Nombres entiers naturels et relatifs

Un nombre **entier naturel** est un nombre entier qui est positif. L'ensemble des nombres entiers naturels est noté $\mathbb{N}$. Un nombre **entier relatif** est un nombre entier qui est positif ou négatif. L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.

Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif. Le contraire n'est pas vrai. On dit que $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$ et on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. $6 \in \mathbb{N}$ et $6 \in \mathbb{Z}$. $-4 \in \mathbb{Z}$ mais $-4 \notin \mathbb{N}$.

$\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots\}$. $\mathbb{Z} = \{\ldots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \ldots\}$.

Entiers relatifs, notion de multiples et de diviseurs

Soient a et b deux entiers relatifs avec $b \neq 0$. S'il existe un entier relatif q tel que $a = bq$, alors on dit que a est un **multiple** de b et que b est un **diviseur** de a. On dit aussi que a est **divisible par** b. Pour mémoire, a est divisible par b lorsque le **reste** de la division euclidienne de a par b est égal à 0.

a est **pair** s'il est divisible par 2, c'est-à-dire s'il existe entier relatif q tel que $a = 2q$. a est **impair** s'il n'est pas divisible par 2, c'est-à-dire s'il existe entier relatif q tel que $a = 2q + 1$. a est **premier** s'il a exactement deux diviseurs positifs : un et lui-même.

Décomposition en facteurs premiers, notion de PGCD (rappels)

Tout nombre non premier peut se **décomposer** en produits de facteurs premiers. Cette décomposition est **unique** à l'ordre des facteurs près. On dit que deux nombres sont **premiers entre eux** lorsque leur seul diviseur commun est 1. On dit qu'une fraction est **irréductible**, lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Ecriture scientifique d'un nombre

Soit x un nombre décimal non nul. Son **écriture scientifique** est $a \times 10^n$ où $n \in \mathbb{Z}$ et a est un nombre décimal tel que $1 \leq |a| < 10$.

Nombres décimaux, nombres rationnels

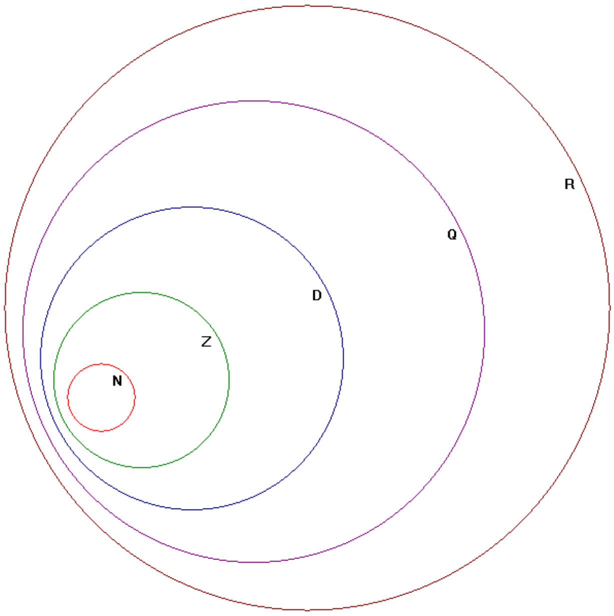
Un nombre **décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^k}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $k \in \mathbb{N}$. L'ensemble des décimaux est noté ID. Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{p}{q}$ où $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{N}$ avec $q \neq 0$. L'ensemble des rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

Tout entier est décimal, et tout décimal est rationnel. On a donc les inclusions $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID \subset \mathbb{Q}$.

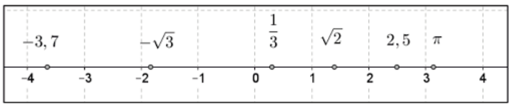
L'ensemble des nombres réels

On a représenté ci-contre :

- $\mathbb{N}$, l'ensemble des entiers naturels,
- $\mathbb{Z}$, l'ensemble des entiers relatifs,
- ID, l'ensemble des décimaux,
- $\mathbb{Q}$, l'ensemble des rationnels,
- $\mathbb{R}$, l'ensemble des nombres réels.



Si on considère une droite munie d'une origine O et d'une unité I l'ensemble des nombres réels est l'ensemble des points de cette droite appelée la **droite numérique**.



Les intervalles de l'ensemble des nombres réels

Soient a et b deux nombres réels tels que $a \leq b$. L'**intervalle** $[a;b]$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$. Son **amplitude** est $b-a$. L'**intervalle** $[a;+\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que $x \geq a$. L'**intervalle** $]-\infty;a]$ est l'ensemble des réels x tels que $x \leq a$.

Pour **exclure une borne** de l'intervalle, on utilise un crochet tourné vers l'extérieur. Le symbole « $\leq$ » signifie « **inférieur ou égal** ». Le symbole « $\geq$ » signifie « **supérieur ou égal** ». Le symbole « $<$ » signifie « **strictement inférieur** ». Le symbole « $>$ » signifie « **strictement supérieur** ».

La valeur absolue d'un nombre réel

Soit x un nombre réel. La **valeur absolue** de x, notée $|x|$ est égale à $\begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x < 0 \end{cases}$.

Soient a et x deux nombres réels.

On appelle **distance entre les nombres réels** a et x le nombre $|x-a|$. Cette distance est aussi égale à $|a-x|$.

Nous avons ainsi l'équivalence suivante : $x \in [a-r;a+r]$ si et seulement si $|x-a| \leq r$. On parle d'**intervalle centré** en a et de **rayon** r où r est un nombre réel positif.