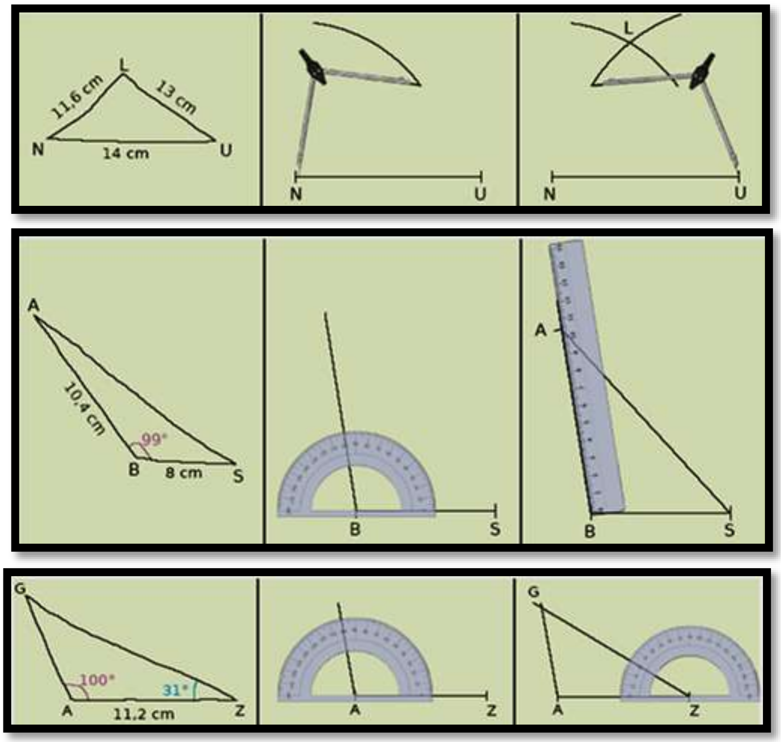
Constructions de triangles

On peut construire un triangle dans les trois cas suivants :

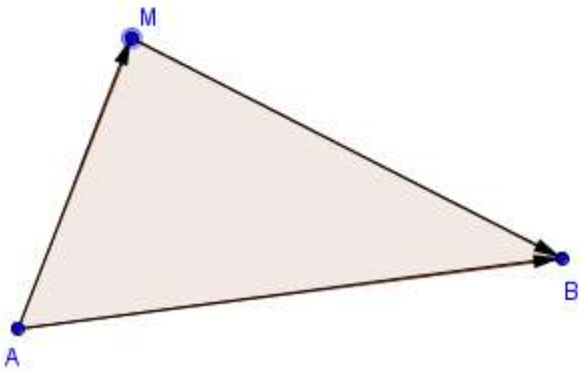
- Lorsqu'on connaît la **longueur des trois côtés.**
- Lorsqu'on connaît la **longueur de deux côtés** et la **mesure de l'angle** délimité par ces deux côtés.
- Lorsqu'on connaît la **longueur d'un côté** et la **mesure des angles** adjacents à ce côté.



Inégalité triangulaire

Le **plus court chemin entre deux points** est la **ligne droite**. Tout autre chemin, passant par un troisième point **est forcément plus long** (ou de même longueur si le troisième point est situé sur le segment qui joint les deux points).

On peut donc énoncer la propriété suivante :

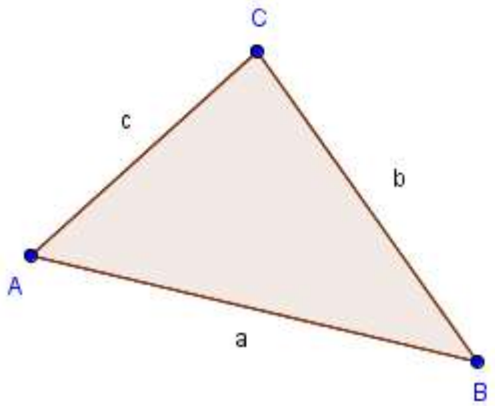


Si A, B, M sont trois points quelconques alors $AB \leq AM + MB$ il s'agit de l'inégalité triangulaire.

Triangle constructible

Pour pouvoir construire un triangle ayant pour côtés trois longueurs données, il faut que **chaque longueur** soit **inférieure** à la **somme des deux autres**. C'est-à-dire :

$\boxed{a < b + c}$ et $\boxed{b < a + c}$ et $\boxed{c < a + b}$



Dans la pratique, il suffit de vérifier **que la plus grande longueur** est **inférieure** à la **somme des deux autres** longueurs.

Droites remarquables d'un triangle

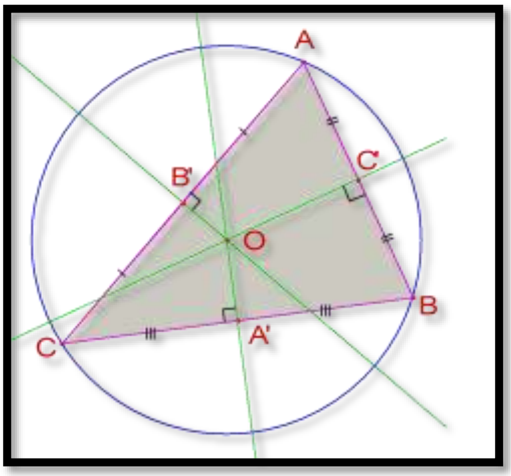
La **médiatrice** d'un côté du triangle est la droite **perpendiculaire** à ce côté passant par son **milieu**. Les **trois médiatrices** d'un triangle sont **concourantes** (elles se coupent en un même point). Ce point est appelé **centre du cercle circonscrit**.

La **bissectrice** d'un angle du triangle est la droite qui partage cet angle **en deux angles de même mesure**. Les **trois bissectrices** d'un triangle sont **concourantes** (elles se coupent en un même point). Ce point est appelé **centre du cercle inscrit**.

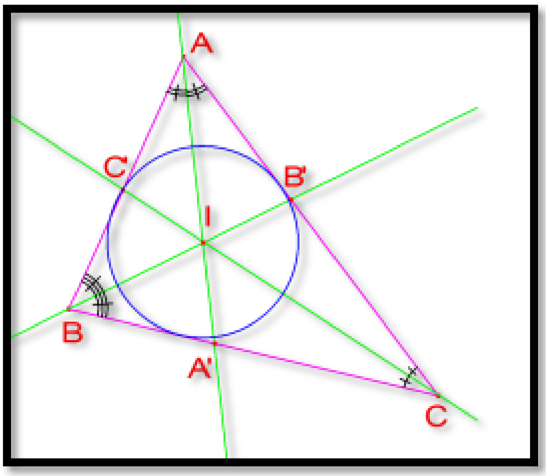
La **médiane** issue d'un sommet du triangle est la droite **passant par ce sommet** et le **milieu du côté opposé** à ce sommet. Les **trois médianes** d'un triangle sont **concourantes** (elles se coupent en un même point). Ce point est appelé **centre de gravité**.

La **hauteur** issue d'un sommet du triangle est la droite **passant par ce sommet** et le **perpendiculaire au côté opposé** à ce sommet. Les **trois hauteurs** d'un triangle sont **concourantes** (elles se coupent en un même point). Ce point est appelé **orthocentre**.

Cercle circonscrit, cercle inscrit



Le **cercle circonscrit** à un triangle est le cercle **passant par les trois sommets** du triangle.



Le **cercle inscrit** dans un triangle est le cercle **tangent aux trois côtés** du triangle.

Périmètre et aire d'un triangle

Le **périmètre** d'un triangle est égal à la somme des longueurs des trois côtés de ce triangle, toutes trois exprimées dans la même unité. C'est-à-dire : $\boxed{P = c_1 + c_2 + c_3}$.

L'**aire** d'un triangle est égale à la moitié du produit de la longueur d'un côté par la longueur de la hauteur relative à ce côté, toutes deux exprimées dans la même unité. C'est-à-dire : $\boxed{A = \frac{b \times h}{2}}$.