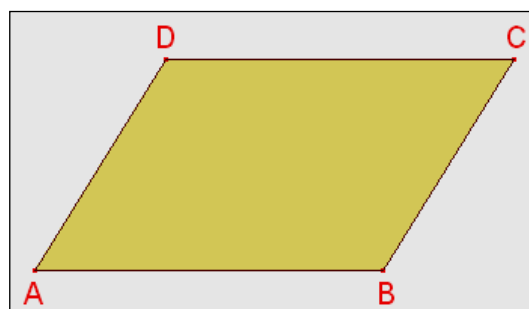
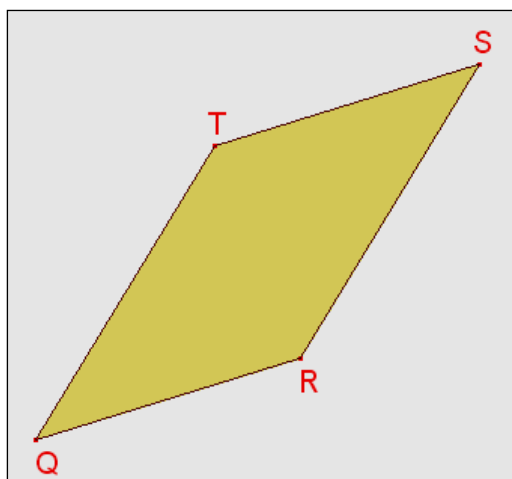
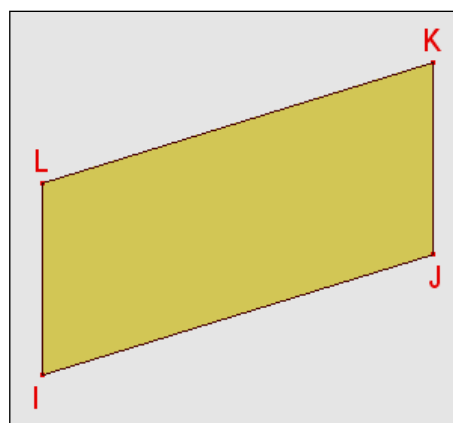
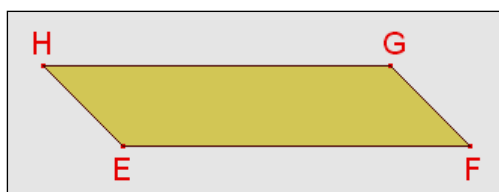
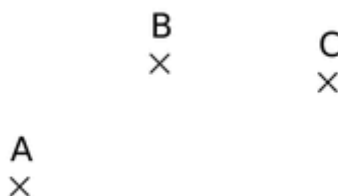


Des quadrilatères particuliers



Sauriez-vous déterminer la (ou les) particularité(s) commune(s) à ces quatre quadrilatères ? Utilisez dans votre phrase les mots ou expressions suivantes « opposés », « parallèles », « même longueur ». Les quadrilatères représentés admettent un centre de symétrie. Où se trouve-t-il ?

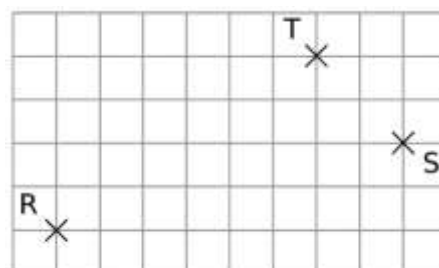
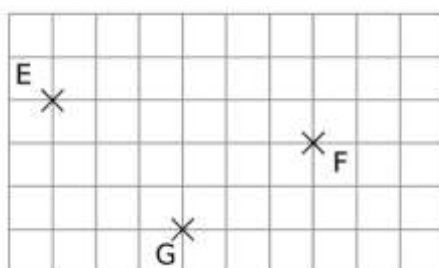
Attention à l'ordre des points !



Sur la figure ci-dessus, tracer « à main levée » : en bleu, le point D tel que ABCD soit un parallélogramme, en vert, le point E tel que AEBC soit un parallélogramme, en rouge, le point F tel que ABFC soit un parallélogramme.

Quadrillage

Reproduire et placer les points H et U afin que EFGH et RSTU soient deux parallélogrammes.



Pour construire EFGH, utiliser les propriétés des côtés du parallélogramme. Pour construire RSTU, utiliser les propriétés des diagonales du parallélogramme. Expliquer votre démarche.

Exercices d'application directe

1 Sur la figure ci-contre trace à main levée :

- en bleu, le point D tel que ABCD soit un parallélogramme,
- en vert, le point E tel que AEBC soit un parallélogramme,
- en rouge, le point F tel que ABFC soit un parallélogramme.



2 Place les points D, H et K, pour que ABCD, EFHG et IJKL soient des parallélogrammes.

a.

b.

c.

3 Avec l'équerre et la règle non graduée, place dans chaque cas le point P pour que MNOP soit un parallélogramme.

a.

b.

c.

4 Avec le compas, place dans chaque cas le point S pour que RSTU soit un parallélogramme.

a.

b.

c.

5 Dans chaque cas, place les points M et N tels que KLMN soit un parallélogramme de centre O.

a.

b.

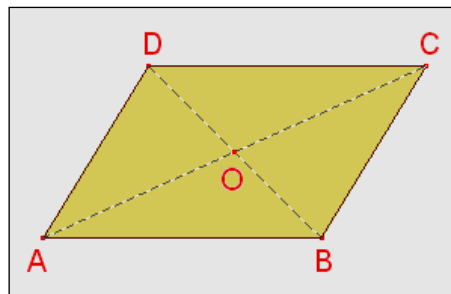
c.

Les propriétés du parallélogramme

Les propriétés sont du type :

« Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ... ».

- Que peut-on dire de ses diagonales ?
- Que peut-on dire de deux côtés opposés ?
- Que peut-on dire de deux angles opposés ?
- Que peut-on dire de deux angles consécutifs ?

**Les propriétés réciproques**

Les propriétés sont du type :

« Si un quadrilatère a ... alors c'est un parallélogramme. ».

- Si les diagonales d'un quadrilatère ... alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés d'un quadrilatère ... alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés d'un quadrilatère ... alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Si deux côtés d'un quadrilatère ... alors c'est un parallélogramme.

Réciproque d'une propriété

Le but de l'exercice suivant est de réfléchir à ce qu'est une propriété. Pour cela, pour chaque propriété énoncée dire si elle est vraie, lorsqu'elle n'est pas vraie donner un contre exemple montrant qu'elle est fautive puis lorsque cela est possible, écrire la réciproque de la propriété.

Propriété 1 : Si un nombre est inférieur à 26 alors il est inférieur à 24 / Propriété 2 : Si un nombre est supérieur à 26 alors il est supérieur à 24 / Propriété 3 : Si deux droites sont perpendiculaires alors elles ont un point d'intersection / Propriété 4 : Si Léon fait du foot alors Léon fait du sport / Propriété 5 : Si Nestor possède un animal alors c'est un chien / Propriété 6 : Si un triangle est équilatéral alors il a trois côtés de même longueur / Propriété 7 : Si un triangle est équilatéral alors il est isocèle / Propriété 8 : Si un nombre est divisible par 4 alors il est divisible par 8 / Propriété 9 : Si un nombre est divisible par 4 alors il est divisible par 2 / Propriété 10 : Si M est le milieu de [AB] alors $AM = MB$ / Propriété 11 : Si M et N sont deux points d'un même cercle de centre I alors $IM = IN$ / Propriété 12 : Si on double les dimensions d'un rectangle alors son aire est doublée / Propriété 13 : Si $a=b$ et $b=c$ alors $a=c$ / Propriété 14 : Si $a < b$ et $b < c$ alors $a < c$ / Propriété 15 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles / Propriété 16 : Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont perpendiculaires / Propriété 17 : Si je suis un carré alors je suis un rectangle / Propriété 18 : Si je suis un carré alors je suis un losange / Propriété 19 : Si je suis un rectangle alors je suis un losange / Propriété 20 : Si je suis un parallélogramme alors je suis un rectangle.

Exercices d'application directe

10 Construis les parallélogrammes ABCD, EFGH et IJKL de centre M respectant les conditions suivantes.

- a. $AB = 5\text{ cm}$, $AD = 3,5\text{ cm}$ et $BD = 7\text{ cm}$.
- b. $EF = 2\text{ cm}$, $EH = 4,5\text{ cm}$ et $EG = 3,5\text{ cm}$.
- c. $IJ = 6\text{ cm}$, $JM = 5\text{ cm}$ et $IM = 4\text{ cm}$.

11 Est-il possible de construire un parallélogramme ABCD tel que $AD = 4\text{ cm}$, $AB = 2,8\text{ cm}$ et $BD = 7\text{ cm}$? Pourquoi ?

12 Avec trois points

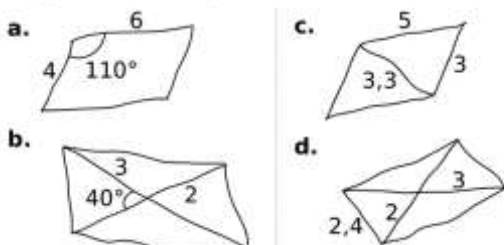
- a. Place trois points P, I et M non alignés.
- b. Place à main levée un point N tel que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.
- c. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point N ? On appellera ces points N_1, N_2, \dots . Dans chaque cas, trace puis nomme le parallélogramme obtenu.

13 Dans chaque cas, construis un parallélogramme en respectant les contraintes données.

- a. LISE tel que $LI = 5\text{ cm}$ et $IS = 2,5\text{ cm}$ en utilisant l'équerre et la règle graduée.
- b. MARC tel que $MR = 7\text{ cm}$ et $AC = 6\text{ cm}$ en utilisant la règle graduée.
- c. NOAH tel que $NO = 3\text{ cm}$ et $NA = 8\text{ cm}$ en utilisant le compas et la règle graduée.
- d. Les parallélogrammes tracés sont-ils les mêmes pour tous les élèves de la classe ?

15 Trace un segment [GR] de longueur 7 cm. Construis un parallélogramme dont [GR] est un côté puis un autre dont [GR] est une diagonale.

16 Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)



17 Dans un repère

- a. Place dans un repère les points suivants : $J(-1 ; 0)$, $K(1 ; 1)$ et $L(4 ; -2)$.
- b. Place les points M et N pour que JKLM et JKMN soient des parallélogrammes. Que remarques-tu ?
- c. Donne les coordonnées des points M et N.

18 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur :

- a. un parallélogramme VERT tel que $VT = 5\text{ cm}$, $\widehat{VRT} = 125^\circ$ et $VE = 4\text{ cm}$;
- b. un parallélogramme BLEU de centre I tel que $BL = 6\text{ cm}$, $UI = 3\text{ cm}$ et $IE = 4\text{ cm}$;
- c. un parallélogramme NOIR tel que $NI = 62\text{ mm}$, $\widehat{NIR} = 40^\circ$ et $\widehat{RNI} = 30^\circ$.

19 Avec le périmètre

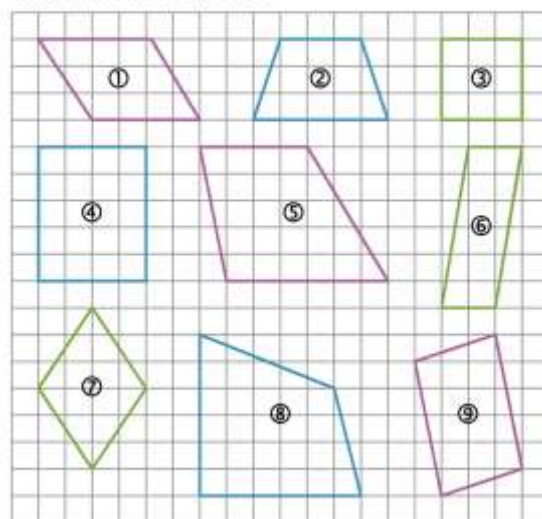
Construis un parallélogramme dont le périmètre est 16 cm et dont la longueur d'un côté est le triple de celle d'un côté consécutif.

20 Avec des cercles

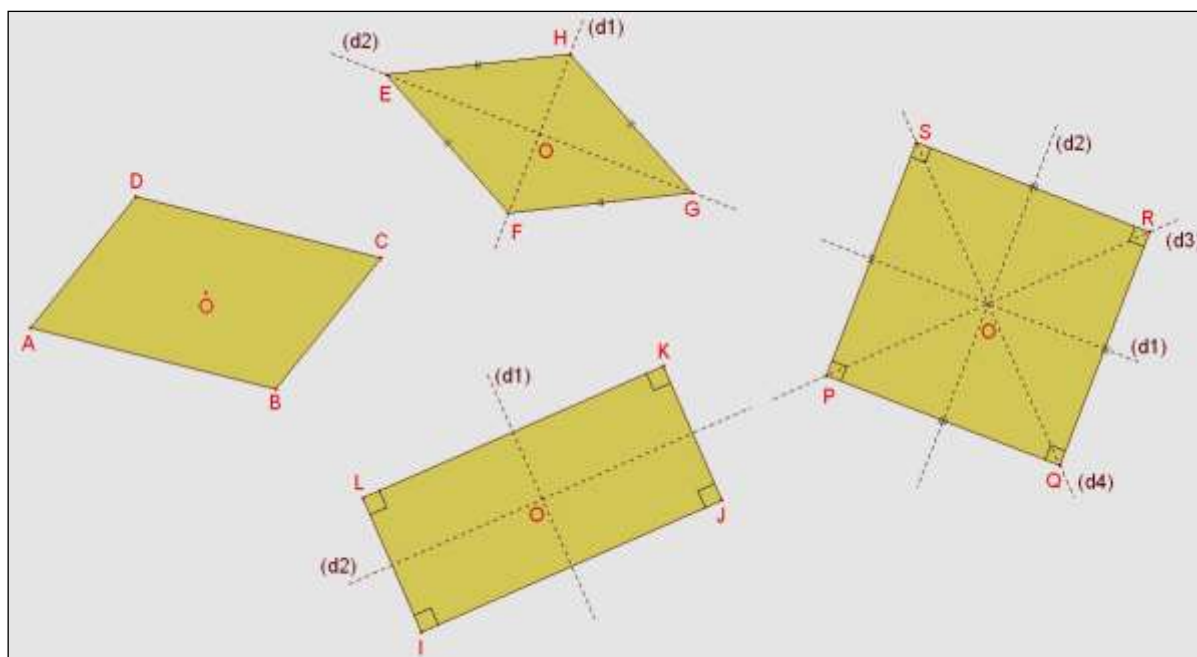
Trace deux cercles concentriques de centre O. En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

23 Parallélogramme ou pas ?

a. Observe tous les quadrilatères ci-dessous et cite tous ceux qui sont des parallélogrammes en justifiant ta réponse.



b. Reproduis les parallélogrammes sur ton cahier et code-les.

Axe(s) et centre(s) de symétrie des figures usuelles

- Déterminer le nombre d'axe(s) et de centre(s) de symétrie du parallélogramme ABCD.
- Déterminer le nombre d'axe(s) et de centre(s) de symétrie du losange EFGH.
- Déterminer le nombre d'axe(s) et de centre(s) de symétrie du rectangle IJKL.
- Déterminer le nombre d'axe(s) et de centre(s) de symétrie du carré PQRS.
- Quelle est la caractéristique commune de ces quatre quadrilatères ?

Du parallélogramme au losange...

- Compléter la phrase suivante : « Les diagonales d'un losange se ... et sont »
- Comment passe-t-on du parallélogramme au losange ? Pour cela complète les deux phrases suivantes : « Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs ... alors c'est un », « Si un parallélogramme a ses diagonales ... alors c'est un »

Du parallélogramme au rectangle...

- Compléter la phrase suivante : « Les diagonales d'un rectangle se ... et sont »
- Comment passe-t-on du parallélogramme au rectangle ? Pour cela complète les deux phrases suivantes : « Si un parallélogramme a un angle ... alors c'est un », « Si un parallélogramme a ses diagonales ... alors c'est un »

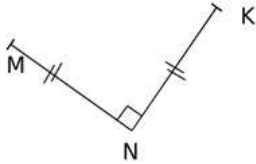
Et pour arriver au carré ?

- Compléter la phrase suivante : « Le carré est à la fois ... et »
- Comment passe-t-on du losange au carré ? Pour cela complète les deux phrases suivantes : « Si un losange a un angle ... alors c'est un », « Si un losange a ses diagonales ... alors c'est un »
- Comment passe-t-on du rectangle au carré ? Pour cela complète les deux phrases suivantes : « Si un rectangle a ses diagonales ... alors c'est un », « Si un rectangle a deux côtés consécutifs ... alors c'est un »

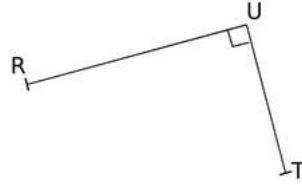
Exercices d'application directe

1 Construis :

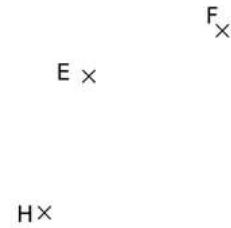
a. le point L tel que KLMN soit un carré, en utilisant un compas et une règle non graduée ;



b. le point S tel que RSTU soit un rectangle, à l'aide d'une règle graduée uniquement ;

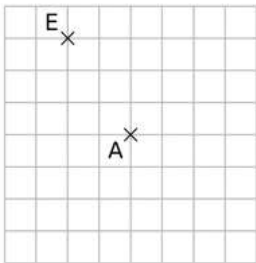


c. le point G tel que EFGH soit un losange, en utilisant une équerre et une règle non graduée.

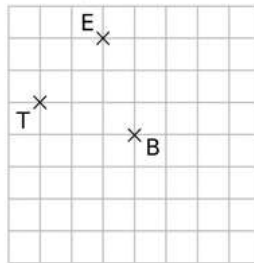


2 En te servant du quadrillage, construis :

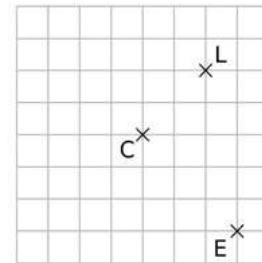
a. le carré LENT de centre A ;



b. le rectangle VITE de centre B ;



c. le losange PALE de centre C.



3 Dans chaque cas, complète les phrases par les mots « côté » ou « diagonale » puis construis le quadrilatère demandé à partir du segment déjà tracé :

a. le rectangle ABCD tel que $BC = 3 \text{ cm}$;

[BC] est



b. le losange CIME tel que $IE = 3 \text{ cm}$;

[CM] est

[IE] est



c. le carré MNOP ;

[NO] est



d. un rectangle RUSE ;

[RS] est



e. le losange EFGH tel que $\widehat{HGF} = 63^\circ$;

[GH] est



f. le carré ROSE.

[OE] est



Trois constructions

Construction 1

Tracer deux diamètres [AB] et [CD] d'un cercle (C).

Quelle semble être la nature du quadrilatère ACBD ?

Construction 2

Construire un triangle PAS isocèle en A tel que PA = 4 cm et PS = 3 cm. Construire le point I milieu de [PS]. Construire le point T symétrique du point A par rapport à au point I.

Quelle semble être la nature du quadrilatère PAST ?

Construction 3

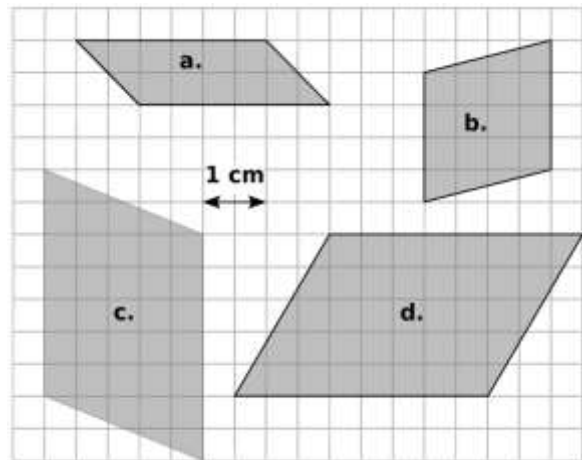
Le segment [GE] mesure 5 cm. Construire la médiatrice (d) du segment [GE]. Placer sur la droite (d) deux points F et H distincts situés à 2,5 cm du point I.

Quelle semble être la nature du quadrilatère EFGH ?

Du rectangle au parallélogramme

Aire de quatre parallélogrammes

Dans le quadrillage ci-contre on a tracé quatre parallélogrammes. Sachant que deux carreaux représentent un centimètre, déterminer l'aire de chaque parallélogramme.

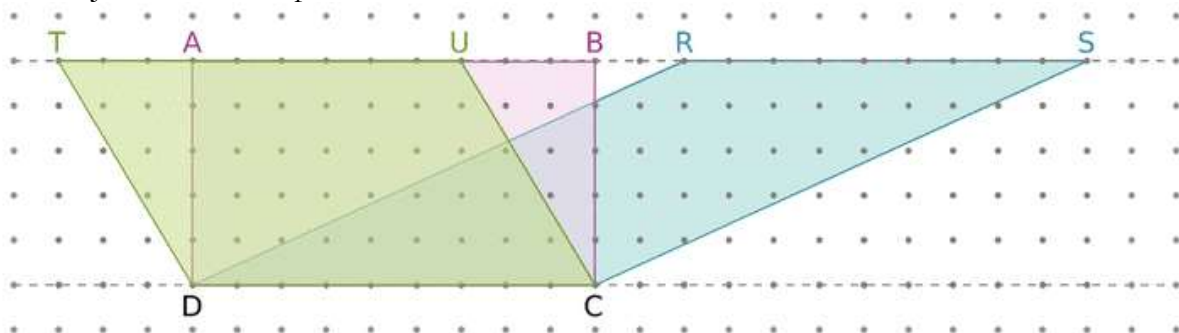


Une formule littérale

Sauriez-vous déterminer une formule littérale permettant de calculer l'aire d'un parallélogramme ?

Des aires identiques ?

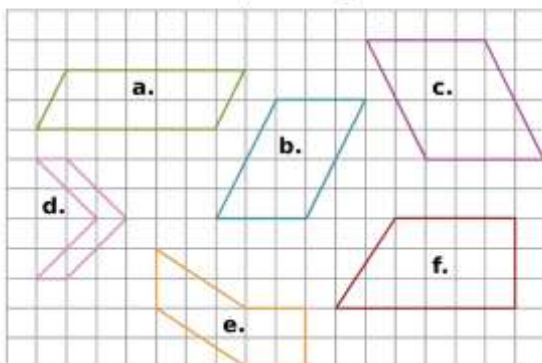
Dans la figure proposée ci-dessous que peut-on dire de l'aire des quadrilatères ABCD, TUCD et BSCD ? Justifier votre réponse



Exercices d'application directe

1 Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.



2 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous.

- Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.
- Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.
- Un côté mesure 2 m et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

3 Calcule la longueur demandée.

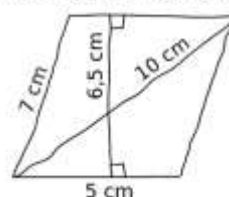
- L'aire du parallélogramme est 36 cm^2 et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?
- L'aire du parallélogramme est $15,12 \text{ cm}^2$ et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure le côté associé à cette hauteur ?

4 Complète ce tableau où, pour chaque cas, c désigne un côté d'un parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté et A l'aire.

c	h	A
24 cm	8 cm	
132 m	0,5 hm	
16 mm		64 mm^2
4,5 m		$14,4 \text{ m}^2$
	250 cm	$7,5 \text{ m}^2$

5 Ne pas confondre !

Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée.



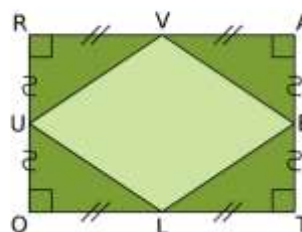
6 Calcul mental

- Trace un parallélogramme BLEU d'aire 27 cm^2 .
- Trace un parallélogramme NOIR d'aire 11 cm^2 .
- Trace trois parallélogrammes non superposables d'aires 36 cm^2 .

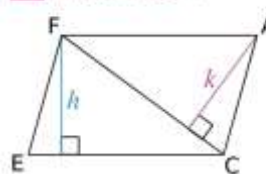
7 L'un dans l'autre

Sur la figure suivante, les points V, E, L et U sont les milieux des côtés d'un rectangle RATO.

- Calcule l'aire de RATO, sachant que $RA = 8 \text{ cm}$ et $AT = 6 \text{ cm}$.
- Calcule l'aire de VELU de deux façons.



8 Pile ou face ?



Le parallélogramme FACE est tel que :

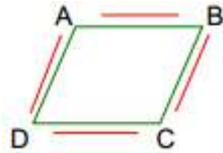
- $EC = 150 \text{ mm}$;
- $h = 67 \text{ mm}$;
- $k = 53 \text{ mm}$.

- Calcule l'aire du parallélogramme FACE.
- Calcule la longueur de la diagonale [FC].

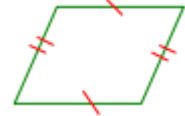
9 L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifie ta réponse.

« Si deux parallélogrammes ont la même aire alors ils ont le même périmètre. »

Si un quadrilatère a ses **côtés opposés parallèles** alors c'est un **parallélogramme**.



Si un quadrilatère a ses **côtés opposés de même longueur** alors c'est un **parallélogramme**.



Si un quadrilatère **deux côtés opposés parallèles et de même longueur** alors c'est un **parallélogramme**.



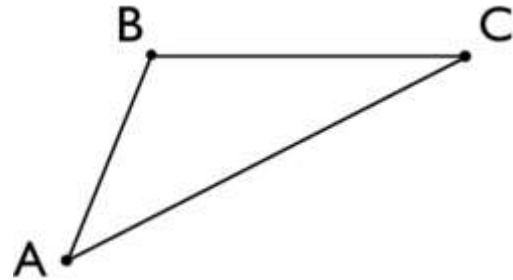
Si un quadrilatère a ses **diagonales qui se coupent en leur milieu** alors c'est un **parallélogramme**.



Démonstration 1

On a représenté ci-contre un triangle quelconque ABC. Placer le point D tel que $CD=AB$ et $BD=AC$.

Tracer le quadrilatère ABDC. Quelle est sa nature ? Expliquer précisément pourquoi. La qualité de la rédaction, l'organisation du raisonnement et le choix de la propriété adaptée seront trois éléments importants.



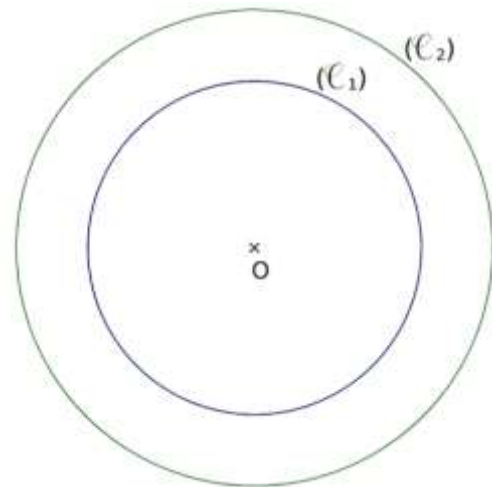
Démonstration 2

On a tracé deux cercles concentriques.

Placer deux points E et G tels que le segment [EG] soit un diamètre de (C_1) .

Placer deux points F et H tels que le segment [FH] soit un diamètre de (C_2) .

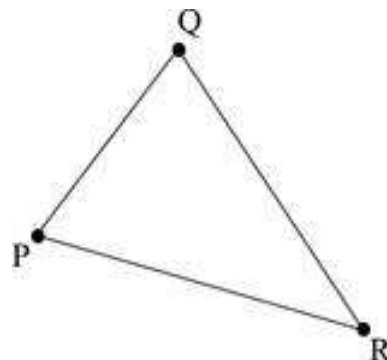
Tracer le quadrilatère EFGH. Quelle est sa nature ? Expliquer précisément pourquoi. La qualité de la rédaction, l'organisation du raisonnement et le choix de la propriété adaptée seront trois éléments importants.



Démonstration 3

On a représenté ci-contre un triangle quelconque PQR. Tracer la parallèle à (PQ) passant par R. Tracer la parallèle à (PR) passant par Q. Placer le point S à l'intersection des deux droites ainsi tracées.

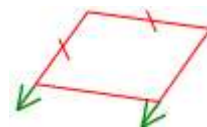
Tracer le quadrilatère PRSQ. Quelle est sa nature ? Expliquer précisément pourquoi. La qualité de la rédaction, l'organisation du raisonnement et le choix de la propriété adaptée seront trois éléments importants.



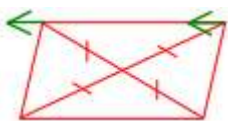
Si un parallélogramme a **deux côtés consécutifs perpendiculaires** alors c'est un **rectangle**.



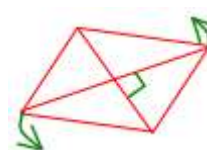
Si un parallélogramme a **deux côtés consécutifs de même longueur** alors c'est un **losange**.



Si un parallélogramme a **ses diagonales de même longueur** alors c'est un **rectangle**.

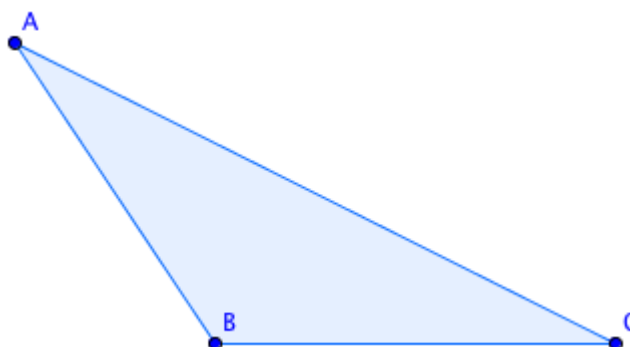


Si un parallélogramme a **ses diagonales perpendiculaires** alors c'est un **losange**.



Démonstration 4

On a tracé ci-contre un triangle ABC isocèle en B. Placer le point O milieu du segment [AC]. Placer le point D symétrique du point B par rapport à O.

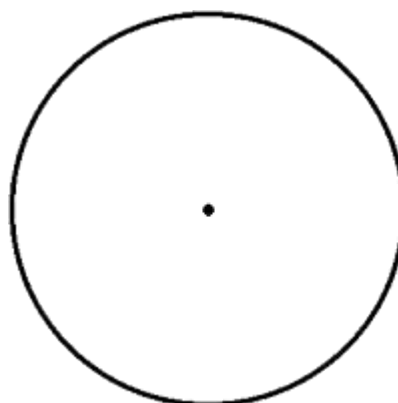


Tracer le quadrilatère ABCD. Quelle est sa nature? Expliquer précisément pourquoi. La qualité de la rédaction, l'organisation du raisonnement et le choix des propriétés adaptées seront trois éléments importants.

Démonstration 5

On a tracé ci-contre un cercle de centre O.

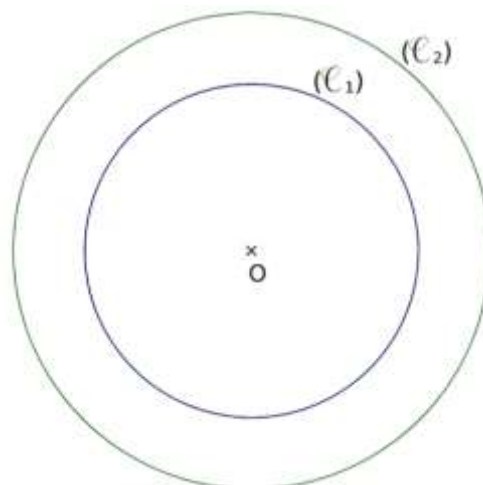
Placer quatre points E, F, G et H sur ce cercle afin que [EG] et [FH] soient deux diamètres quelconques du cercle.



Tracer le quadrilatère EFGH. Quelle est sa nature? Expliquer précisément pourquoi. La qualité de la rédaction, l'organisation du raisonnement et le choix des propriétés adaptées seront trois éléments importants.

Démonstration 3

On a tracé deux cercles concentriques. Placer les points I et K tels que [IK] soit un diamètre de (C1). Placer les points J et L tels que [JL] soit un diamètre de (C2) perpendiculaire au segment [IK].



Tracer le quadrilatère IJKL. Quelle est sa nature? Expliquer précisément pourquoi. La qualité de la rédaction, l'organisation du raisonnement et le choix des propriétés adaptées seront trois éléments importants.

