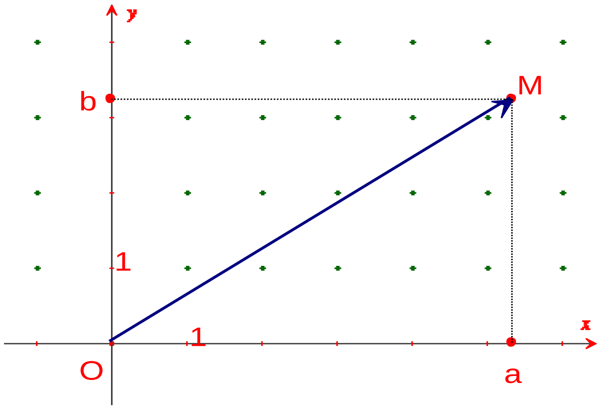
Association de points et de nombres dans le plan complexe

A tout point M de coordonnées $(a;b)$ du plan complexe, on associe **un nombre complexe** noté z qui s'écrit $z = a + ib$.

Réciproquement, à tout nombre complexe $z = a + ib$, on associe **un point** dans le plan complexe de coordonnées $(a;b)$.



Le nombre z est appelé **l'affixe** du point M. M est appelé **le point image** du nombre z.

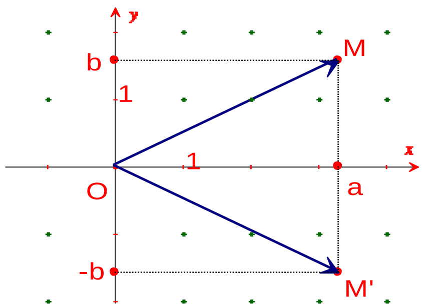
Vocabulaire

- a est appelée **la partie réelle** de z et est notée $\mathrm{Re}(z)$.
- b est appelée **la partie imaginaire** de z et est notée $\mathrm{Im}(z)$.
- L'écriture $z = a + ib$ est appelée **la forme algébrique** du nombre complexe.
- **Un imaginaire pur** est un nombre complexe dont la partie réelle est nulle.
- **Un réel** est un nombre complexe dont la partie imaginaire est nulle.

Le conjugué d'un nombre complexe

On note M' le symétrique du point M par rapport à l'axe des abscisses. Si l'affixe du point M est $z = a + ib$, alors l'affixe du point M' est appelée **conjugué du nombre z** et s'écrit $\overline{z} = a - ib$.

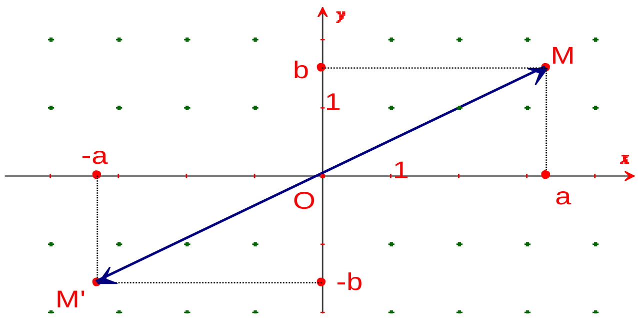
La notation $\overline{z}$ se lit « z barre ».



L'opposé d'un nombre complexe

On note M' le symétrique du point M par rapport à l'origine du plan complexe.

Si l'affixe du point M est $z = a + ib$, alors l'affixe du point M' est appelée **l'opposé du nombre z** et s'écrit $-z = -a - ib$.



Egalité de deux nombres complexes

Dire que deux nombres complexes sont égaux c'est dire qu'ils **ont la même partie réelle** et **la même partie imaginaire**.

Opérations avec les nombres complexes

Soit deux nombres complexes $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$.

Pour effectuer des calculs avec ces deux nombres complexes (addition, soustraction, multiplication, division) il suffit d'utiliser $i^2 = -1$ et les mêmes règles de calculs que dans C.

Ci-contre trois formules à ne pas apprendre par cœur mais à savoir retrouver dans chaque cas…

La somme

$$\boxed{z + z' = (a + a') + i(b + b')}$$

Le produit

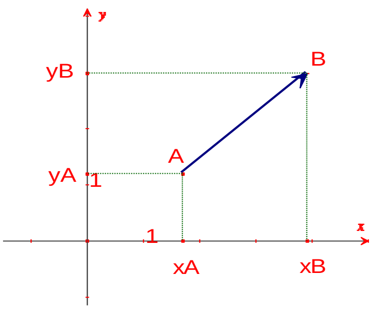
$$\boxed{z \times z' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)}$$

L'inverse

$$\boxed{\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i\frac{b}{a^2 + b^2}}$$

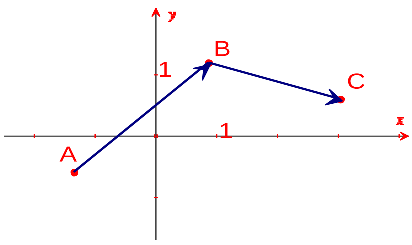
Remarque : le passage à l'inverse nécessite l'utilisation du conjugué…

Les affixes et la géométrie



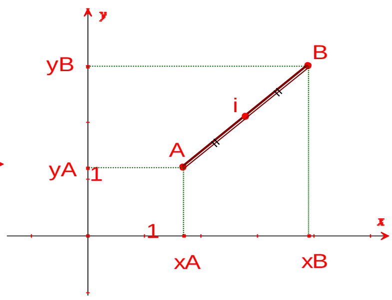
La différence

$$\boxed{z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A}$$



La somme

$$\boxed{z_{\overrightarrow{AC}} = z_{\overrightarrow{AB}} + z_{\overrightarrow{BC}}}$$



La demi-somme

$$\boxed{z_I = \frac{z_A + z_B}{2}}$$

Propriétés des conjugués

$$\boxed{\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}} \qquad \boxed{\overline{z \times z'} = \overline{z} \times \overline{z'}} \qquad \boxed{\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}} \qquad \boxed{z \times \overline{z} = a^2 + b^2}$$

- Le **conjugué d'une somme** de deux complexes est la **somme des conjugués**, le **conjugué du produit** de deux complexes est le **produit des conjugués** et le **conjugué du quotient** de de deux complexes est le **quotient des conjugués**.

- Le nombre z est un **réel** si et seulement si $\boxed{\overline{z} = z}$.

- Le nombre z est un **imaginaire pur** si et seulement si $\boxed{\overline{z} = -z}$.