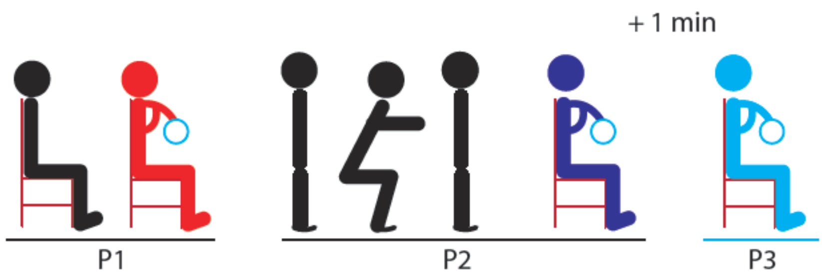
Le test de Ruffier

Pour savoir si le cœur d'une personne est adapté à l'effort, les médecins mesurent son nombre de battements par minutes. C'est ce que l'on appelle le pouls ou la fréquence cardiaque. On s'intéresse surtout aux variations du pouls pendant l'effort. De nombreux tests ont été inventés pour mesurer la capacité du cœur à fournir un effort, mais l'un d'entre eux, mis au point par le Docteur Ruffier, est très utilisé par les médecins du sport : c'est le test de Ruffier. Il se déroule en trois étapes :

- Première étape : la personne se repose quelques minutes et on mesure son pouls au repos (on note ce pouls P1),
- Deuxième étape : la personne effectue 30 flexions sur les jambes en 45 secondes (bras tendus, dos droit, talons touchant les fesses à chaque flexions). On mesure son pouls dès la fin de l'effort (on note ce pouls P2),
- Troisième étape : la personne se repose et on mesure son pouls exactement une minute après la fin de l'effort (on note ce pouls P3).



A l'aide de ces trois mesures de pouls, on peut calculer deux indices permettant d'estimer la capacité du cœur à fournir des efforts :

- L'indice de Ruffier se calcule à l'aide de la formule : $\dfrac{P_1+P_2+P_3-200}{10}$,
- L'indice de Ruffier-Dickson se calcule à l'aide de la formule : $\dfrac{P_2-70+2\times\left(P_3-P_1\right)}{10}$

Ces indices permettent de classer le cœur des personnes et de dire s'il est adapté ou non à l'effort.

Pour l'indice de Ruffier

indice < 0	: excellente adaptation à l'effort
0 < indice < 5	: très bonne adaptation à l'effort
5 < indice < 8	: bonne adaptation à l'effort
8< indice <12	: adaptation à l'effort moyenne
12< indice <15	: adaptation à l'effort insuffisante
15 < indice	: adaptation à l'effort très insuffisante

Pour l'indice de Ruffier-Dickson

indice < 0	: excellente adaptation à l'effort
0 < indice < 2	: très bonne adaptation à l'effort
2 < indice < 4	: bonne adaptation à l'effort
4 < indice < 6	: adaptation à l'effort moyenne
6 < indice < 8	: adaptation à l'effort faible
8 < indice < 10	: adaptation à l'effort très faible
10 < indice	: adaptation à l'effort moyenne

Les exercices d'application directe

11 Si x représente un nombre, comment écrire les expressions suivantes ?

a. Le double de x.
b. Le tiers de x.
c. La somme de x et de 13.
d. La différence de x et de 7.
e. Le triple de la somme de 2 et de x.
f. Le tiers de la différence de 16 et x.

12 Traduis par une phrase les expressions.

A = $x + 7$	D = $5 - 2x$
B = $3x$	E = $(3 + x)(3 - x)$
C = $2x + 1$	F = $x^2 + 5$

13 Calcule chaque expression pour la valeur de x indiquée.

A = $x + 11$ pour $x = 7$	D = $14x$ pour $x = 1{,}5$
B = $5x$ pour $x = 2$	E = $2 + 2x$ pour $x = 5$
C = $14 + x$ pour $x = 3$	F = $15 - 3x$ pour $x = 1$

14 Calcule chaque expression pour la valeur de x indiquée.

A = x^2 pour $x = 2{,}5$	D = x^3 pour $x = 3$
B = $5x^2$ pour $x = 2$	E = $2x^3$ pour $x = 5$
C = $4 + 2x^2$ pour $x = 0$	F = $15 - x^3$ pour $x = 1$

15 Calcule chacune des expressions suivantes pour $x = 3$ et $y = 2$.

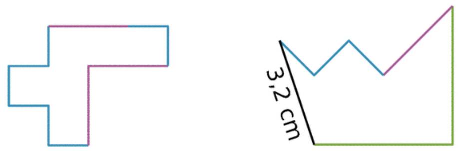
C = $xy + 4$	E = $xy - x - y + 4$
D = $x - y + 8$	F = xyx

16 Calcule chacune des expressions suivantes pour $x = 1$ et $y = 4$.

C = $x^2 + x + y$	F = x^2y
D = $x^2 + 2xy + y^2$	E = $x^2 + y^2$

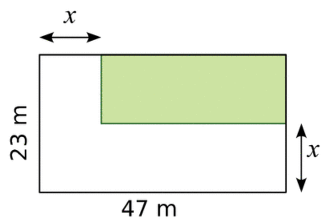
17 *Périmètre de polygones*

a. Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de a et de b sachant qu'un trait bleu mesure a cm, un trait violet mesure $2a$ cm, et un trait vert mesure b cm.



b. Calcule ces deux périmètres pour $a = 1{,}3$ et $b = 4$.

18 *Rectangles imbriqués*



a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

b. Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?

Trois expressions littérales

La formule $L \times l$ donne l'aire d'un rectangle en fonction de sa longueur L et de sa largeur l. La formule $\pi \times r^2$ donne l'aire d'un disque en fonction de son rayon r. La formule de Tanner permet de calculer la taille que l'on peut espérer atteindre à l'âge adulte. Elle se calcule avec les formules $\dfrac{P+M+13}{2}$ pour un garçon et $\dfrac{P+M-13}{2}$ pour une fille (où P est la taille du père en centimètres et M est la taille du père en centimètres).

1. Vérifier qu'un rectangle de longueur $L=4$ m et de largeur $l=3$ m a une aire de 12 m². Quelle est l'aire d'un rectangle de longueur $L=7$ cm et de largeur $l=4$ cm ?

2. Vérifier qu'un disque de rayon $r=6$ mètres a une aire de 113 mètres carrés environ. Quelle est l'aire d'un disque de rayon $r=8$ centimètres.

3. Vérifier qu'un garçon dont le père mesure 185 cm et la mère 152 cm peut espérer mesurer 175 cm à l'âge adulte. Le père de Clara mesure 187 cm et sa mère mesure 175 cm. Combien peut-elle espérer mesurer à l'âge adulte ?

La distance de freinage

La distance de freinage d'un véhicule est la distance parcourue entre l'instant où le conducteur freine et celui où le véhicule s'arrête. Cette distance dépend de nombreux paramètres (vitesse du véhicule, état de la route, etc…) Des scientifiques ont établi que cette distance de freinage pouvait se calculer à l'aide de la formule suivante : $D = \dfrac{V^2}{25{,}92 \times 9{,}81 \times C}$. Dans cette formule D est la distance de freinage exprimée en mètres, V est la vitesse du véhicule en km/h et C est le coefficient de frottement qui varie entre 0 et 1 en fonction de l'état de la route.

Sur route sèche

Sur une route sèche, avec un bon revêtement, le coefficient de frottement et assez élevé. Il vaut $C=0{,}8$. Calculer la distance de freinage sur route sèche d'un véhicule roulant à la vitesse de 50 km/h, à la vitesse de 90 km/h puis à la vitesse de 130 km/h.

Etude de plusieurs situations

Le moniteur de sécurité routière souhaite étudier la distance de freinage d'un véhicule en fonction de sa vitesse et de l'état de la route. Aider ce moniteur en recopiant et en complétant le tableau proposé ci-contre :

	50	90	130
Route sèche avec bitume neuf	?	?	?
Route sèche avec revêtement moyen	?	?	?
Route mouillée avec revêtement moyen	?	?	?

Pour effectuer les calculs on utilisera les données suivantes : le coefficient de frottement pour une route avec revêtement moyen est $C=0{,}7$ lorsqu'elle est sèche, $C=0{,}3$ lorsqu'elle est mouillée.

Les exercices d'application directe

6 Écris le plus simplement possible.

A = $3 \times a \times b$	D = $5 + 3 \times b$
B = $3 \times a + 3 \times b$	E = $5 \times a + 3 + 2$
C = $8 \times a \times 2$	F = $2 \times 3 \times a \times (b \times c)$

7 Écris le plus simplement possible.

A = $7 \times a \times b \times 3$	C = $3 \times (2 \times a + b) \times 5$
B = $7 + a \times b + 3$	D = $(2{,}5 - 1) \times a \times b$

8 Simplifie les expressions en utilisant les notations "au carré" et "au cube".

A = $a \times a$	E = $c \times c \times 3$
B = $b \times b \times b$	F = $9 + d \times d \times d$

Aire d'un carré de côté c : $c \times c$ = ...

Aire d'un disque de rayon r : $\pi \times r \times r$ = ...

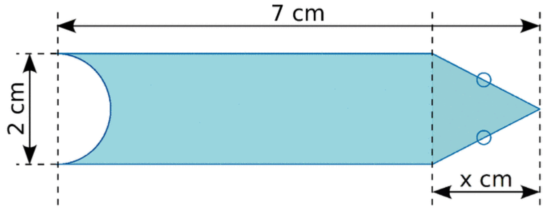
9 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible en utilisant les notations "au carré" et "au cube" si nécessaire.

A = $1 \times a + a \times a$	E = $a \times a \times b \times 3$
B = $a \times a \times a - 0 \times b$	F = $1 \times a \times a \times b \times 0$
C = $6 \times a \times a - a$	G = $a \times 2 \times b \times a \times b$
D = $2 \times a \times 3 \times a$	H = $(a + b)(a + b)$

10 Écris les multiplications cachées.

A = $5a^2$	C = $a^2 + 2b^3$
B = $2 - b^3$	D = a^2b^3

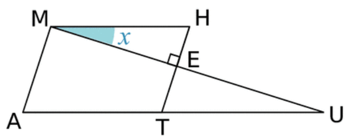
19 *La grande bleue*



a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de x et de π. Réduis l'expression obtenue.

b. Calcule cette aire pour x = 3 cm. Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième.

20 Sachant que le quadrilatère MATH est un parallélogramme, exprime tous les angles de la figure ci-dessous en fonction de x.



21 Pour son téléphone portable, Grégoire paye : 12 € d'abonnement, a € par SMS envoyé et 40 centimes d'euros par minute de communication.

a. Écris une expression permettant de calculer sa dépense sachant que ce mois-ci, Grégoire a envoyé 30 SMS et a utilisé m minutes de communication.

b. Quelle est cette dépense si a = 0,8 et m = 150 ?

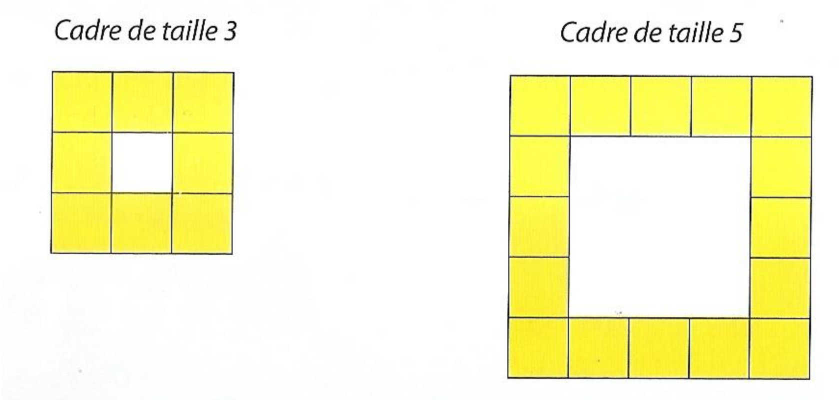
22 Cendrine a construit un triangle tel que la longueur du petit côté vaut la moitié de celle du grand et la longueur du moyen vaut les trois quarts de celle du grand.

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur L du plus grand des côtés.

b. Détermine le périmètre si L vaut 7 cm.

Une histoire de cadres

On joue avec des carreaux jaunes. On dispose ces carreaux sur une table pour obtenir des cadres carrés. Voici deux de ses réalisations : un cadre de taille 3 (3 carreaux de côté) et un cadre de taille 5 (5 carreaux de côté) :



Combien doit-on utiliser de carreaux pour construire un cadre de taille 3 ? Même question pour un cadre de taille 4, de taille 5, de taille 6, de taille 7 et de taille 10.

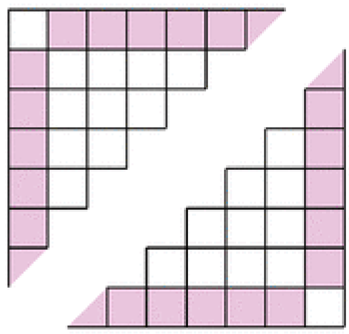
Ecrire les expressions permettant de calculer le nombre de carreaux nécessaires pour construire des cadres de taille 10, de taille 50 et de taille 100.

Expliquer, en une phrase, comment déterminer le nombre de carreaux nécessaires pour construire un cadre de taille quelconque. Traduire cette phrase par une formule permettant de calculer le nombre de carreaux nécessaire en fonction de la taille N du cadre.

En utilisant la formule trouvée, déterminer à l'aide d'une calculatrice, le nombre de carreaux nécessaires pour réaliser un cadre de taille 251.

Des cadres sans coins

On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de cases que nous appellerons des carreaux. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées en rose, sauf les quatre coins. Déterminer le nombre de cases roses pour une figure de 3 carreaux de côté, de 4 carreaux de côté, de 5 carreaux de côté, de 6 carreaux de côté, de 12 carreaux de côté et enfin pour une figure de 100 carreaux de côté.

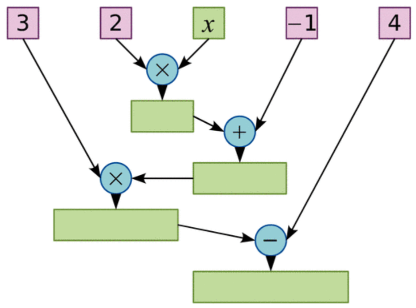


On note x le nombre de carreaux d'un côté du carré et G le nombre de cases roses. Des élèves ont obtenu les formules suivantes. Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses, lesquelles sont justes ? En utilisant les formules justes, retrouver le nombre de cases roses lorsque $x = 100$.

Anis: $G = x \times 4 - 2$	Chloé: $G = 4 \times (x - 2)$	Enzo: $G = 4 \times x - 8$
Basile: $G = x - 2 \times 4$	Dalila: $G = (x - 2) \times 4$	Florian: $G = 4 \times x - 4$

Les exercices d'application directe

46 Recopie puis complète l'arbre de calcul.

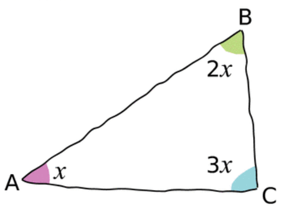


47 *À l'envers !*

a. En t'inspirant du **46**, crée un arbre de calcul pour obtenir l'expression : $5(4 - 3x) + 7$.

b. Calcule l'expression pour $x = 0$ puis $x = \frac{1}{2}$.

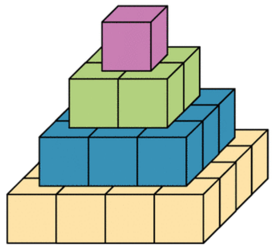
55 *Vrai ou faux*



Laura affirme que ABC est un triangle rectangle. Es-tu du même avis ? Justifie clairement ta réponse.

58 *La pyramide de Gelo*

Godtfred a construit une pyramide de briques Gelo. Il y a une brique au premier niveau, 4 briques au deuxième niveau, 9 briques au troisième niveau, comme sur le schéma suivant.



a. Combien y a-t-il de briques au quatrième niveau ? Au 20e niveau ? Au ne niveau ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un niveau ? Deux niveaux ? Trois niveaux ? Quatre niveaux ?

Godtfred veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt niveaux. Ne voulant pas faire un gros calcul, il cherche sur internet une formule lui donnant le résultat. Il a trouvé les trois expressions suivantes où n représente le nombre de niveaux :

$$A = -6n + 7$$

$B = \dfrac{5n^2 - 7n + 4}{2}$ $\qquad$ $C = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Godtfred veut alors vérifier la véracité de ces informations.

c. En testant chacune des formules par les valeurs trouvées à la question **b.**, quelles sont les formules que l'on peut éliminer d'office ?

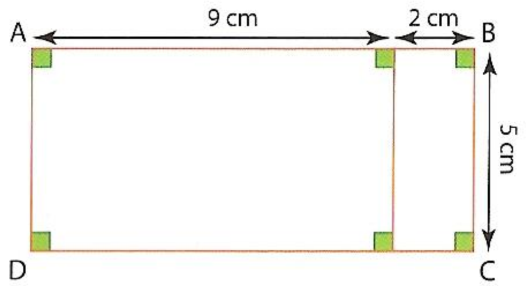
d. Godtfred demande à son professeur si la formule non éliminée est exacte. Il lui répond par l'affirmative. Combien de briques sont nécessaires pour construire la pyramide à vingt niveaux ?

Calcul et expressions égales

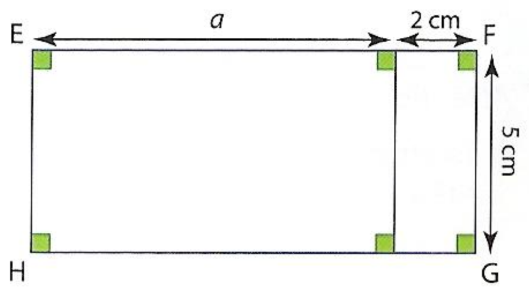
On considère ci-dessous une série de 16 expressions numériques. A l'aide d'une calculatrice, calculer chacune de ces expressions. En utilisant les résultats trouvés, écrire des égalités entre les expressions proposées. Regarder attentivement chacune des égalités ainsi obtenues et essayer d'inventer, en suivant le même modèle, trois autres exemples d'égalités.

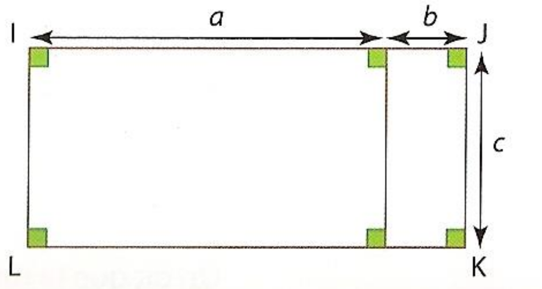
$12 \times (7+4)$; $15 \times (8-5)$; $12 \times 7 + 4$; $21 \times 17 + 14$;
$7 \times (3,5 + 4,2)$; $18 \times (7 - 2,5)$; $(12 \times 7) + 4$; $7 \times 3,5 + 7 \times 4,2$;
$12 \times 7 + 12 \times 4$; $21 \times (17 + 14)$; $18 \times 7 - 2,5$; $18 \times 7 - 18 \times 2,5$;
$15 \times 8 - 15 \times 5$; $15 \times 8 - 5$; $7 \times 3,5 + 4,2$; $21 \times 17 + 21 \times 14$.

Géométrie et expressions égales



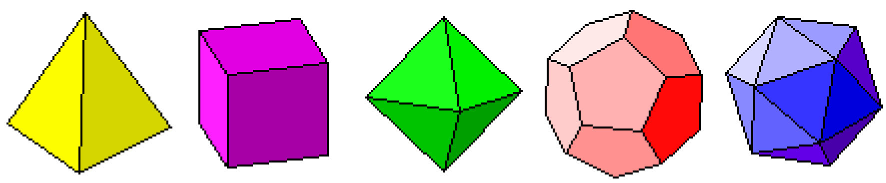
- Exprimer de deux façons l'aire du rectangle ABCD proposé ci-contre.
- Exprimer de deux façons l'aire du rectangle EFGH proposé ci-dessous.
- Exprimer de deux façons l'aire du rectangle IJKL proposé ci-dessous.





Tester une formule

Les cinq polyèdres convexes réguliers de Platon sont le tétraèdre, l'hexaèdre (ou le cube), l'octaèdre, le dodécaèdre et l'icosaèdre. En étudiant le cube, on remarque qu'il possède $F=6$ faces et $S=8$ sommets. On décide d'écrire la formule : $S=F+2$. Est-elle vraie pour un tétraèdre, et pour les autres polyèdres ? Elaborer et tester une formule faisant intervenir F le nombre de faces, S le nombre de sommets et A le nombre d'arêtes qui soit valable pour tous.



Les exercices d'application directe

24 Développe puis réduis les expressions.

$A = 3 \times (x + 2)$

$B = 7 \times (x - 6)$

$C = 1 \times (x + 5)$

$D = 4 \times (5 - x)$

$E = 1{,}6(x - 0{,}5)$

$F = 4(x + 1)$

$G = 7(3x - 8)$

$H = 6(2x + 9)$

25 Développe puis réduis les expressions.

$A = x(x + 2)$

$B = x(x - 6)$

$C = 3x(x + 5)$

$F = 5x(x - 1)$

$G = 6x(2 + 9x)$

$H = x(x^2 - 4)$

26 Factorise puis réduis les expressions.

$A = 5x + 4x$

$B = 9x - 2x$

$C = 6x + x$

$D = 2x + 7x - 5x$

$E = 8xy - 7xy$

$F = 5ab - 9ab + ab$

$G = 18z^2 - 9z^2 + 3z^2$

$H = a^3 + a^3 + a^3$

$I = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x$

27 Factorise les expressions.

$A = 4x + 8$

$B = 7 + 21x$

$C = 2 - 16x$

$D = x^2 + 8x$

28 Factorise les expressions.

$A = 3x + 3$

$B = 9t + 9$

$C = 4 - 4y$

$D = 1{,}2 + 1{,}2r$

30 Regroupe puis réduis les expressions.

$A = 16x + 7 - 9x + 2$

$B = 5z + 4{,}5 - z + 0{,}5$

$C = 3 + 4t + 12t - 7t - 3$

$D = 5x^2 + 4 + 2x^2 - 1$

$E = 15t^2 - 4t^2 + 2t^2 + 9$

$F = 12x + 8x^2 - 9x - x^2$

31 Regroupe puis réduis les expressions.

$A = 5x^2 + 1 + 3x + 14 + 2x^2 + 1$

$B = 6 + 6x + 8x^2 - 9x - x^2 + 4$

$C = 9x^2 - xy + 17 + 4y^2 + 5xy - 8x^2 - 11$

32 Développe puis réduis les expressions.

$A = 3(x + 6) + 2$

$B = 4 + 3(2y - 2)$

$C = 7(2x + 2) - 6$

$D = 9(x - 6) + 2x$

$E = 3{,}5(2 - x) + 8{,}2$

$F = 2(3 + 5x) + 8(7 - x) + 4(x - 1)$

35 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre x ;
- Multiplie ce nombre par 5 ;
- Ajoute 7 ;
- Prends le double du résultat ;
- Enlève 14.

Mathilde dit qu'à la seule annonce du résultat, elle est capable de retrouver le nombre choisi très vite. Comment fait-elle ?