

Introduction – Nécessité d'une nouvelle notation

« Un neurone est une cellule appartenant au système nerveux. Le cerveau contient environ 100 000 000 000 neurones. L'influx nerveux est transmis d'un neurone à l'autre au niveau des zones appelées synapses. Le nombre total de synapses est estimé à environ 1 000 000 000 000 000. Le diamètre du corps cellulaire des neurones varie selon leur type de 0,000 005 à 0,000 120 mètres. »

1. Quel est l'inconvénient des nombres écrits dans le texte ?
2. Ecrire chacun des deux derniers nombres en utilisant une unité mieux appropriée.

Activité 1 – La notation puissancePartie 1

Définition et notation : Le carré du nombre relatif a est le produit de 2 facteurs égaux à a . On notera ce produit a^2 et on lira cette notation « a au carré » ou bien « a puissance 2 ».

Formule : $a^2 = a \times a$

1. Ecrire chacun des nombres proposés ci-dessous sous la forme d'un carré.

9	100	25	81	4	121
49	1	36	16	144	64

Partie 2

Définition et notation : Le cube du nombre relatif a est le produit de 3 facteurs égaux à a . On notera ce produit a^3 et on lira cette notation « a au cube » ou bien « a puissance 3 ».

Formule : $a^3 = a \times a \times a$

2. Ecrire chacun des nombres proposés ci-dessous sous la forme d'un cube.

8	1000	125
27	1	64

Partie 3

Définition et notation : Si n désigne un nombre entier positif, la puissance n du nombre relatif a est le produit de n facteurs égaux à a . On notera ce produit a^n et on lira cette notation « a puissance n ».

Formule : $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$

3. Ecrire chacun des nombres proposés ci-dessous sous la forme d'une puissance.

32	625	81	1000000
----	-----	----	---------

Activité 2 – Puissances de 10 et puissance d'un nombre négatifPartie 1

Formule : $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}}$

1. Ecrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme d'une puissance de 10.

Cent	Mille	Un million	Un milliard
Dix mille	Dix millions	Dix milliards	Dix

2. Ecrire les deux premiers nombres du texte sous la forme d'une puissance de 10.
3. Quelle remarque peut-on faire ?

Partie 2

Remarque : Lorsque le nombre a est négatif, la notation se fera à l'aide de parenthèses.

Exemple : $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$ ou $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$.

4. Ecrire chacun des nombres proposés ci-dessous sous la forme d'une puissance.

-32 -8 -100000 -64

5. Calculer chacune des expressions proposées ci-dessous :

$(-11)^2$ $(-10)^6$ $(-3)^3$ $(-10)^5$

6. Quelle remarque peut-on faire ?

Activité 3 – Exposant négatif

Définition et notation : Si n désigne un nombre entier positif et a un nombre relatif non nul, alors a^{-n} désigne l'inverse de a^n .

Formule : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

1. Calculer chacune des expressions proposées ci-dessous.

2^{-3} 10^{-4} 5^{-2} 10^{-1}
 8^{-2} 2^{-1} 10^{-6} 5^{-3}

2. Ecrire chacun des nombres proposés ci-dessous sous la forme d'une puissance.

0,001 0,25 0,333... 0,111...

Activité 4 – Règles de calcul sur les puissances de 10Partie 1

1. Recopier et compléter les expressions suivantes.

$$10^2 \times 10^3 = \underbrace{10 \times 10} \times \underbrace{10 \times 10 \times 10} = 10^{\dots}$$

$$10^2 \times 10^{-5} = 10^2 \times \frac{1}{10^5} = \underbrace{10 \times 10} \times \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}} = \frac{\cancel{10} \times \cancel{10} \times 1}{\cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^{\dots}} = 10^{\dots}$$

Calculer de la même manière $10^{-3} \times 10^4$ et $10^{-2} \times 10^{-4}$.Enoncer une conjecture concernant le résultat du produit $10^n \times 10^p$.Partie 2

2. Recopier et compléter les expressions suivantes.

$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{\cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10 \times 10}{\cancel{10} \times \cancel{10}} = 10^{\dots}$$

$$\frac{10^{-3}}{10^2} = 10^{-3} \times \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10^3} \times \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} \times \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1 \times 1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^{\dots}} = 10^{\dots}$$

Calculer de la même manière $\frac{10^3}{10^5}$, $\frac{10^{-4}}{10^{-2}}$, $\frac{10^5}{10^{-3}}$.Enoncer une conjecture concernant le résultat du quotient $\frac{10^n}{10^p}$.Partie 3

3. Recopier et compléter les expressions suivantes.

$$(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = \underbrace{10 \times 10} \times \underbrace{10 \times 10} \times \underbrace{10 \times 10} = 10^{\dots}$$

$$(10^{-2})^4 = \left(\frac{1}{10^2}\right)^4 = \frac{1}{10^2} \times \frac{1}{10^2} \times \frac{1}{10^2} \times \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} \times \frac{1}{10 \times 10} \times \frac{1}{10 \times 10} \times \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{10^{\dots}} = 10^{\dots}$$

Calculer de la même manière $(10^5)^2$ et $(10^{-3})^4$.Enoncer une conjecture concernant le résultat de la puissance $(10^n)^p$.Partie 4

4. Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'une puissance de 10.

$$A = \frac{10^2 \times 10^3}{10^4} \quad B = \frac{10^{-5} \times 10^7}{10^3} \quad C = \frac{(10^5)^2}{10^4 \times 10^9} \quad D = \frac{10^{-8} \times 10^{-3}}{(10^{-2})^7} \quad E = \frac{10 \times 10^5}{10 \times 10^4 \times 10}$$

Activité 5 – Ecriture scientifiquePartie 1

1. On considère le nombre 4 270 000. Recopier et compléter les égalités suivantes.

$$4270000 = 427 \times 10000 = 427 \times 10^4$$

$$4270000 = 42,7 \times \dots = 42,7 \times 10^{\dots}$$

$$4270000 = 4,27 \times \dots = 4,27 \times 10^{\dots}$$

$$4270000 = 0,427 \times \dots = 0,427 \times 10^{\dots}$$

2. On considère le nombre 0, 000 053. Recopier et compléter les égalités suivantes.

$$0,000053 = \frac{53}{1000000} = 53 \times \frac{1}{1000000} = 53 \times \frac{1}{10^6} = 53 \times 10^{-6}$$

$$0,000053 = \frac{5,3}{100000} = \dots = 5,3 \times 10^{\dots}$$

$$0,000053 = \frac{0,53}{10000} = \dots = 0,53 \times 10^{\dots}$$

Partie 2

Définition : Un nombre admet plusieurs écritures de la forme $a \times 10^n$ dans laquelle a représente un nombre décimal et n représente un entier relatif. Une de ces écritures s'appelle l'écriture scientifique du nombre.

L'écriture scientifique du nombre 4 270 000 est $4,27 \times 10^6$.

L'écriture scientifique du nombre 0, 000 053 est $5,3 \times 10^{-5}$.

- Indiquer les particularités cette écriture.
- Déterminer l'écriture scientifique des deux derniers nombres du texte.
- Déterminer l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$a = 6250000 \quad b = 0,015 \quad c = 0,00004 \quad d = 0,000000152 \quad e = 185000000$$

Activité 6 – Application des règles de calculs

Calculer chacune des expressions ci-dessous puis donner le résultat en écriture scientifique.

$$A = \frac{5 \times 10^8 \times 11 \times 10^3}{22 \times 10^5}$$

$$B = \frac{49 \times 10^{-4} \times 75 \times 10^5}{35 \times (10^{-3})^2}$$

$$C = \frac{0,3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}$$

$$D = \frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}}$$

$$E = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7}$$

$$F = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

Activité 7 – Des exercices d'application directePartie 1

- Donner l'écriture sous la forme d'un carré des nombres suivants :
 - Quarante neuf
 - Quatre vingt un
 - Cent vingt et un
- Donner l'écriture sous la forme d'un cube des nombres suivants :
 - Vingt sept
 - Soixante quatre
 - Cent vingt cinq
- Donner l'écriture sous la forme d'une puissance de dix des nombres suivants :
 - Dix mille
 - Cent millions
 - Mille milliards
 - Un centième
 - Un millième
 - Un millionième

Partie 2

- Calculer les puissances suivantes :
 - $a = (-2)^3$
 - $b = (-10)^2$
 - $c = (-1)^5$
- Calculer les puissances suivantes, vous donnerez le résultat sous la forme décimale :
 - $d = 2^{-3}$
 - $e = 10^{-2}$
 - $f = 5^{-1}$
 - $g = 3^{-1}$
 - $h = 9^{-1}$
 - $k = 10^0$

Partie 3

Recopier les quatre phrases suivantes en remplaçant chaque nombre souligné par son écriture scientifique c'est-à-dire $a \times 10^n$ où a est un décimal compris entre un et dix (exclu) et où n est un entier relatif.

- « La vitesse de la lumière dans le vide est à peu près égale à 300 000 000 mètres par seconde ».
- « Un millimètre cube de sang contient environ six mille globules blancs et cinq millions de globules rouges ».
- « Le cerveau contient environ cent milliards de neurones. Le diamètre du corps cellulaire des neurones varie de 0,000 000 5 mètre à 0,000 120 mètre ».
- « Le rayon d'un atome d'uranium est de 0,000 000 000 4 mètre tandis que le rayon du noyau de cet atome est de 0,000 000 000 000 016 mètre ».
- « La distance entre le centre du soleil et le centre de la terre est de 150 000 000 km ».

Activité 8 – Pour appliquer les règles de calcul

A l'aide des formules rappelées ci-dessus et en indiquant toutes les étapes de vos calculs, déterminer l'écriture scientifique des quatre expressions suivantes :

$$A = 5 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^9$$

$$B = 15 \times (10^7)^2 \times 3 \times 10^{-9}$$

$$C = \frac{5 \times 10^2}{25 \times 10^{-5}}$$

$$D = \frac{1,2 \times 10^3}{4 \times 10^5}$$

$$E = \frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}}$$

$$F = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5}{21 \times 10^{-6}}$$

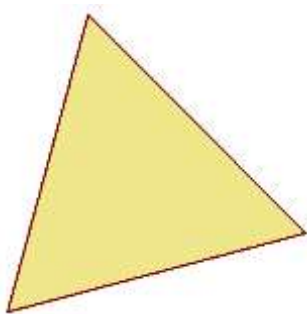
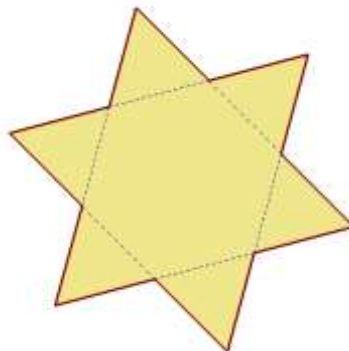
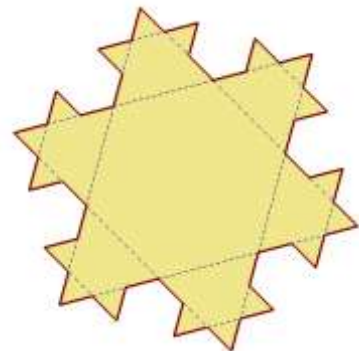
$$G = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^6}{15 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-6}}$$

$$H = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

Activité 9 – Pour chercher un peu

Le flocon de Von Koch est construit de la manière suivante : « à partir d'un triangle équilatéral, chaque côté donne naissance à quatre côtés de longueurs égales, et ainsi de suite... ».

- Déterminer le nombre de côtés que possède le flocon à l'étape 1.
- Déterminer le nombre de côtés que possède le flocon à l'étape 2.
- Sauriez-vous déterminer le nombre de côtés que possède le flocon à la troisième étape ?
- Et à la n ième étape ?

*Etape 0**Etape 1**Etape 2***Activité 10 – Des problèmes**Partie 1

Le cerveau humain est composé de 100 milliards de neurones. À partir de 30 ans, ce nombre de neurones baisse d'environ 100 000 par jour. En considérant qu'une année contient 365 jours, donne l'écriture décimale puis scientifique du nombre de neurones d'un humain de 40 ans.

Partie 2

La lumière est composée de photons qui se déplacent à la vitesse moyenne de 300 000 km par seconde. Une année-lumière correspond à la distance parcourue par un de ces photons en une année.

1. À quelle distance en km correspond une année-lumière ?
Ecrire la réponse en notation scientifique.
2. La distance du centre du soleil au centre de la terre est $1,5 \times 10^8$ km.
Exprimer cette distance en année-lumière.

Partie 3

Le cœur humain effectue environ 5 000 battements par heure.

3. Écrire 5 000 en notation scientifique, puis calculer le nombre de battements effectués en un jour, sachant qu'un jour dure 24 heures.
4. Calculer le nombre de battements effectués pendant une vie de 80 ans. On considère qu'une année correspond à 365 jours. Donner la réponse en notation scientifique.

Partie 4

La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$ kilogrammes. Les chimistes considèrent des paquets contenant $6,22 \times 10^{23}$ atomes.

5. Calculer la masse en grammes d'un tel paquet d'atomes de carbone.
6. Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

Partie 5

$$A = \frac{14 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}$$

$$B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5}{21 \times 10^{-1}}$$

$$C = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^6}{15 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-5}}$$

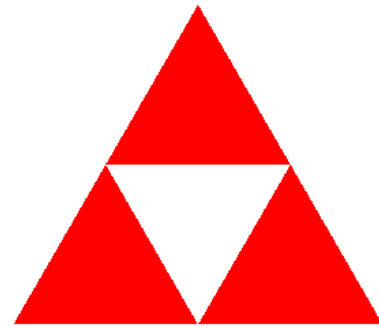
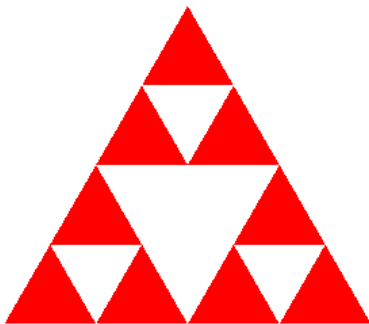
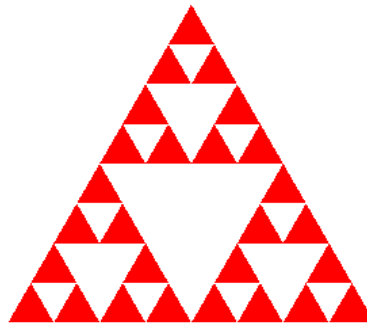
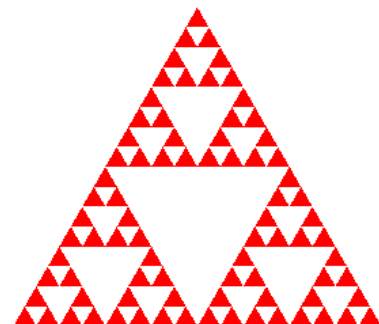
$$D = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

7. Calculer A et donner le résultat sous forme fractionnaire la plus simple possible.
8. Écrire B sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre entier et n un nombre entier relatif.
9. Calculer et donner le résultat en écriture scientifique de C.
10. . Donner les écritures décimale et scientifique de D.

Exercice 1

Le triangle de Sierpinski est un objet fractal. A l'étape 1, on trace un triangle blanc à l'intérieur d'un triangle équilatéral coloré en joignant les milieux de chaque côté. A l'étape 2 on trace un triangle blanc dans chaque triangle coloré selon le même procédé. Et ainsi de suite comme le montrent les figures proposées ci-contre et ci-dessous.

1. Combien aura-t-on de triangles colorés à l'étape 5 ?
2. Combien aura-t-on de triangles colorés à l'étape n ?

*Etape 1**Etape 2**Etape 3**Etape 4***Exercice 2**

On considère les deux nombres proposés ci-dessous. Déterminer l'écriture scientifique de ces deux nombres. Faire apparaître toutes les étapes de calcul.

$$\bullet A = \frac{8 \times 10^8 \times 1,6}{0,4 \times 10^{-3}}$$

$$\bullet B = \frac{3 \times 10^{-4} \times 5 \times (10^2)^6}{25 \times 10^{-2}}$$

Exercice 3

Recopier chaque phrase proposée ci-dessous en écrivant le nombre souligné sous la forme d'une puissance de 10.

1. Le diamètre de notre galaxie est d'environ un milliard de milliards de kilomètres.
2. Mon ordinateur exécute une instruction en un cent-millionième de seconde.
3. Le capitaine Haddock dit souvent mille millions de mille milliards de mille sabords.
4. Les cheveux ont un diamètre proche de un dix-millième de mètre.
5. La distance du soleil à la planète Vénus est de cent millions de kilomètres.

Exercice 4

Associer à chaque élément un ordre de grandeur correspondant à sa taille, puis à sa masse.

1. Une fourmi, la longueur d'un stade de foot, le diamètre de la terre, un virus. 10^{-8} mètre, 10^{-2} mètre, 10^2 mètres et 10^7 mètres.
2. Un moustique, un litre d'eau, une voiture, une fusée. 10^0 kilogramme, 10^{-6} kilogrammes, 10^5 kilogrammes et 10^3 kilogrammes.

Un astronome a commencé à remplir un tableau. Compléter puis classer les planètes par ordre croissant de taille. Il n'est pas demandé de recopier le tableau.

3.

	Diamètre en kilomètres Ecriture décimale	Diamètre en kilomètres Ecriture scientifique
Soleil	1 400 000	
Mercure	4 900	
Vénus	12 100	
Terre	12 700	
Mars		$6,8 \times 10^3$
Jupiter	140 000	
Saturne		$1,21 \times 10^5$
Uranus		$5,1 \times 10^4$
Neptune		$4,85 \times 10^4$

Exercice 5

Dans cet exercice on propose plusieurs problèmes.

1. La matière est formée d'atomes très petits. En chimie, on les regroupe souvent par groupes de $6,02 \times 10^{23}$ atomes. Les chimistes appellent chacun de ces groupes une mole. Quelle est la masse d'une mole de carbone sachant qu'un atome de carbone a une masse d'environ $1,99 \times 10^{-23}$ gramme ? Un calcul sera proposé et votre réponse sera arrondie au gramme près.
2. La lumière parcourt environ 3×10^5 kilomètres par seconde. On souhaite déterminer la distance qu'elle parcourt en une année, c'est-à-dire en 365 jours. Un calcul sera proposé et votre réponse proposera un ordre de grandeur de cette distance exprimée en kilomètres.
3. La lumière parcourt environ 3×10^5 kilomètres par seconde. La distance qui sépare le soleil de la terre est d'environ $1,5 \times 10^8$ kilomètres. On souhaite déterminer combien de temps la lumière émise par le soleil met pour parcourir cette distance. Un calcul sera proposé et votre réponse sera donnée d'abord en secondes, puis en minutes et secondes.

4. La capacité d'eau de mer présente à la surface de la terre est d'environ $1,32 \times 10^{18}$ litres. Nous savons qu'un litre d'eau de mer contient environ 5×10^{-9} grammes d'or. On souhaite déterminer la masse totale d'or contenue dans l'eau de mer à la surface de la terre. Un calcul sera proposé et votre réponse sera proposée en tonnes.

Exercice 6

La puissance d'un outil de production d'électricité se mesure en watt (W), mais aussi en mégawatt (MW) et en gigawatt (GW). Combien de watts désigne 1 MW ? Combien de watts désigne 1 GW ? Répondre à ces deux questions en utilisant les puissances de 10.

Voici la puissance potentielle de plusieurs sources d'énergie :

- Eolienne terrestre : environ 2 MW,
- Eolienne offshore : environ 5 MW,
- Centrale thermique à flamme : jusqu'à 720 MW,
- Centrale hydro-électrique : jusqu'à 3 GW,
- Réacteur nucléaire : de 900 MW à 1,5 GW.

Début 2015, il y avait environ 4500 éoliennes terrestres installées en France. Quelle puissance peut fournir le parc éolien terrestre français ? La France s'est fixé pour objectif de disposer d'une production éolienne offshore de 6 GW avant 2020. Combien doit-elle installer d'éoliennes offshore pour répondre à son objectif ?

La France dispose de 19 centrales nucléaires, regroupant 58 réacteurs pour une puissance totale de 63 GW. Combien faudrait-il d'éoliennes terrestres pour remplacer complètement le parc nucléaire français ?

Exercice 7

Léa possède une très grande feuille de papier qui mesure 0,1 millimètre d'épaisseur. Elle la plie en deux, puis de nouveau en deux, puis encore en 2 et ainsi de suite pour former une pile. Combien de pliage devra-t-elle faire pour obtenir une pile de papier plus haute que la tour Eiffel ?

Exercice 8

Effectuer les six calculs suivants :

$$A = 1 + 2^1 + 2^2 \quad B = \frac{1 - 2^3}{1 - 2} \quad C = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 \quad D = \frac{1 - 2^4}{1 - 2} \quad E = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 \quad F = \frac{1 - 2^5}{1 - 2}$$

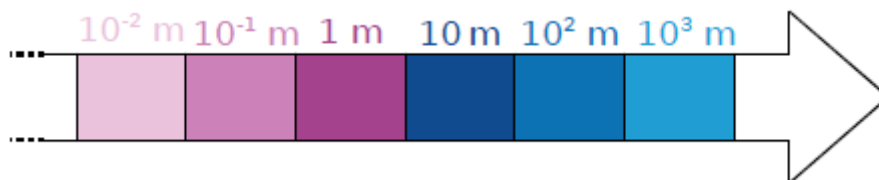
Quelle remarque faites-vous ?

Je pose un grain de blé sur la première case d'un échiquier. Je place deux grains de riz sur la deuxième case. Je place quatre grains de riz sur la troisième. Et ainsi de suite en doublant à chaque étape le nombre de grains disposé sur la case précédente. Combien de grains de riz ont été déposés sur l'ensemble des soixante-quatre cases de l'échiquier ? Justifier par un calcul.

Activité 11 – Des grains de blé sur un échiquier

Scheran, monarque indien, promet à Sissa, l'inventeur du jeu d'échec, de lui donner tout ce qu'il voudrait en guise de récompense. Sissa répondit : « que votre Majesté daigne me donner un grain de blé pour la première case de l'échiquier, deux pour la seconde, quatre pour la troisième, et ainsi de suite, en doublant jusqu'à la soixante-quatrième case. »

1. Doit-on penser, comme le monarque, que cette demande est ridiculement modeste ?
2. Combien de grains de blé seront-ils donnés pour la 2^e case ? Pour la 3^e case ? Pour la 5^e case ? Pour la 10^e case ? Pour la 20^e case ? Pour la 30^e case ? Pour la 64^e case ?
3. Vérifier les trois égalités suivantes : $2^0 + 2^1 = 2^2 - 1$, $2^0 + 2^1 + 2^2 = 2^3 - 1$ et $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1$. Sauriez-vous démontrer que $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1$?
4. En déduire le nombre total de grains réclamés par Sissa. On désire savoir à quoi correspond concrètement cette quantité. Pour cela, on se procure des grains de blé, on en compte 1 000 et on les pèse. On en déduit qu'en moyenne, un grain de blé pèse 50 milligrammes. Estimer en grammes, en kilogrammes puis en tonnes, la masse totale des grains réclamés par Sissa.
5. Selon la FAO (Organisation des Nations Unies pour l'alimentation et l'agriculture), la France produit en une année près de 40 millions de tonnes de blé. Estimer combien d'années seraient nécessaires pour que les producteurs français puissent honorer la promesse du monarque ?

Activité 12 – Pour chercher un peu

Voici une liste de seize êtres ou objets : Diamètre du soleil / Électron / Fourmi / Enfant / Tour Eiffel / Ballon / Bactérie / Bille / Cellule humaine / Noyau d'un atome / Une année-lumière / Diamètre d'un cheveu / Tour de Pise / Atome / Diamètre de la galaxie / Distance Terre- Soleil.

1. Construire une frise graduée de 10^{-15} m à 10^{20} m selon le modèle ci-dessus, puis placer chacun de ces êtres ou objets dans une des cases de la frise.
2. Compléter les phrases suivantes : « Un ballon est ... fois plus petit que la Tour Eiffel. » / « Une fourmi est ... fois plus grande qu'une cellule humaine. » / « ... est 1 000 fois plus petit qu'une bille. » / « ... est 100 fois plus grand qu'une bactérie. »
3. Compléter la phrase suivante : « Si un enfant était une fourmi, alors un ... lui semblerait aussi grand qu'une montagne. ». Construire quatre autres phrases sur ce même modèle.
4. Choisir un des êtres ou objet de la liste et construire plusieurs phrases sur le modèle suivant : « Si un enfant était ... alors ... ».