

Exercice 1

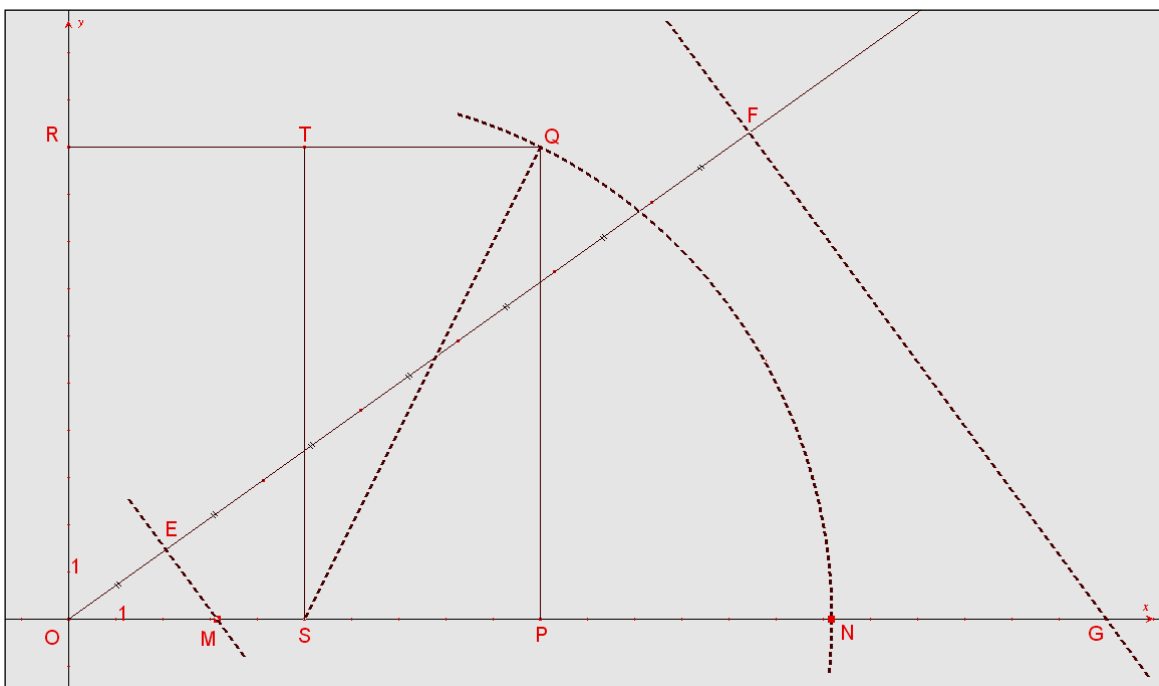
 Proposer lorsque cela est possible :

 Un entier qui ne soit pas naturel,
 Un relatif qui ne soit pas entier,
 Un rationnel qui ne soit pas décimal,
 Un décimal qui ne soit pas rationnel,
 Un réel qui ne soit pas rationnel,
 Un irrationnel,
 Un rationnel qui ne soit pas un réel.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

 Proposer un contre-exemple lorsque c'est faux :

 L'opposé d'un relatif est un naturel,
 L'opposé de $a - b$ est $b - a$,
 L'inverse d'un entier non nul est un décimal,
 L'inverse d'un décimal non nul est un décimal,
 Tout nombre entier est décimal,
 La racine d'un entier est toujours irrationnelle.

Exercice 2


$$OS = SP = 5, PQ = 10, (PS) \perp (PQ), SQ = SN, OG = 22, OF = 7 \times OE, (EM) \parallel (FG).$$

Partie A

- Déterminer m l'abscisse du point M. Rédiger une « démonstration » justifiant la réponse.
- A quel ensemble de nombre m appartient-il ? On dit que m est une valeur approchée d'un irrationnel célèbre*. Sauriez-vous préciser lequel ?

Partie B

- Déterminer n l'abscisse du point N. Rédiger une « démonstration » justifiant la réponse.
- A quel ensemble de nombre n appartient-il ? Montrer que $n = 10 \times \phi$ où ϕ est un irrationnel célèbre** que vous préciserez. Montrer ensuite que $n^2 - 10 \times n = 100$.

Exercice 3

De nombreux mathématiciens se sont intéressés aux nombres premiers, cherchant en particulier à établir des formules simples permettant d'obtenir des nombres premiers. Sans parvenir à une formule générale donnant tous les nombres premiers, ils ont néanmoins découvert des formules donnant des familles de nombres premiers.

Marin Mersenne

Ce philosophe et savant français (1588 – 1648) propose la formule $M_n = 2^n - 1$ où n est un nombre premier.

1. Calculer les trois premiers nombres que donne cette formule : M_2 , M_3 et M_5 . Sont-ils premiers ?
2. Calculer M_{11} . Ce nombre est-il divisible par 23 ? Que peut-on en conclure pour la formule de Mersenne ?

Pierre de Fermat

Ce mathématicien français (1601 – 1665) propose la formule $F_n = 2^{2^n} + 1$ où n est un entier naturel.

3. Calculer les quatre premiers nombres que donne cette formule : F_0 , F_1 , F_2 et F_3 . Sont-ils premiers ?
4. Calculer F_5 . Ce nombre est-il divisible par 641 ? Que peut-on en conclure pour la formule de Fermat ?

Leonhard Euler

Ce mathématicien suisse (1707 – 1783) propose la formule $E_n = n^2 - n + 41$ où n est un entier naturel.

5. Calculer les cinq premiers nombres que donne cette formule : E_0 , E_1 , E_2 , E_3 et E_4 . Sont-ils premiers ?
6. Calculer E_{41} . Ce nombre est-il premier ? Que peut-on en conclure pour la formule d'Euler ?

Annexe exercice 2

(*) Un irrationnel célèbre est le nombre π .

<https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/nombres/le-nombre-pi>

(**) Un autre irrationnel célèbre est le nombre d'or.

<https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/nombres/le-nombre-d-or>