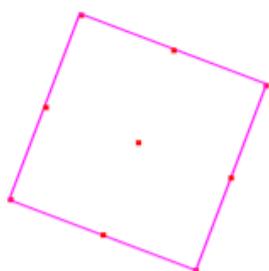
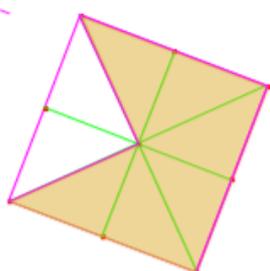
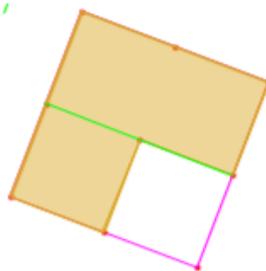
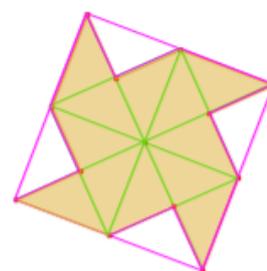


Comparaison de quotientsPartie 1

On a représenté ci-dessous un carré représenté par la figure 0, dont on a colorié une partie.

*Figure 0**Figure 1**Figure 2**Figure 3*

1. Quelle fraction du carré a été coloriée sur la figure 1 ?
2. Quelle fraction du carré a été coloriée sur la figure 2 ?
3. Quelle fraction du carré a été coloriée sur la figure 3 ?
4. Quelle remarque peut-on faire ?
5. Rappeler à quelle condition deux fractions sont égales.

Partie 2

On a proposé ci-dessous six produits.

3×8

4×6

6×16

8×12

3×16

4×12

6. Quelle remarque peut-on faire ? A quelle condition deux quotients sont-ils égaux ?

Partie 3

7. En appliquant la dernière conjecture, déterminer si les quotients proposés ci-dessous sont égaux. L'usage de la calculatrice est interdit.

$$\frac{17}{15} \text{ et } \frac{221}{195}$$

$$\frac{16}{23} \text{ et } \frac{139}{200}$$

8. Dans chacune des égalités proposées ci-dessous, déterminer la valeur de la lettre.

$$\frac{5}{3} = \frac{20}{a}$$

$$\frac{-2}{5} = \frac{b}{15}$$

$$\frac{-7}{4} = \frac{28}{c}$$

$$\frac{21}{14} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{-10}{15} = \frac{2}{e}$$

$$\frac{16}{-24} = \frac{f}{6}$$

Addition et soustraction de quotientsPartie 1

1. Donner l'écriture décimale des quotients $\frac{-6}{5}$ et $\frac{2}{5}$.
2. En déduire l'écriture décimale de la somme des deux quotients $\frac{-6}{5} + \frac{2}{5}$.
3. Déterminer l'écriture fractionnaire de la somme des deux quotients $\frac{-6}{5} + \frac{2}{5}$.
4. Rappeler la règle d'addition de deux quotients ayant le même dénominateur.

Partie 2

5. Peut-on additionner les quotients $\frac{-3}{8}$ et $\frac{5}{6}$?
6. Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{-3}{8} = \frac{\dots}{16} = \frac{\dots}{24} = \frac{\dots}{32} = \frac{\dots}{40}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\dots}{12} = \frac{\dots}{18} = \frac{\dots}{24} = \frac{\dots}{30} = \frac{\dots}{36} = \frac{\dots}{42}$$

7. Déterminer l'écriture fractionnaire de la somme des deux quotients $\frac{-3}{8} + \frac{5}{6}$.
8. Rappeler la règle d'addition de deux quotients ayant des dénominateurs différents.

Partie 3

9. Déterminer l'écriture fractionnaire la plus simple des deux soustractions suivantes :

$$A = \frac{7}{12} - \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{1}{5} - \frac{3}{4}$$

10. Recopier et compléter le tableau suivant. Les résultats des additions et des soustractions seront donnés sous forme fractionnaire, la plus simple possible (forme irréductible).

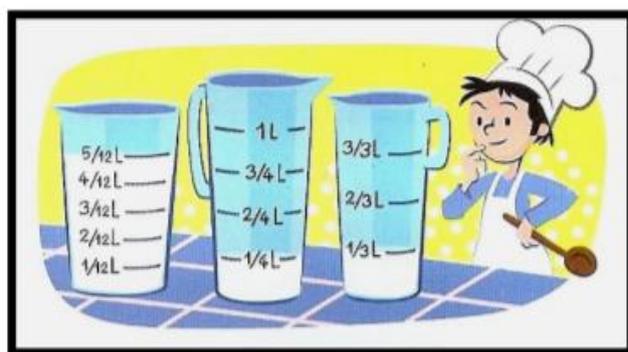
a	b	$a + b$	$a - b$
$\frac{12}{7}$	$\frac{-4}{7}$		
$\frac{-5}{2}$	$\frac{1}{4}$		
$\frac{2}{3}$	$\frac{-3}{4}$		

On compare

Pierre et Lily disputent un match de tennis. Un tiers des services de Pierre sont gagnants, tandis que pour Pierre, cinq services sur douze sont gagnants. Comparer à l'aide de deux fractions, la fréquence de services gagnants pour ces deux joueurs.

**On additionne**

Dans la cuisine, Matteo récupère 3 restes de lait dans trois verres doseurs différents. Il voudrait savoir s'il aura assez de lait pour faire 20 crêpes. Son livre de cuisine lui indique que pour faire 20 crêpes il aura besoin d'un litre de lait. A l'aide d'un calcul fractionnaire, aide Matteo à répondre à sa question.



Les deux pays les plus peuplés du monde sont la Chine et L'inde. La population chinoise représente treize soixante-quinzièmes de la population mondiale et la population indienne les quatre vingt-cinquièmes. On entend souvent dire : « Un habitant sur trois sur la Terre est chinois ou indien ». Que doit-on penser de cette affirmation ? Justifier la réponse.

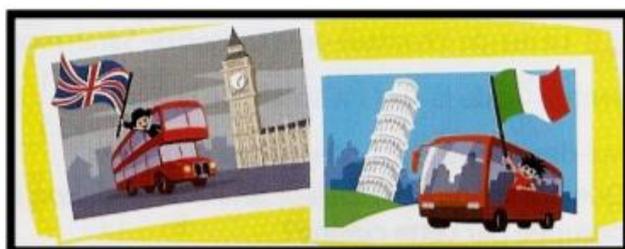
On soustrait

Charlotte a décidé d'équilibrer son alimentation. C'est pourquoi, mardi dernier, elle a noté la répartition des calories intégrées sur les trois repas. A l'aide d'un calcul fractionnaire détermine la fraction manquante sous forme irréductible. Pour bien manger, le petit-déjeuner doit

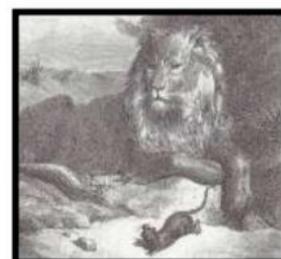
Petit déjeuner	Déjeuner	Goûter	Dîner
?	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{24}$

représenter entre un quart des apports caloriques. Charlotte mange-t-elle suffisamment le matin ?

Au collège Galilée, on a organisé deux voyages scolaires : trois vingtièmes des élèves sont partis en Angleterre et un dixième des élèves sont partis en Italie. Quelle proportion d'élèves, exprimée sous la forme d'une fraction irréductible n'est pas parti en voyage ?

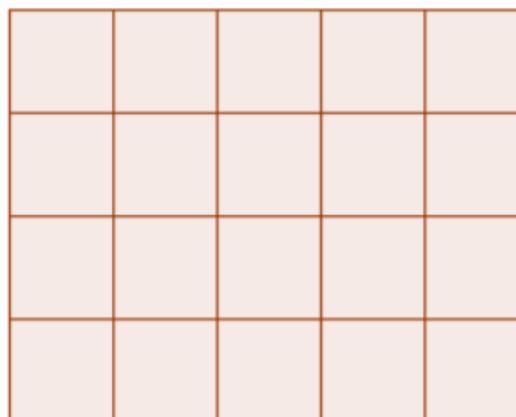
**On cherche**

« Nous allons partager ce bel agneau de 36 kilogrammes, dit le lion au singe et au rat. Puisque nous sommes trois, j'en prends d'abord un tiers : c'est juste. Ensuite, comme roi des animaux, j'en prends la moitié. Enfin, je m'attribue encore le sixième parce que tel est mon plaisir. Après cela, partagez-vous le reste. » Ce texte est écrit d'après une fable de La Fontaine. Que doit-on en penser ? Justifier la réponse par un ou des calculs fractionnaires.



Dans un jardin

Les fleurs occupent les trois quarts d'un jardin. Les deux-cinquièmes des fleurs plantées sont des tulipes. Colorier en rouge la partie du jardin occupée par les fleurs. Hachurer la partie occupée par les tulipes. Quelle fraction de tout le jardin représente la partie plantée de tulipes ?



Résumer cette situation par un calcul en écriture fractionnaire. Vérifier ce calcul en utilisant les écritures décimales.

Aire du rectangle vert

On considère la figure ci-contre. On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes afin de trouver une règle pour la multiplication de deux fractions.



Méthode 1

Pour le rectangle vert, que représente la fraction $\frac{10}{7}$? Que représente la fraction $\frac{4}{3}$?

Quelle opération permet de calculer l'aire du rectangle vert ?

Méthode 2

Pour le rectangle rose, que représente le produit 10×4 ? Que représente le produit 7×3 ?

Quelle autre opération permet de calculer l'aire du rectangle vert ?

Enchaînement d'opérations

Romane a mangé les deux cinquièmes d'une tarte aux pommes puis son frère Jules a mangé la moitié du reste.

Déterminer l'enchaînement d'opération permettant de déterminer la part de tarte restante pour leur petite sœur Angèle.

la tarte toute entière	1
la part de tarte mangée par Romane	$\frac{2}{5}$
ce qui reste après le passage de Romane	$1 - \frac{2}{5}$
la part de tarte mangée par Jules	$\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{2}{5}\right)$

Priorités de calcul

On considère l'expression suivante : $A = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{4}$. Quelle est l'opération prioritaire dans cet enchaînement d'opérations ? Décrire cette expression par une phrase, puis effectuer le calcul.

Multiplication de quotientsPartie 1

1. Donner l'écriture décimale des quotients $\frac{-11}{5}$ et $\frac{7}{2}$.

En déduire l'écriture décimale du produit des deux quotients $\frac{-11}{5} \times \frac{7}{2}$.

Déterminer l'écriture fractionnaire du produit des deux quotients $\frac{-11}{5} \times \frac{7}{2}$.

2. Rappeler la règle de multiplication de deux quotients.

Partie 2

Une balle est lâchée d'une hauteur de 100 mètres.

A chaque rebond elle remonte aux $\frac{9}{10}$ de sa hauteur.

3. Déterminer la hauteur de la balle après le premier rebond, après le deuxième rebond, après le troisième rebond.
4. Proposer dans chaque cas l'écriture fractionnaire du calcul effectué.

Partie 3

5. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme irréductible :

$$A = \frac{3}{2} \times \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{5}{-7} \times \frac{7}{9}$$

$$C = \frac{-1}{5} \times \frac{10}{-3}$$

$$D = \frac{15}{-8} \times \frac{3}{5}$$

$$E = \frac{28}{13} \times \frac{-1}{7}$$

$$F = \frac{-3}{4} \times \frac{-5}{12}$$

6. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme irréductible :

$$G = \frac{2}{5} \times 6$$

$$H = -5 \times \frac{3}{4}$$

$$I = \frac{-7}{2} \times 0,5$$

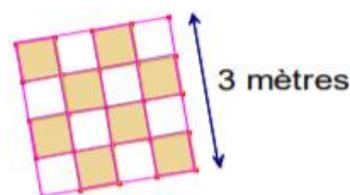
$$J = \frac{-4}{7} \times (-21)$$

$$K = 3 \times \frac{5}{-6}$$

$$L = \frac{1}{3} \times (-0,3)$$

Partie 4

On a tracé ci-contre un carré de 3 mètres de côté à l'intérieur duquel a été dessiné un quadrillage. Déterminer la surface exprimée en mètre carré de chacun des « petits carrés » formant le quadrillage. Proposer l'écriture fractionnaire du calcul effectué.



Problème 1 :

Cécilia, Gaëtan et Alizée se partagent un paquet de bonbons. Cécilia mange le tiers du paquet, Gaëtan mange les cinq douzièmes du paquet et Alizée mange le reste. Quelle fraction du paquet Alizée mange-t-elle ? Sachant qu'il y a 60 bonbons dans le paquet, calculer le nombre de bonbons que chacun a mangé. Vos réponses seront justifiées par des calculs fractionnaires.

Problème 2 :

Deux enfants devant une galette. Sylvain : « moi, j'en veux le tiers de la moitié ». Nathalie : « moi, j'en veux le quart des deux tiers ». Qui est le plus gourmand ? Justifier clairement votre réponse.

Problème 3 :

Deux villes sont distantes de 120 km. Je décide de faire les quatre cinquièmes du parcours en voiture, les trois quarts de ce qui reste en vélo, et la fin du parcours à pied. Sur quelle distance vais-je devoir marcher ? Votre réponse sera justifiée par des calculs fractionnaires.

Problème 4 :

Pour décorer sa maison à l'occasion de Noël, le petit Paul a une guirlande électrique de 54 ampoules. Il compte un neuvième d'ampoules bleues, deux tiers d'ampoules rouges, 9 ampoules jaunes et quelques ampoules vertes. Combien y a-t-il exactement d'ampoules de chaque sorte ? Quelles fractions représentent les ampoules jaunes et les ampoules vertes ?

Problème 5 :

José, François et Sofia se partagent une somme d'argent. José reçoit un cinquième du total. François prend alors les deux tiers de ce qu'il reste. Quelle fraction de la somme totale reçoit François ? Quelle fraction de la somme totale reçoit Sofia ? La somme totale est de 1500 €. Déterminer la somme reçue par chacun d'entre eux. Justifier vos réponses par des calculs.

Problème 6 :

Une famille française dispose d'un revenu de 2100 € par mois. Ses dépenses se répartissent de la façon suivante. Calcule, en euros, les dépenses dans chaque catégorie. Combien reste-t-il à cette famille après toutes ses dépenses. Quelle proportion du revenu cela représente-t-il ?

Loyer	Loisirs	Nourriture	Voiture	Assurances	Argent disponible
$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{9}{60}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$?

Problème 7 :

Stéphane reçoit un revenu mensuel de 840 €. Son loyer représente trois septièmes de ses revenus et la nourriture un quart de ses revenus. Quel est le montant de son loyer ? Quel est le montant de sa nourriture ? Que lui reste-t-il après avoir payé le loyer et la nourriture ? Quelle proportion du revenu cela représente-t-il ? Justifier toutes vos réponses par des calculs fractionnaires.

Vers la notion d'inverse

Définition : deux nombres relatifs sont **inverses** lorsque leur **produit est égal à 1**.

1. Déterminer l'inverse des nombres relatifs suivants :

$$a = 0,1 \quad b = 2 \quad c = 100 \quad d = -0,2 \quad e = -4 \quad f = -0,001$$

2. Déterminer parmi les quotients suivants les couples de nombres inverses :

$$m = \frac{4}{5} \quad n = \frac{-4}{3} \quad p = 100 \quad q = \frac{3}{-4} \quad r = \frac{5}{4} \quad s = \frac{1}{100}$$

3. Si a et b sont deux nombres relatifs, conjecturer quel est l'inverse d'un quotient $\frac{a}{b}$

Division de quotients

Définition : diviser par un nombre non nul revient à **multiplier par son inverse**.

1. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme irréductible :

$$A = \frac{3}{4} \div \frac{5}{7}$$

$$B = \frac{-1}{5} \div \frac{1}{3}$$

$$C = \frac{4}{-3} \div \frac{-7}{5}$$

$$D = \frac{6}{5} \div \frac{3}{2}$$

$$E = \frac{7}{-4} \div \frac{8}{7}$$

$$F = \frac{-15}{8} \times \frac{-10}{4}$$

2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme irréductible :

$$G = 4 \div \frac{2}{3}$$

$$H = \frac{5}{9} \div 15$$

$$I = \frac{7}{3} \div 3$$

$$J = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{2}{3}}$$

$$K = \frac{\frac{-3}{10}}{\frac{4}{5}}$$

$$L = \frac{\frac{14}{15}}{\frac{-21}{30}}$$

Exercice d'application directe

Effectuer les calculs suivants. Faire apparaître toutes les étapes des calculs. Donner le résultat de l'expression E et de l'expression G sous la forme d'une fraction irréductible. Donner le résultat de l'expression F sous la forme d'un nombre entier. ATTENTION AUX PRIORITES !

$$E = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$$

$$F = \left(2 + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)$$

$$G = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}}$$

Pour insister sur la notion d'inversePartie 1

Les lettres a et b représentent deux nombres non nuls. On propose ci-dessous quatre phrases et quatre expressions littérales. Relier chaque phrase à l'expression littérale qui lui correspond.

Partie 2

Vous répondrez par « oui » ou par « non » à chacune des questions. Est-il possible d'affirmer que le produit des inverses de a et de b est égal à l'inverse du produit de a et de b ? Est-il possible d'affirmer que la somme des inverses de a et de b est égale à l'inverse de la somme de a et de b ?

Partie 3

Recopier et compléter les affirmations suivantes pour qu'elles soient toujours vraies et aient le statut de propriété. Vous complèterez les phrases avec les mots ou expressions suivantes : « zéro », « un », « double du nombre de départ », « carré du nombre de départ ».

- SI on additionne un nombre avec son opposé ALORS le résultat est égal à ...
- SI on soustrait à un nombre son opposé ALORS le résultat est égal au ...
- SI on multiplie un nombre non nul avec son inverse ALORS le résultat est égal à ...
- SI on divise un nombre non nul par son inverse ALORS le résultat est égal au ...

Pour insister sur la division des quotients

Si je partage les trois quarts d'un terrain en cinq parties égales, alors l'aire de chaque partie représente : « Cinq quarts de l'aire totale du terrain » ? « Quatre cinquièmes de l'aire totale du terrain » ? « Vingt tiers de l'aire totale du terrain » ? « Trois vingtième de l'aire totale du terrain » ?

Si je remplis d'eau le quart d'une bouteille d'un demi-litre, alors cette bouteille contient : « Un demi litre d'eau » ? « Un quart de litre d'eau » ? « Un huitième de litre d'eau » ? « Un seizième de litre d'eau » ?

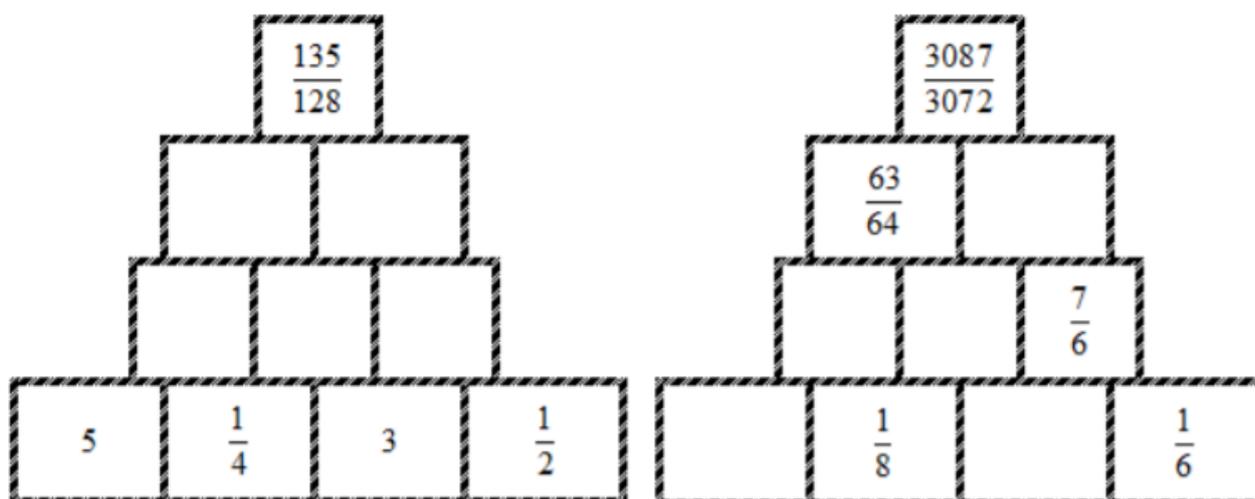
Si je dépense le tiers de ma fortune pour acheter une voiture et que j'ai besoin du quart de ce qui me reste pour partir en vacances, alors les dépenses pour mes vacances représentent : « Le quart de ma fortune » ? « Le sixième de ma fortune » ? « Les trois quarts de ma fortune » ? « Les quatre tiers de ma fortune » ?

Si je dois répartir 24 litres de jus de pomme dans des bouteilles de 75 centilitres, alors j'aurai besoin de : « 6 bouteilles » ? « 8 bouteilles » ? « 18 bouteilles » ? « 32 bouteilles » ?

Si je multiplie un quotient quelconque par l'opposé de son inverse, alors le résultat obtenu : « Est égal à -1 » ? « Est égal à 0 » ? « Est égal à 1 » ? « N'est pas calculable » ?

Deux pyramides et deux carrés magique*Situation 1*

Dans les deux pyramides ci-dessous, la valeur de chaque case est égale au produit des valeurs des deux cases situées juste en dessous. Recopier et compléter les deux pyramides.

*Situation 2*

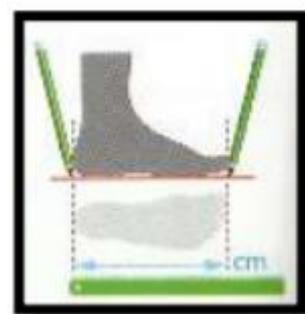
Recopier et compléter les carrés magiques de telle sorte que la somme des nombres proposés sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale soient égales.

$\frac{20}{7}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{7}$
$\frac{15}{14}$		

$\frac{4}{3}$		1
	$\frac{5}{6}$	
		$\frac{1}{3}$

Une curiosité

Pour calculer sa pointure française, une technique consiste à mesurer la longueur de son pied en centimètres, lui ajouter 1, puis diviser cette somme par la fraction deux tiers. Victor a mesuré la longueur de son pied et a trouvé 25 centimètres. Quelle est sa pointure française ? Justifier la réponse par un ou des calculs fractionnaires. Comment aurait-on pu énoncer la règle de conversion de manière plus simple ?



Des fractions, des opérations et un résultat entier

Effectuer les trois calculs proposés ci-dessous. Vérifier que $A+B+C$ est un nombre entier.

$$A = 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right)$$

$$B = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{5}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{13}{2}$$

Pour s'entraîner à calculer*Situation 1*

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7}$$

$$B = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5} \right)$$

- a.** Calculer A et écrire la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.
- b.** Calculer B et écrire la réponse sous la forme d'un entier.

Situation 2

- a.** Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$. Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- b.** Effectuer le calcul suivant. Le résultat sera donné sous la forme d'un entier.

$$B = \left(2 + \frac{2}{3} \right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right).$$

Partie décimale infinie, pour chercher un peu...

On se demande s'il est possible de trouver une fraction égale au nombre $A = 1,353535\dots$ dans lequel les chiffres 3 et 5 présents dans l'écriture décimale se répètent indéfiniment comme l'indiquent les pointillés. Pour obtenir cette fraction suivre le raisonnement suivant :

1. Que vaut $100 \times A$?
2. A quel nombre est donc égal la différence $100 \times A - A$?
3. En remarquant que $100 \times A - A = 99 \times A$, donner une fraction égale à A .

En reproduisant le même raisonnement, donner la fraction la plus simple possible égale à :

4. Au nombre $B = 27,159159159\dots$
5. Au nombre $C = 0,123412341234\dots$
6. Au nombre $D = 3,142857142857\dots$