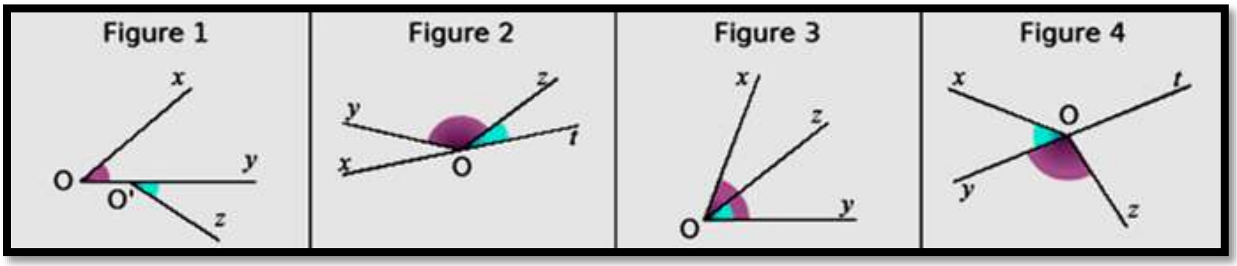
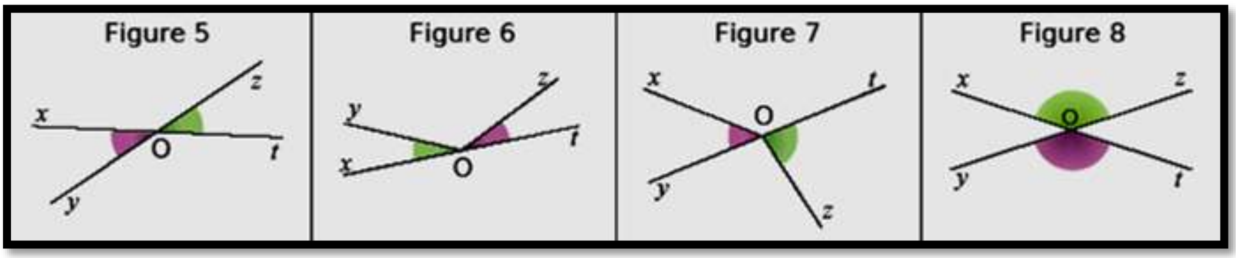
Les deux font la paire

Dans les figures 2 et 4, les angles bleus et roses sont dits adjacents. Ce n'est pas le cas pour les autres figures. A partir de tes observations, essaie d'expliquer à quelles conditions deux angles sont adjacents. Deux angles adjacents ont-ils forcément la même mesure ?



Dans les figures 5 et 8, les angles vert et rose sont dits opposés par le sommet. Ce n'est pas le cas pour les autres figures. A partir de tes observations, essaie d'expliquer à quelles conditions deux angles sont opposés par le sommet. Deux angles opposés par le sommet ont-ils forcément la même mesure ? Justifier la réponse en utilisant une propriété de la symétrie centrale.



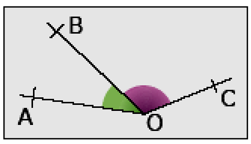
Un peu de vocabulaire

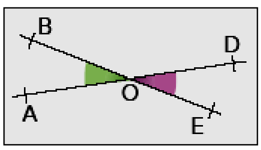
Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°. Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 180°.

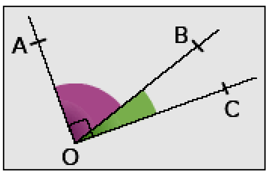
Tracer un triangle ABC rectangle en A. A l'aide du rapporteur mesure les angles ABC et BCA. Existe-t-il une relation entre les mesures de ces deux angles ? Laquelle ?

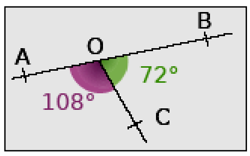
Tracer une droite (d). Placer un point O sur la droite (d). Placer un point E ne se trouvant pas sur la droite (d). Tracer la demi-droite [OE) et mesurer l'angle aigu et l'angle obtus ainsi définis. Existe-t-il une relation entre les mesures de ces deux angles ? Laquelle ?

Pour résumer









Exercices d'application directe

1 $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont deux angles complémentaires. Calcule la mesure de $\hat{b}$ si :

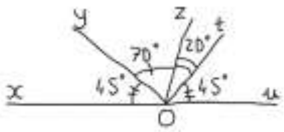
$\hat{a} = 45°$, $\hat{a} = 37°$, $\hat{a} = 2°$, $\hat{a} = 88{,}3°$.

2 $\hat{x}$ et $\hat{y}$ sont deux angles supplémentaires. Calcule la mesure de $\hat{y}$ si :

$\hat{x} = 103°$, $\hat{x} = 95°$, $\hat{x} = 56°$, $\hat{x} = 0{,}3°$.

3 Indique si les angles proposés sont adjacents, complémentaires ou bien encore supplémentaires. Justifie tes réponses.

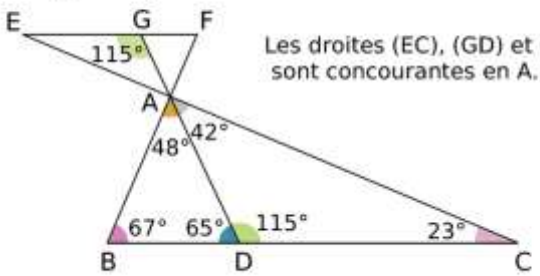
a. $\widehat{yOz}$ et $\widehat{zOt}$;
b. $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOu}$;
c. $\widehat{xOy}$ et $\widehat{tOu}$;
d. $\widehat{yOu}$ et $\widehat{tOu}$;
e. $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOt}$;
f. $\widehat{xOt}$ et $\widehat{uOt}$.



4 *Les deux font la paire*

Nomme, en justifiant, deux angles de la figure, codés ou non :

a. complémentaires et adjacents ;
b. complémentaires et non adjacents ;
c. supplémentaires et adjacents ;
d. supplémentaires et non adjacents ;
e. opposés par le sommet.



Les droites (EC), (GD) et (BF) sont concourantes en A.

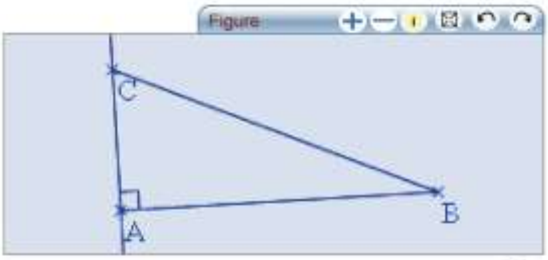
5 *Les angles inconnus*

a. Trouve la mesure de deux angles complémentaires, sachant que l'un d'eux est 8 fois plus grand que l'autre.

b. Trouve la mesure de deux angles supplémentaires, sachant que l'un d'eux est 9 fois plus petit que l'autre.

7 *Triangle rectangle*

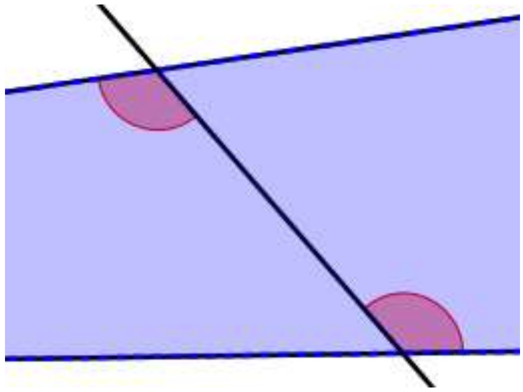
a. Construis comme ci-dessous un triangle ABC rectangle en A à l'aide du logiciel TracenPoche.



b. Affiche la valeur de chacun des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$. Que remarques-tu ?

c. Démontre que les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

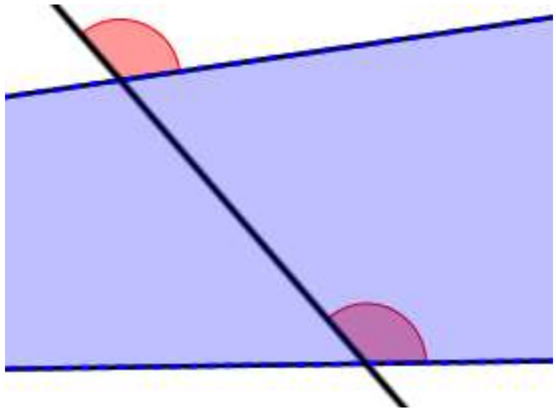
Apprendre à lire une définition



On considère deux droites coupées par une sécante. Dire que deux angles formés par ces trois droites sont alternes-internes signifie que :

« ils n'ont pas le même sommet, ils sont situés de part et d'autre de la sécante, ils sont situés à l'intérieur de la bande délimitée par les deux premières droites. »

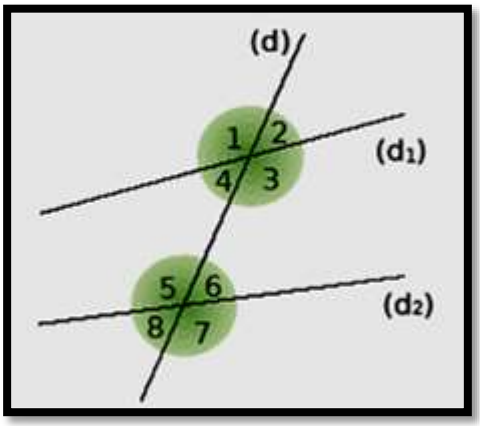
Apprendre à lire une autre définition



On considère deux droites coupées par une sécante. Dire que deux angles formés par ces trois droites sont correspondants signifie que :

« ils n'ont pas le même sommet, ils sont situés du même côté de la sécante, l'un est à l'intérieur de la bande délimitée par les deux premières droites, l'autre est à l'extérieur. »

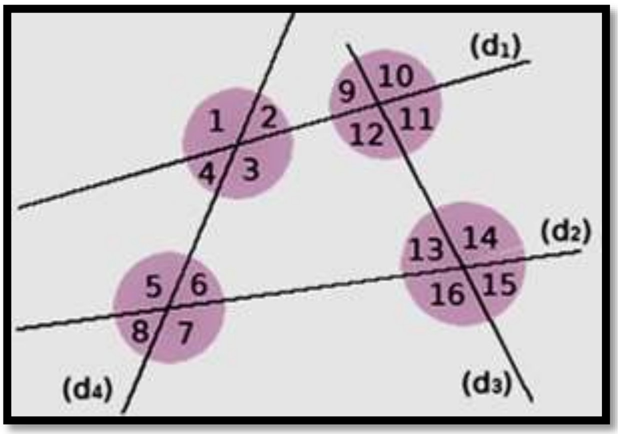
Quelques exemples simples



On considère ci-contre deux droites (d1) et (d2) coupées par une troisième droite (d). Huit angles que l'on a numéroté de un à huit sont ainsi formés.

- Citer deux couples d'angles alternes-internes.
- Citer quatre couples d'angles correspondants.
- Y a-t-il des angles opposés par le sommet ?

Une situation plus complexe



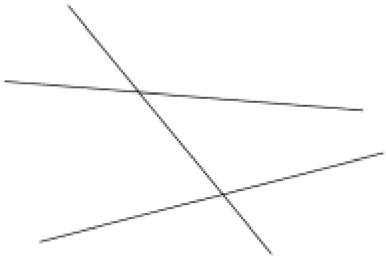
On considère quatre droites sécantes (d1), (d2), (d3) et (d4). Seize angles que l'on a numéroté de un à seize sont ainsi formés.

Citer huit couples d'angles alternes-internes. Citer seize couples d'angles correspondants. Préciser dans chaque cas le nom des deux droites et de la sécante correspondante.

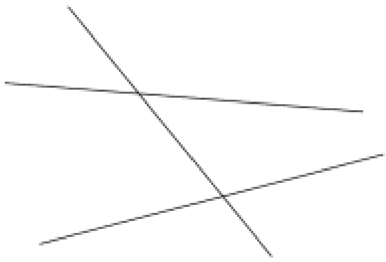
Y a-t-il des angles opposés par le sommet ?

Exercices d’application directe

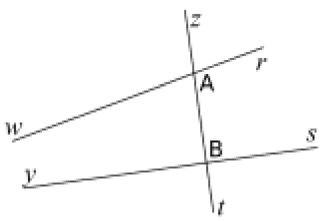
7 Colorie d'une couleur différente chaque paire d'angles **correspondants**.



8 Colorie d'une couleur différente chaque paire d'angles **alternes-internes**.



9 En t'aidant de la figure, complète les phrases.



a. $\widehat{zAr}$ et $\widehat{zBs}$ sont ....

b. $\widehat{rAt}$ et $\widehat{yBz}$ sont ....

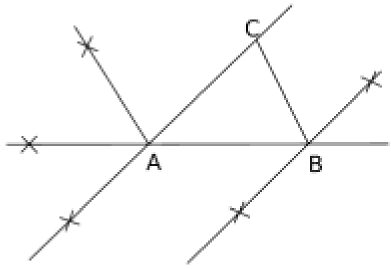
c. $\widehat{wAz}$ et $\widehat{zAr}$ sont ....

d. $\widehat{zBs}$ et .... sont opposés par le sommet.

e. $\widehat{rAt}$ et .... sont correspondants.

f. .... et $\widehat{wAB}$ sont alternes-internes.

10 Retrouve, sur la figure ci-dessous, la position de chaque point D, E, F, G et H sachant que :

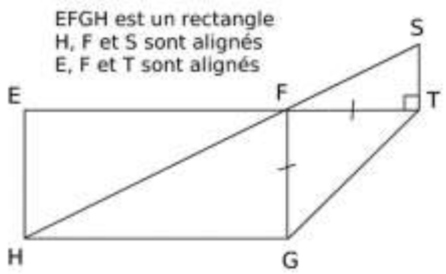


- les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABD}$ sont alternes-internes ;
- les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BAE}$ sont supplémentaires ;
- les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{EAF}$ sont des angles opposés par le sommet ;
- les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{FAG}$ sont correspondants ;
- les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CBH}$ sont alternes-internes.

10 *Recherche de mesures d'angles*

a. Nomme deux paires d'angles de la figure :

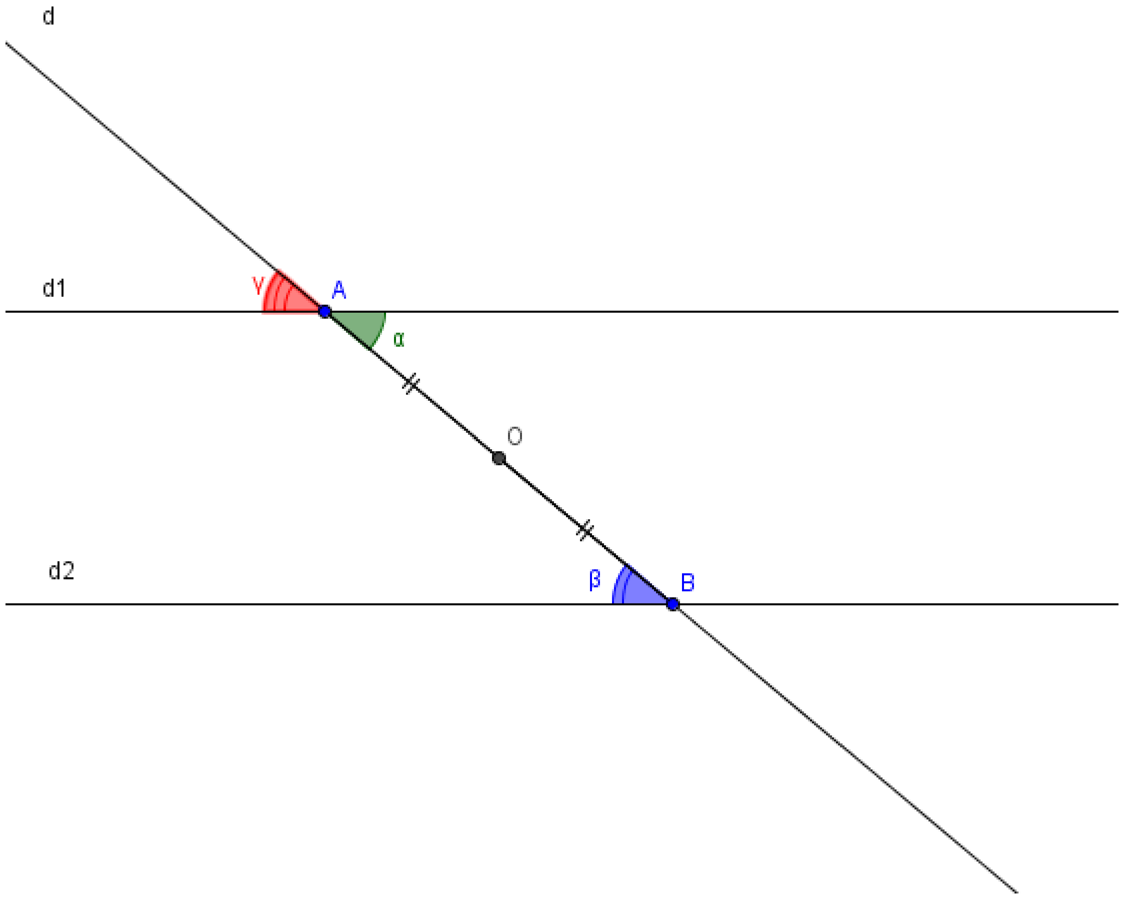
- alternes-internes aigus ;
- alternes-internes de même mesure ;
- correspondants aigus ;
- supplémentaires et non adjacents.



b. Sachant de plus que $\widehat{EFH} = 27°$, calcule la mesure de l'angle $\widehat{SFT}$ puis celle de $\widehat{SFG}$.

Une conjecture

On considère deux droites parallèles (d1) et (d2). La droite (d) coupe les droites (d1) et (d2) respectivement en A et B. Que peut-on dire de la mesure des angles α, β et γ ?



En êtes-vous sûr ?

Quel est le symétrique du point A dans la symétrie centrale par rapport à O ? Pourquoi ? Quel est le symétrique de la droite (d1) dans la symétrie centrale par rapport à O ? Pourquoi ? Quel est le symétrique de la droite (d) dans la symétrie centrale par rapport à O ? En déduire quel est le symétrique de l'angle α dans la symétrie centrale de centre O. Que peut-on en déduire pour la mesure de ces deux angles ? Pourquoi ?

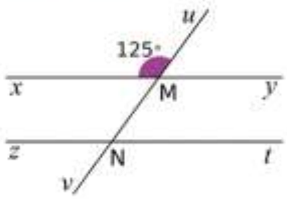
Quel est le symétrique de la droite (d1) dans la symétrie centrale de centre A ? Quel est le symétrique de la droite (d) dans la symétrie centrale de centre A ? En déduire quel est le symétrique de l'angle α dans la symétrie centrale de centre A. Que peut-on en déduire pour la mesure de ces deux angles ? Pourquoi ? Que peut-on en déduire pour la mesure de β et de γ ?

Enoncé de deux propriétés

Pour synthétiser l'ensemble du travail effectué énoncer deux propriétés du type « Si … alors … ».

Exercices d'application directe

16 *Droites parallèles*



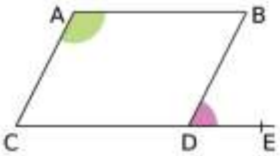
Sur la figure ci-dessus, les droites (xy) et (zt) sont parallèles. L'angle $\widehat{xMu}$ vaut 125°.

a. Donne la mesure de l'angle $\widehat{vMy}$. Justifie ta réponse.

b. Donne d'autres angles dont la mesure est de 125°. Justifie ta réponse.

17 *Angles supplémentaires*

ABDC est un parallélogramme.
C, D et E sont alignés.



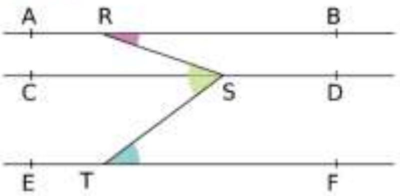
a. Justifie que les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ sont de même mesure.

b. Que dire des angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BDE}$? Pourquoi ? Justifie alors que les deux angles marqués sont supplémentaires.

19 Calcule la mesure de chacun des angles manquants dans la figure de l'exercice **4**.

L'exercice 4 se trouve à la page 1.

21 *Zigzag*



Sur la figure ci-dessus :

- les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles ;
- R est un point de la droite (AB), S est un point de la droite (CD) et T est un point de la droite (EF) tels que :
$\widehat{BRS} = 20°$ et $\widehat{RST} = 57°$.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{STF}$.

11 Dans chaque cas, dire si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi.

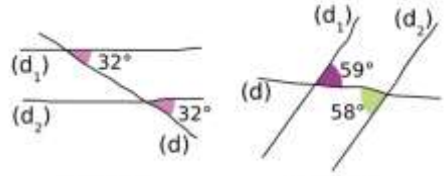
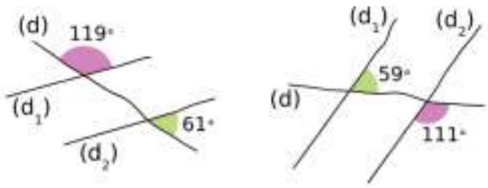


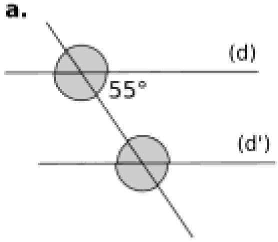
Figure 1 Figure 2

23 Dans chaque cas, précise si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi.

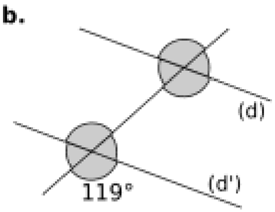


2 Dans chaque cas, les droites (d) et (d') sont parallèles. Calcule mentalement puis écris la mesure de chaque angle grisé sans justifier.

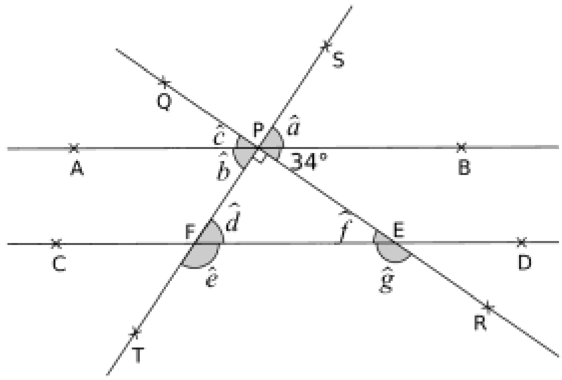
a.



b.



3 Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Donne la mesure de chaque angle sans mesurer.

$\hat{a}$ = ... $\hat{e}$ = ...

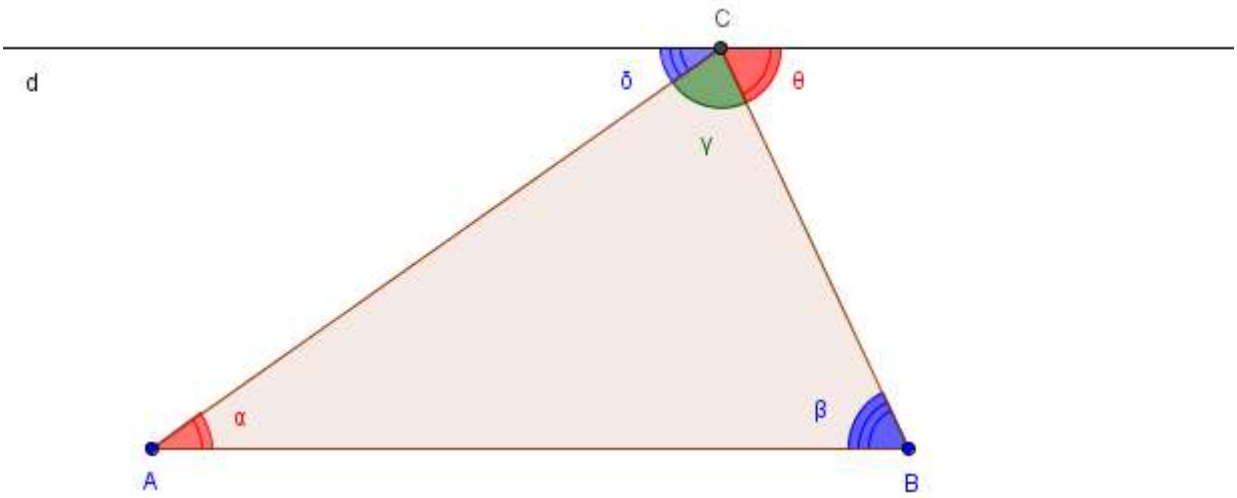
$\hat{b}$ = ... $\hat{f}$ = ...

$\hat{c}$ = ... $\hat{g}$ = ...

$\hat{d}$ = ...

Une conjecture

Déterminer à l'aide d'un rapporteur la mesure des trois angles du triangle ABC proposé ci-dessous. Que peut-on dire de la somme $\alpha+\beta+\gamma$ des angles de ce triangle ?

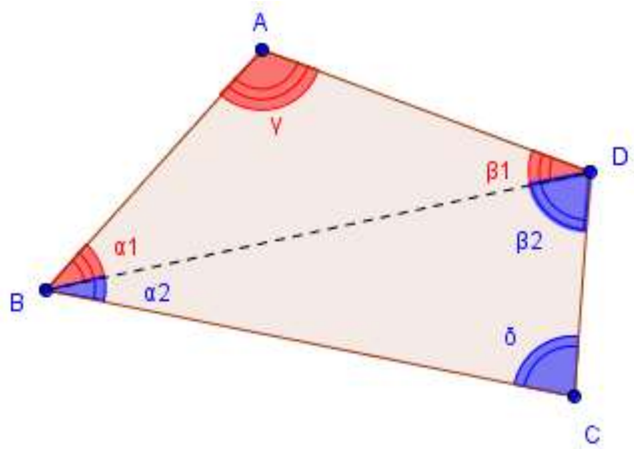


Est-ce toujours vrai ?

La droite (d) est la parallèle au segment [AB] passant par le sommet C du triangle ABC. Que peut-on dire des angles α et δ ? Pourquoi ? Que peut-on dire des angles β et θ ? Pourquoi ? Que peut-on dire de la somme $\theta+\gamma+\delta$? Pourquoi ? Que peut-on en déduire pour la somme $\alpha+\beta+\gamma$ des angles de ce triangle ?

Une autre conjecture

Que peut-on dire de la somme de la mesure des angles d'un quadrilatère ?



Est-ce toujours vrai ?

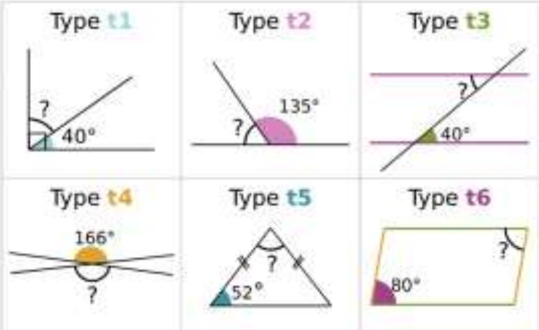
Que peut-on dire de la somme $\alpha 1+\beta 1+\gamma$? Pourquoi ? Que peut-on dire de la somme $\alpha 2+\beta 2+\delta$? Pourquoi ? Que peut-on en déduire pour la somme des angles de ABCD ?

Une dernière conjecture

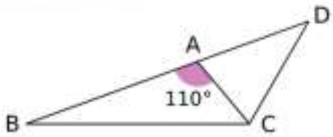
Que peut-on dire de la mesure de deux angles opposés d'un parallélogramme ? Pourquoi ?

Exercices d'application directe

a. Voici six figures. Pour chacune d'elles, calculez, en justifiant votre calcul, l'angle marqué par un point d'interrogation. (Les droites d'une même couleur sont parallèles.)



24 *Triangle isocèle*



La figure ci-dessus est telle que :

- B, A et D sont des points alignés ;
- $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont supplémentaires ;
- $\widehat{BAC} = 110°$.

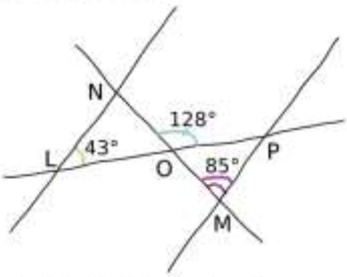
a. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux à 70°.

b. Montre alors que le triangle ADC est isocèle.

c. De plus, l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 50°. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ADC}$ sont complémentaires.

d. Trouve, en justifiant, deux autres paires d'angles complémentaires.

25 *Parallèles ou non ?*



La figure est tracée à main levée.

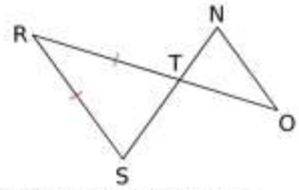
a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{LON}$.

b. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ONL}$.

c. Détermine alors si les droites (LN) et (MP) sont parallèles.

d. Sachant que les segments [LN] et [MP] sont de même longueur, détermine la nature du quadrilatère LNPM.

26 *Un isocèle de plus*



La figure ci-dessus est telle que :

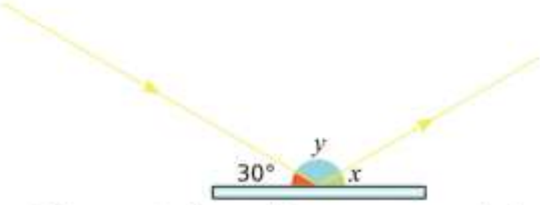
- les droites (RO) et (SN) sont sécantes en T ;
- le triangle RST est isocèle en R ;
- les droites (RS) et (NO) sont parallèles.

Montre que le triangle TNO est isocèle.

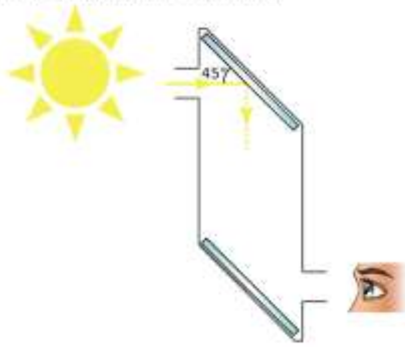
27 *Un périscope de fortune !*

a. Fais une recherche sur Internet concernant la loi de réflexion de la lumière.

b. Le schéma ci-dessous illustre un rayon de lumière qui se réfléchit sur un miroir avec un angle de 30°. Détermine x et y. Justifie.



c. Éric a construit un périscope avec une boîte de carton et deux miroirs parallèles comme l'illustre le schéma ci-dessous.



- Si un rayon entre horizontalement dans le périscope, en sortira-t-il horizontalement aussi ?
(Tu pourras montrer que les rayons d'entrée et de sortie sont parallèles.)
- Ce résultat dépend-il de l'inclinaison des miroirs parallèles ?
(Autrement dit, a-t-on le même résultat si l'angle formé par le rayon et le miroir est différent de 45° ?)

Rappel des deux propriétés du chapitre

- Si deux angles **alternes-internes** sont définis par **deux droites parallèles** alors ces deux angles **ont la même mesure**.
- Si deux angles **correspondants** sont définis par **deux droites parallèles** alors ces deux angles **ont la même mesure**.

Enoncé des réciproques de ces deux propriétés

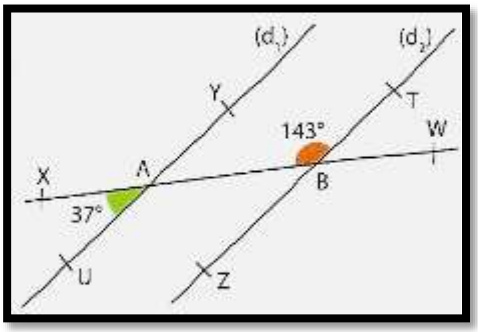
- Si deux angles **alternes-internes** ont la **même mesure** alors les deux droites coupées par la sécante **sont parallèles**.
- Si deux angles **correspondants** ont la **même mesure** alors les deux droites coupées par la sécante **sont parallèles**.

Enoncé des contraposées de ces deux propriétés

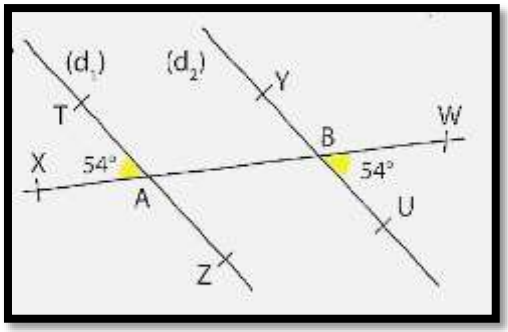
- Si deux angles **alternes-internes n'ont pas la même mesure** alors les deux droites coupées par la sécante **ne sont pas parallèles**.
- Si deux angles **correspondants n'ont pas la même mesure** alors les deux droites coupées par la sécante **ne sont pas parallèles**.

Exercice d'application directe n°1

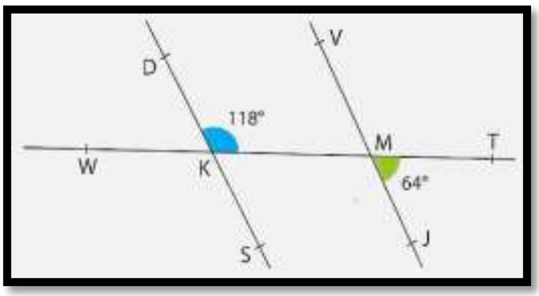
Dans les situations 1, 2, 3, 4 les droites (d1) et (d2) sont-elles parallèles ? Expliquer pourquoi.



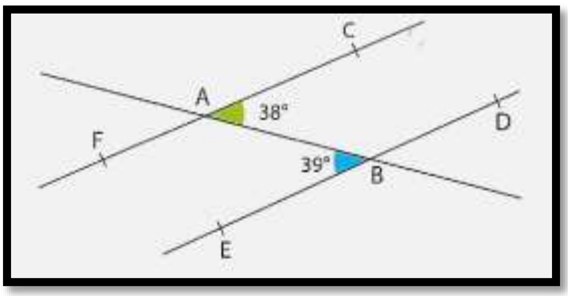
Situation 1



Situation 2



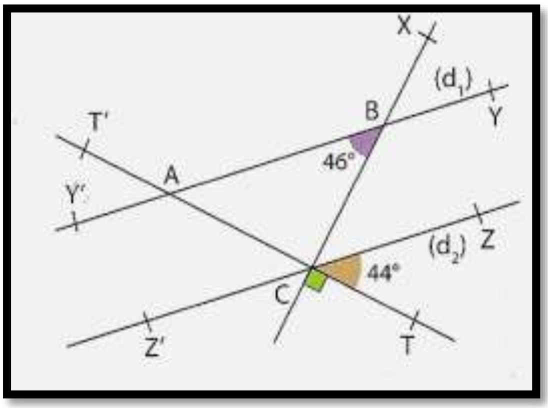
Situation 3



Situation 4

Exercice d'application directe n°2

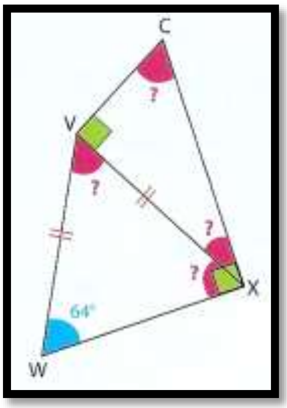
On souhaite savoir si les droites (d1) et (d2) sont parallèles ou non. Expliquer pourquoi en utilisant la propriété adaptée à la situation.

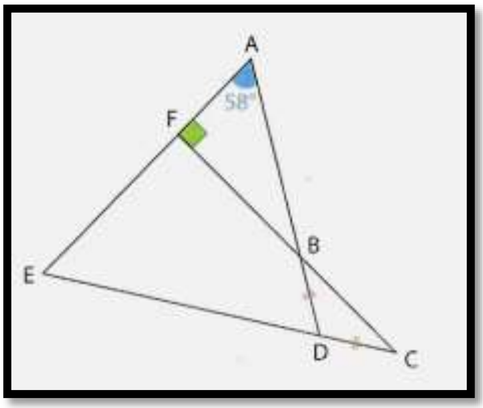


Exercice d'application directe n°3

Dans la figure 1 proposée ci-dessous, déterminer la mesure de chaque angle signalé par un point d'interrogation. Justifier.

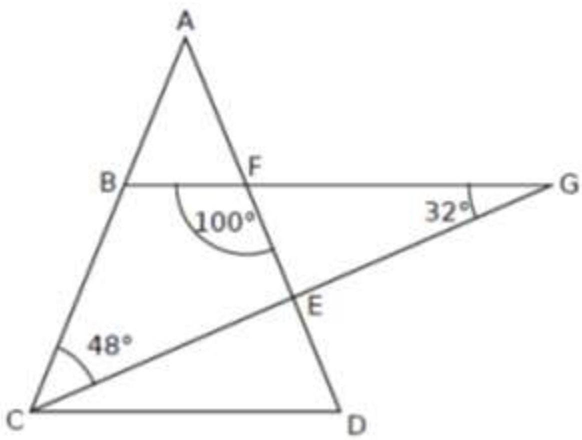
Dans la figure 2 proposée en bas à droite, déterminer la mesure de l'angle DEF. Justifier.





Exercice d'application directe n°4

Dans la configuration proposée ci-contre, la droite (BG) est parallèle au côté [CD].



1. Déterminer la mesure de $\widehat{ECD}$. Justifier votre réponse par l'énoncé d'une propriété.
2. Quelle est la mesure de $\widehat{ACD}$? Justifier votre par un calcul.
3. Quelle est la mesure de $\widehat{ABF}$? Justifier votre réponse par l'énoncé d'une propriété.
4. Quelle est la mesure de $\widehat{AFB}$ et de $\widehat{FAB}$? Justifier votre réponse par des calculs.
5. Quelle est la mesure de $\widehat{EDC}$? Justifier votre réponse par un calcul..
6. Quelle est la mesure de $\widehat{CBF}$ et de $\widehat{FEC}$? Justifier votre réponse par des calculs.