Les propriétés des égalités

Soient a, b et c trois nombres réels quelconques et d un nombre réel non nul. Nous énonçons les quatre **équivalences** suivantes :

$a=b \Leftrightarrow a+c=b+c$	$a=b \Leftrightarrow a-c=b-c$	$a=b \Leftrightarrow a\times d=b\times d$	$a=b \Leftrightarrow \dfrac{a}{d}=\dfrac{b}{d}$

Le symbole « $\Leftrightarrow$ » signifie « équivaut à ». On peut aussi utiliser l'expression « si et seulement si ».

Un **produit** de deux nombres réels est **nul** si et seulement si l'**un** au moins de ces deux nombres est nul. Cette propriété s'énonce de la manière suivante : $a\times b=0 \Leftrightarrow a=0$ ou $b=0$.

Une équation d'**inconnue** x est une égalité qui peut être vraie pour certaines valeurs de x et fausse pour d'autres. **Résoudre** dans $\mathbb{R}$ une équation d'inconnue x c'est trouver **l'ensemble de ses solutions**, c'est-à-dire l'ensemble des nombres réels pour lesquels l'égalité est vraie.

Développement, factorisation et identités remarquables

Soient a, b, c et d quatre nombres réels quelconques. On a les égalités suivantes :

$a(b+c)=ab+ac$	$a(b-c)=ab-ac$	$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

Lorsqu'on effectue une lecture de gauche à droite de ces égalités on réalise un **développement**. Lorsqu'on effectue une lecture de droite à gauche de ces égalités une **factorisation**. Pour les deux premières formules on parle de **distributivité simple**. Pour la troisième on parle de **double distributivité**. La déduit de la formule de double distributivité trois **identités remarquables**.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Les propriétés des inégalités

Soient a, b et c trois nombres réels quelconques et d un nombre réel non nul. Nous énonçons les **équivalences** suivantes (valables aussi bien pour des inégalités strictes que larges) :

- $a<b \Leftrightarrow a+c<b+c$ et $a<b \Leftrightarrow a-c<b-c$,
- Si $d>0$ alors, $a<b \Leftrightarrow a\times d<b\times d$ et si $d<0$ alors $a<b \Leftrightarrow a\times d>b\times d$,
- Si $d>0$ alors $a<b \Leftrightarrow \dfrac{a}{d}<\dfrac{b}{d}$ et si $d<0$ alors $a<b \Leftrightarrow \dfrac{a}{d}>\dfrac{b}{d}$.

Soient a, b, c et d quatre nombres réels quelconques. Si $a<b$ et $c<d$ alors $a+c<b+d$.

Encadrement d'un nombre réel et arrondis

Soient x un nombre réel et n un entier naturel. Il existe un unique entier relatif a tel que $\dfrac{a}{10^n}\le x<\dfrac{a+1}{10^n}$. Cet encadrement est l'**encadrement décimal** de x à 10^{-n} près. L'**arrondi** de x à 10^{-n} près est celui des deux nombres décimaux $\dfrac{a}{10^n}$ et $\dfrac{a+1}{10^n}$ qui est le plus proche de x.