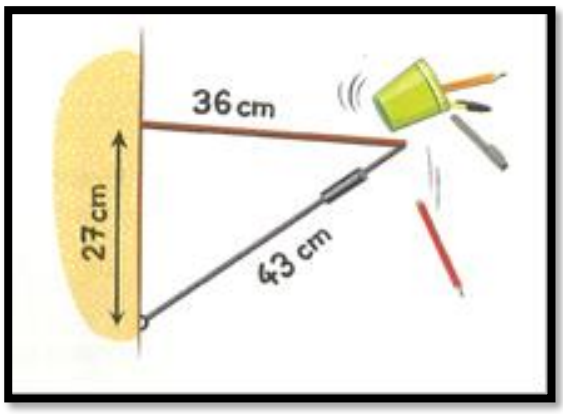


Les stylos posés sur ce secrétaire roulent et tombent par terre. Pourquoi ?

Utilisation de la réciproque

Sur l'étagère de gauche le verre est stable. Sur l'étagère de droite il glisse et il tombe. Pourquoi ?

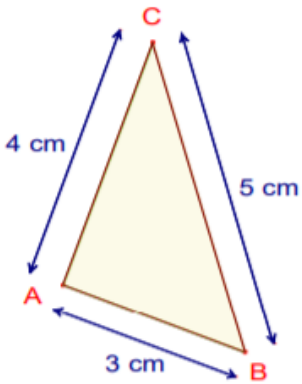


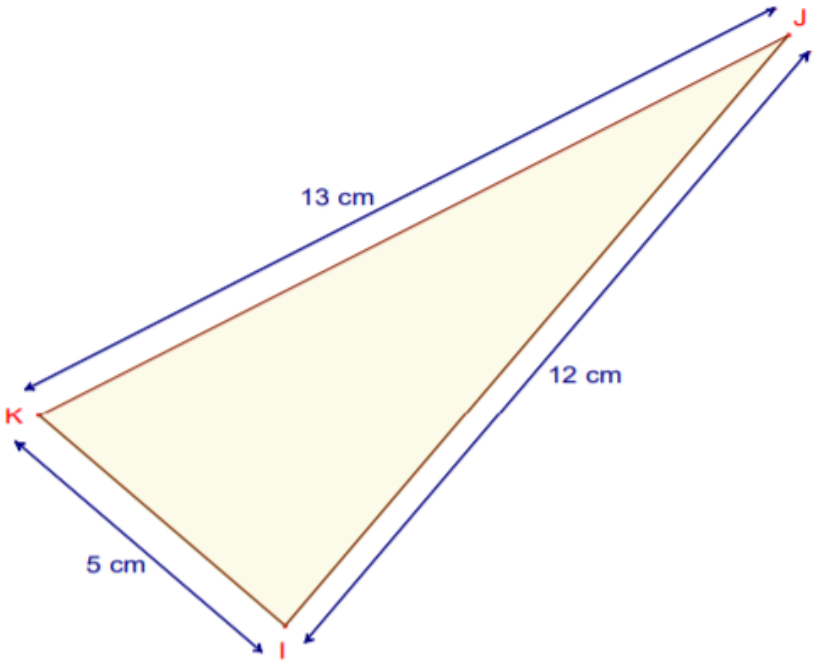


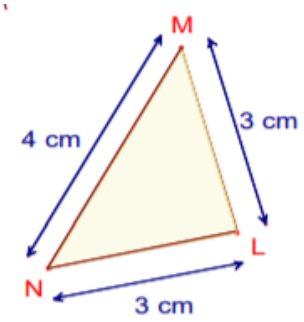
A la recherche des triangles rectangles

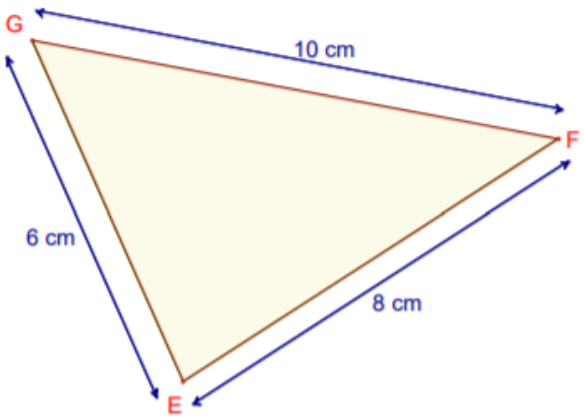
Pour chacun des triangles, vous effectuerez le travail suivant :

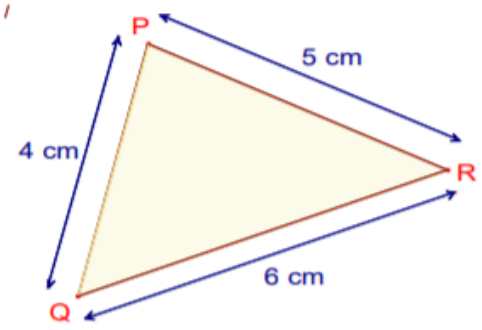
1. Le triangle tracé est-il rectangle ?
2. Justifier la réponse par une démonstration.

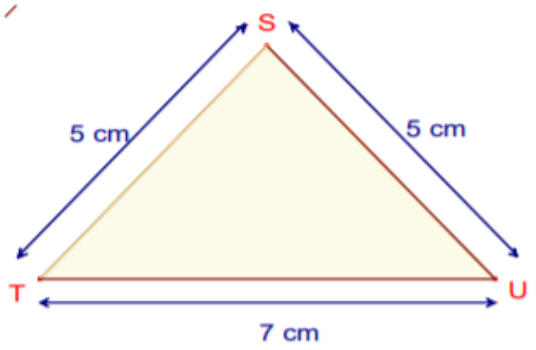








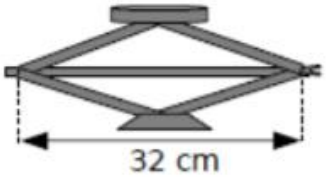




Plusieurs exercices pour s'entrainer

Exercice 1

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 21 centimètres de côté. A quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 32 centimètres ? Arrondir le résultat obtenu au millimètre.

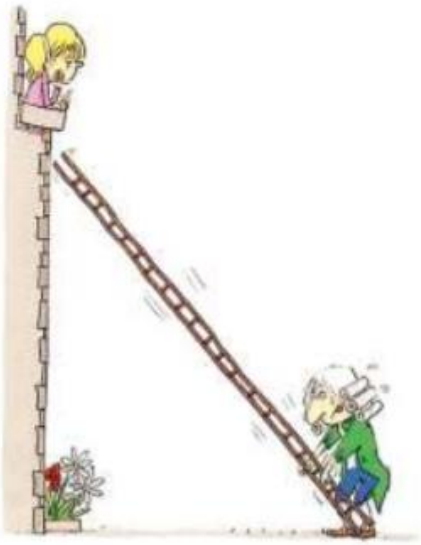


Exercice 2

Pour se rendre au Lycée un élève doit franchir les deux rues perpendiculaires d'un carrefour. La longueur du premier passage piéton est de 8 mètres, celle du deuxième passage piéton est de 6 mètres. Imprudent et pressé, cet élève décide de traverser le carrefour en diagonale afin de raccourcir son trajet. Le but du problème est de savoir quelle « économie » cette décision dangereuse lui a permis de réaliser.

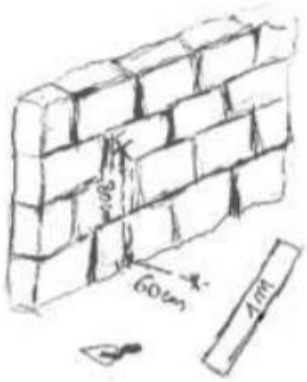
Exercice 3

Roméo souhaite rejoindre, à l'aide d'une échelle de 17 mètres de long, le balcon de la chambre de Juliette situé à 15 mètres de hauteur. On suppose ici que le mur est perpendiculaire au sol. Le but du problème est de savoir à quelle distance du mur on doit disposer son échelle afin d'atteindre le balcon.

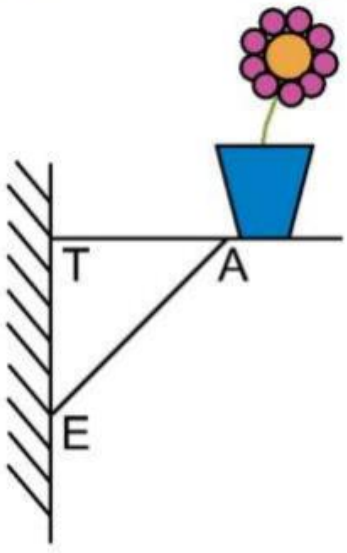


Exercice 4

Un apprenti maçon marque un point B sur le mur, à 80 centimètres du sol. Il marque un point A sur le sol, à 60 centimètres du mur. Il mesure ensuite la distance qui sépare les points A et B et trouve 1 mètre. Le but du problème est de savoir si le mur construit par l'apprenti est bien vertical (voir ci-dessous à gauche).



Sur un mur vertical, on a installé une étagère pour y déposer un pot de fleurs. On effectue les trois mesures suivantes : AE = 58 centimètres, AT = 42 centimètres, TE = 40 centimètres. Le but du problème est de savoir si l'étagère est horizontale (voir ci-contre).



Une démonstration du théorème de Pythagore

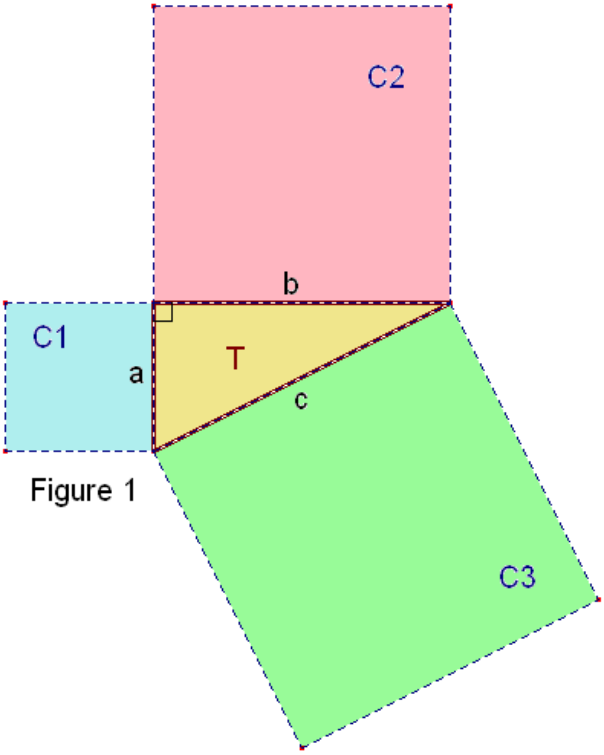
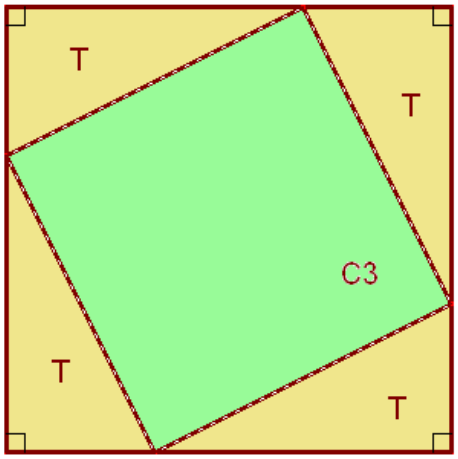


Figure 1

Figure 2



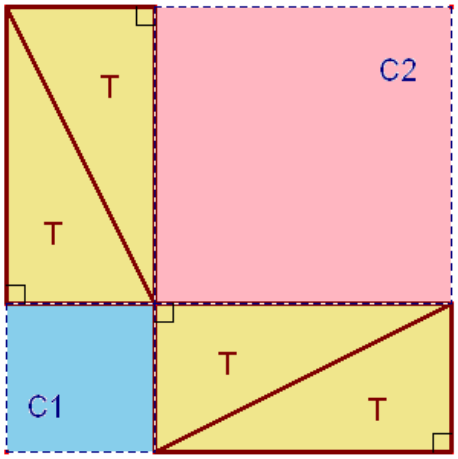


Figure 3

La figure 1 représente un triangle rectangle. Les lettres a et b représentent les longueurs des deux « petits côtés » du triangle. La lettre c représente la longueur de l'hypoténuse.

- T représente le triangle,
- C1 représente le carré construit sur le plus « petit côté » du triangle,
- C2 représente le carré construit sur l'autre « petit côté » du triangle,
- C3 représente le carré construit sur l'hypoténuse du triangle.

La figure 2 a été construite en utilisant le carré C3 ainsi que quatre triangles identiques au triangle T.

La figure 3 a été construite en utilisant C1 et C2 ainsi que quatre triangles identiques au triangle T.

1. Comparer l'aire de la figure 2 et l'aire de la figure 3. Justifiez votre réponse.
2. Proposer une expression littérale représentant l'aire de la figure 2.
3. Proposer une expression littérale représentant l'aire de la figure 3.
4. En déduire une égalité faisant intervenir les lettres a, b, c. Enoncer le théorème de Pythagore.

Qu'est-ce qu'une propriété ?

Les propriétés sont des propositions de la forme suivante :

« SI la partie A est vérifiée ALORS la partie B est vérifiée ».

Une propriété est énoncée lorsqu'elle est tout le temps vraie. Lorsqu'elle n'est pas tout le temps vraie la proposition énoncée est fausse. Dans ce cas-là, ce n'est pas une propriété.

Propriété et réciproque d'une propriété

Situation 1

A l'aide des bouts de phrases extraites de la vie courante, énoncer des propriétés répondant aux critères développés dans l'introduction. Combien peut-on en énoncer ? Expliquer pourquoi.

« J'habite à Londres »	« J'habite en Angleterre »
« Je prends mon parapluie »	« Il pleut »
« Je suis en quatrième »	« Je suis collégien »
« J'ai moins de 18 ans »	« Je suis mineur »

Situation 2

A l'aide des bouts de phrases extraites du monde des mathématiques, énoncer des propriétés répondant aux critères développés dans l'introduction. Combien peut-on en énoncer ? Expliquer pourquoi.

« Je suis un nombre pair »	« Je suis un nombre dans la table de 2 »
« Je suis un nombre dans la table de 2 »	« Je suis un nombre dans la table de 4 »
« Je suis un nombre divisible par 10 »	« Je suis un nombre divisible par 2 »

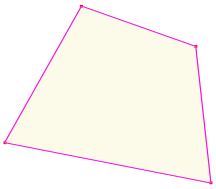
Situation 3

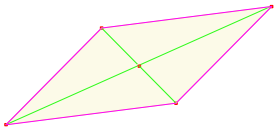
A l'aide des bouts de phrases extraites du monde de la géométrie, énoncer des propriétés répondant aux critères développés dans l'introduction. Combien peut-on en énoncer ? Expliquer pourquoi.

« Je suis un parallélogramme »	« Mes diagonales se coupent en leur milieu »
« Je suis un losange »	« Mes diagonales sont perpendiculaires »
« Je suis un carré »	« Je suis un rectangle »
« AI=IB »	« Le point I est le milieu du segment [AB] »

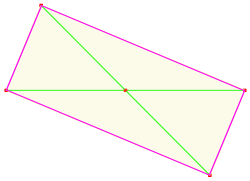
Propriétés dans la famille des quadrilatères

On a tracé ci-contre un quadrilatère non croisé. On se propose, à l'aide du tableau ci-dessous, de rappeler la classification des différents types de quadrilatères. Pour cela, cocher dans le tableau les cases pour lesquelles la propriété géométrique est vraie puis énoncer mentalement la propriété ainsi formée.

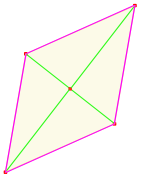




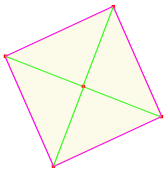
Parallélogramme



Rectangle



Losange



Carré

	SI un quadrilatère est un parallélogramme	SI Un quadrilatère est un rectangle	SI Un quadrilatère est un losange	SI Un quadrilatère est un carré
ALORS ses côtés opposés sont parallèles				
ALORS ses côtés opposés ont la même longueur				
ALORS ses diagonales ont le même milieu				
ALORS ses quatre angles sont droits				
ALORS ses diagonales ont la même longueur				
ALORS ses quatre côtés ont la même longueur.				
ALORS ses diagonales sont perpendiculaires				