## Notion de vecteur

A toute **translation**, on associe un vecteur qui matérialise le **déplacement** de tout point d'une figure par cette translation. Ce vecteur est caractérisé par une **direction**, un **sens** et une **longueur** que l'on appelle **norme** du vecteur. La norme d'un vecteur $\vec{v}$ se note $\|\vec{v}\|$.

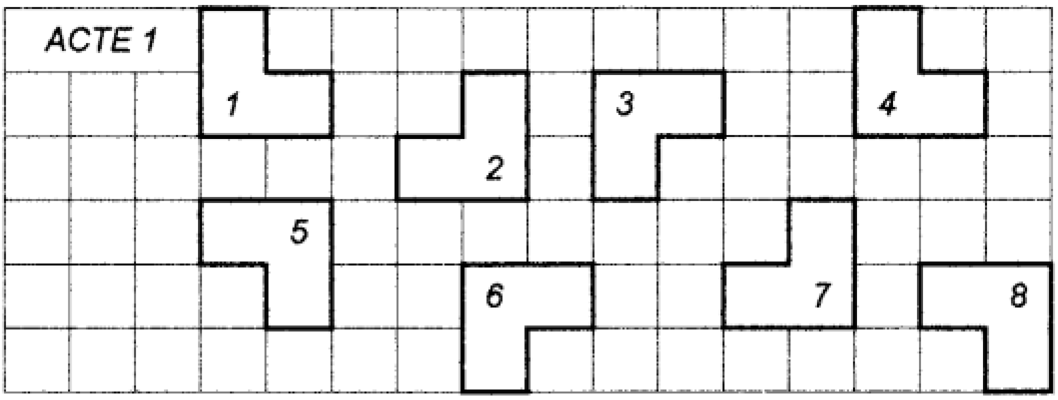
Deux vecteurs non nuls sont **égaux** lorsqu'ils ont même direction, même sens et même norme.

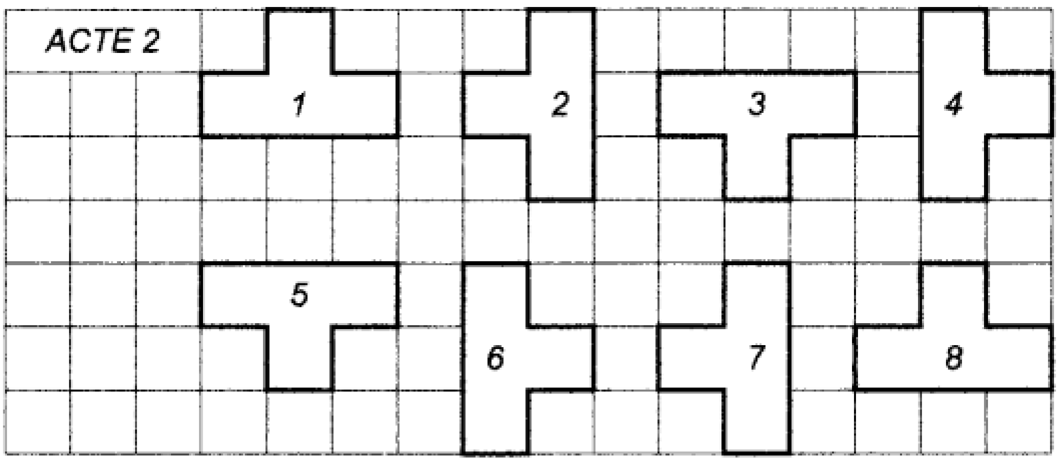
Soient A, B, C et D quatre points du plan. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **égaux** si et seulement si le quadrilatère ABDC (attention à l'ordre des points) est un **parallélogramme** (éventuellement aplati). L'opposé d'un vecteur non nul $\vec{v}$, que l'on note $-\vec{v}$, est le vecteur qui a la même direction, la même norme mais qui est de sens contraire au vecteur $\vec{v}$.

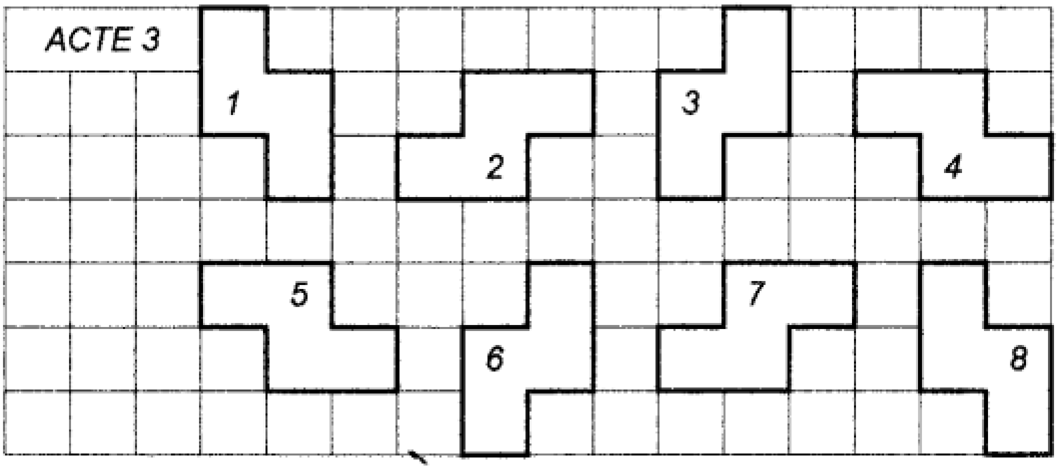
## Application directe

Situation 1 *images et consignes empruntées au site maths et tiques de Yvan Monka*


Grouper les figures deux par deux de façon que l'on passe de l'une à l'autre par translation. Dans chaque cas, matérialiser le déplacement par un vecteur que vous décrirez ensuite de la façon suivante : par exemple, « déplacement de 2 carreaux vers l'Est et 3 carreaux vers le Nord ».



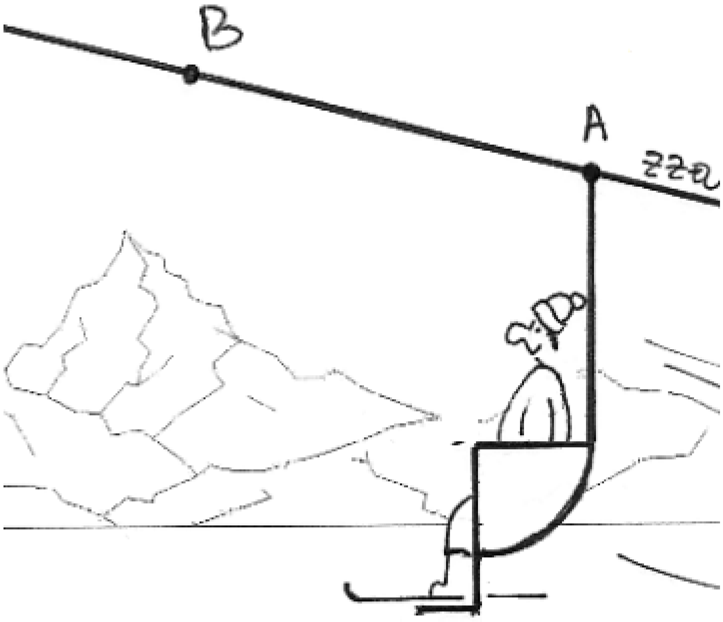



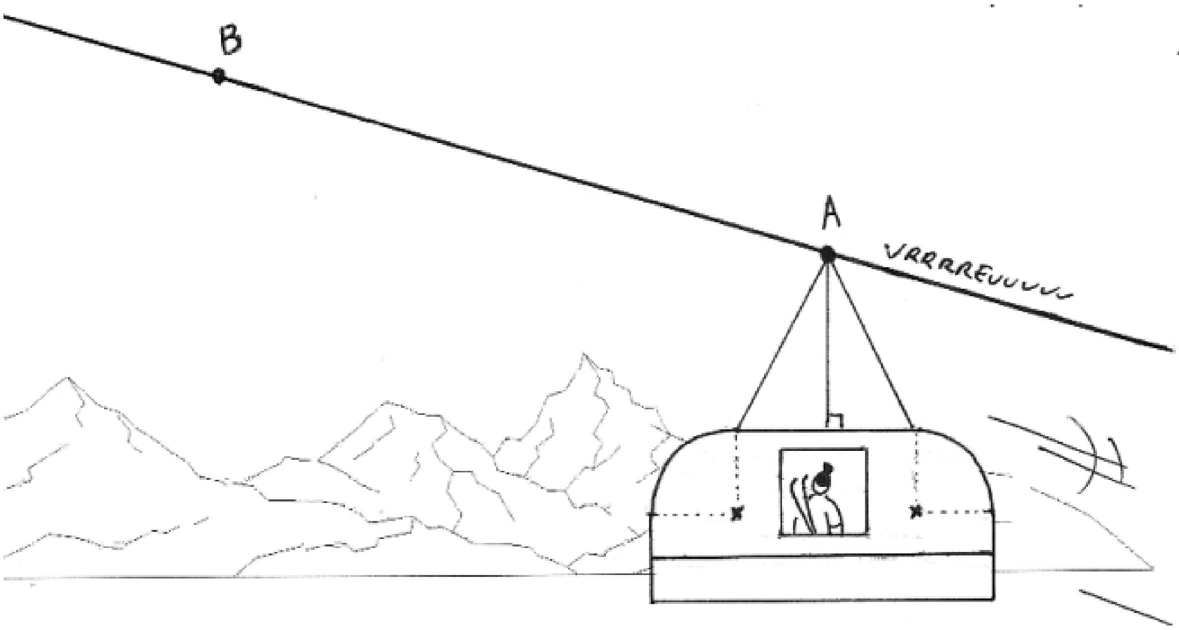



Situation 2 *images et consignes empruntées au sites maths et tiques de Yvan Monka*

Dessiner à main levée le télésiège après son déplacement du point A au point B. Matérialiser sur la figure obtenue différents représentants du vecteur de translation.

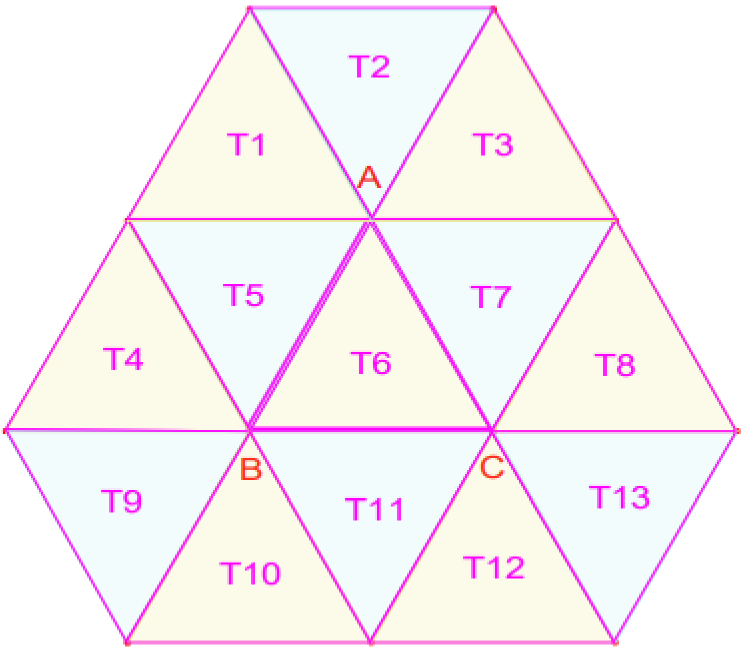
Dessiner à main levée la télécabine après son déplacement du point A au point B. Matérialiser sur la figure obtenue différents représentants du vecteur de translation.



Situation 3

On considère la figure ci-contre constituée de 13 triangles équilatéraux constituant un pavage d'une partie du plan.

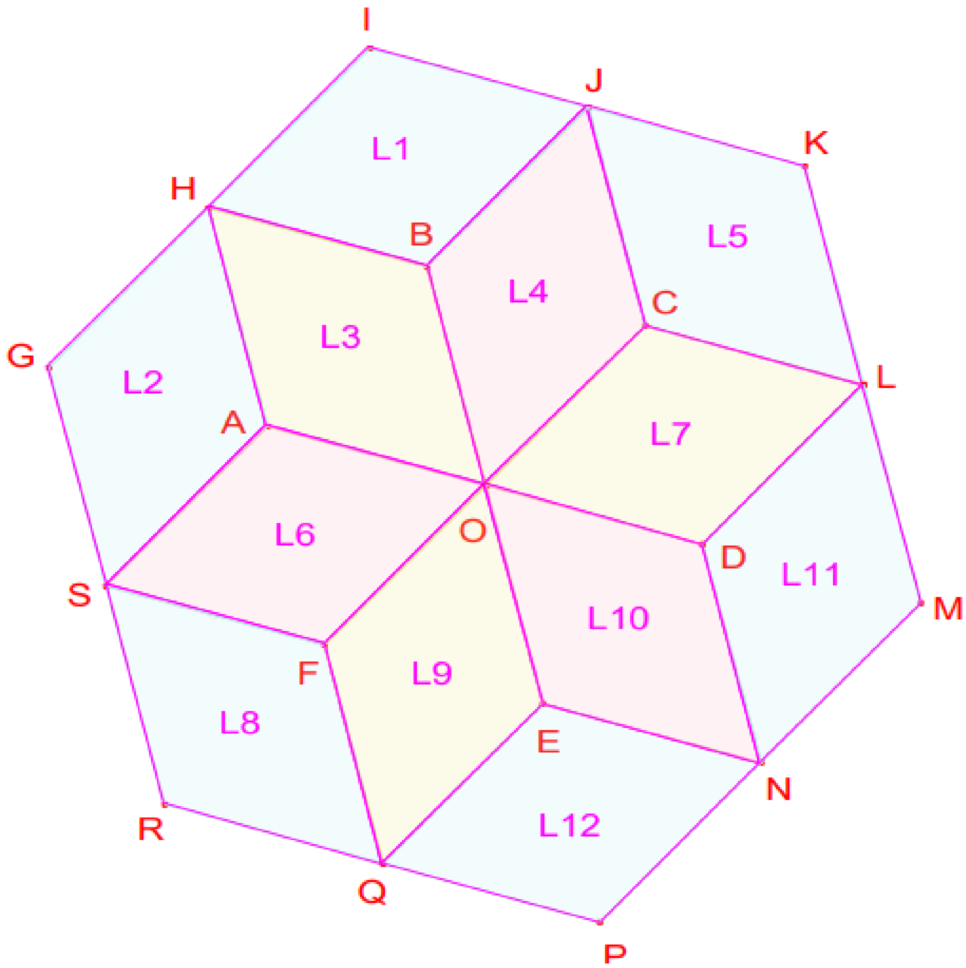



On considère trois transformations du plan : la translation qui transforme A en B, celle qui transforme B en C et celle qui transforme C en A.

Quelle est l'image de T5 par la première translation ? Quelle est l'image de T9 par la deuxième translation ? Quelle est l'image de T11 par la troisième transformation ?

Situation 4

On considère ci-contre le pavage d'une partie du plan réalisé à l'aide de douze losanges identiques.




On considère trois transformations du plan :

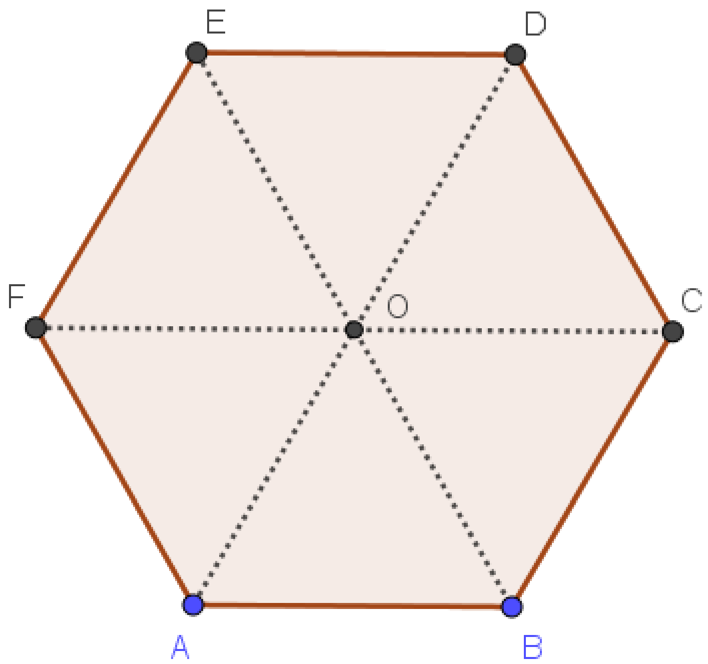
la translation de vecteur $\overrightarrow{SH}$, la translation de vecteur $\overrightarrow{QN}$, la translation de vecteur $\overrightarrow{LJ}$.

Répondre aux questions suivantes :

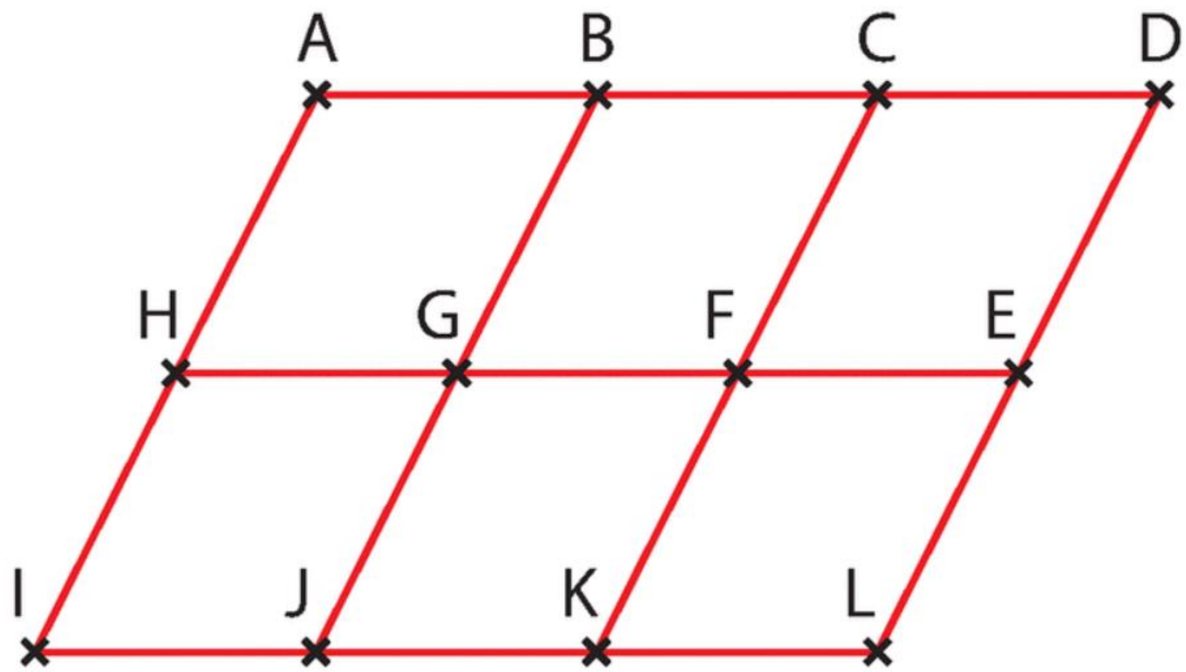
Quelles sont les images des losanges L6, L8, L9, L10 et L12 par la première translation ? Quelles sont les images des losanges L2, L3, L6, L8 et L9 par la deuxième translation ? Quelles sont les images des losanges L7, L10, L11, L12 et L9 par la troisième translation ? Citer des vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{OJ}$, des vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{OL}$, des vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{OH}$.

Situation 5

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O. Citer plusieurs vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{BC}$. Déterminer le représentant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ ayant pour origine le point F. Citer un autre vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{BF}$. Quelle est l'image du point F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ ?

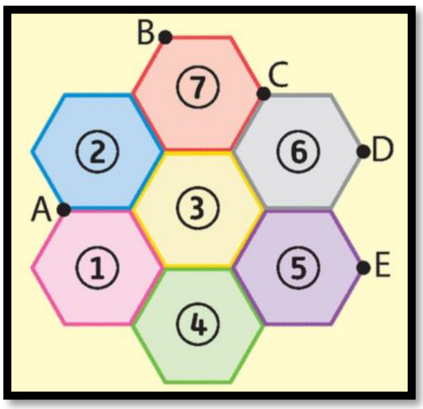



Dans la configuration proposée ci-dessous, citer plusieurs vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{IG}$, plusieurs vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{IF}$, un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{IE}$.




Situation 6

On considère la configuration proposée ci-contre constituée de 7 hexagones réguliers constituant un pavage d'une partie du plan. Déterminer l'image de l'hexagone 1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. Déterminer l'image de l'hexagone 4 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. Déterminer l'image de l'hexagone 7 par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$. Déterminer l'image de l'hexagone 1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$.



## Somme de deux vecteurs

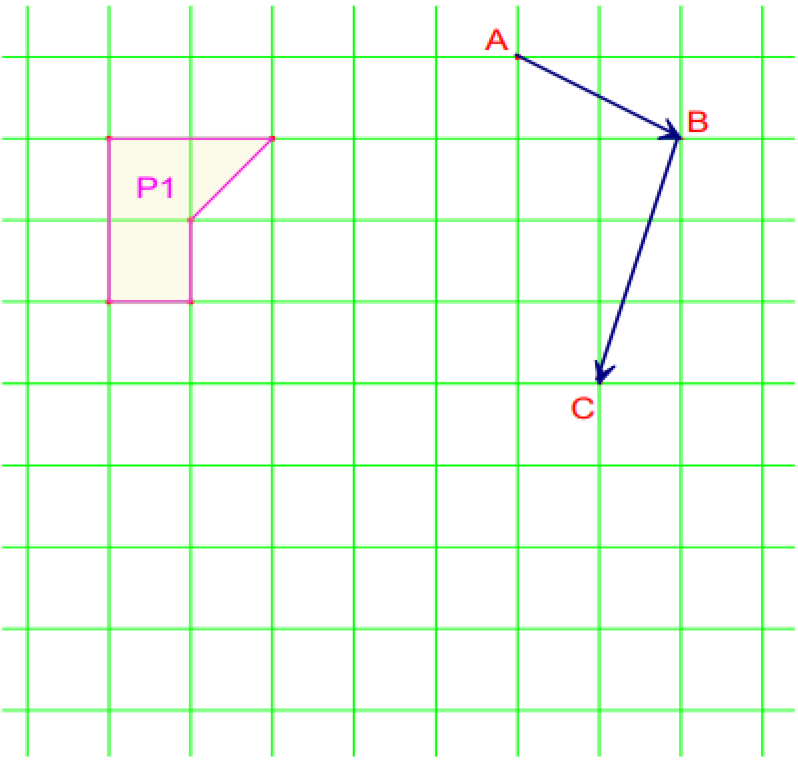
Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Si on enchaine **deux translations**, l'une de vecteur $\vec{u}$ et l'autre de vecteur $\vec{v}$, on obtient une nouvelle translation. Le vecteur qui lui est associé est appelé **somme des deux vecteurs** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et est noté $\vec{u}+\vec{v}$ (ou $\vec{v}+\vec{u}$ l'ordre d'enchainement des deux translations n'ayant pas d'importance).

Soient A, B et C trois points. On a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. Cette égalité vectorielle s'appelle la **relation de Chasles**. Elle induit la **règle du parallélogramme** qui s'énonce ainsi : « si ABDC est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ ».

## Application directe

Situation 1

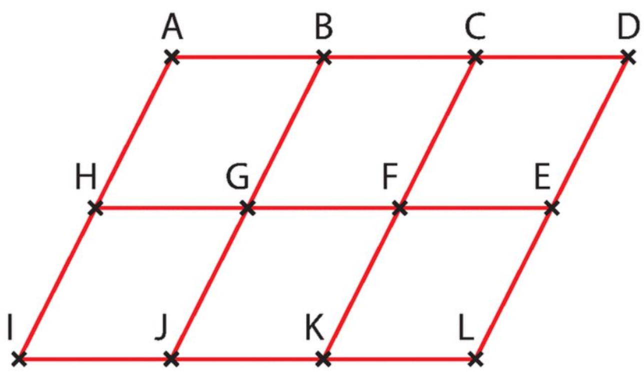
Dans le quadrillage ci-contre, on a tracé un polygone P1 et on a matérialisé deux déplacements par la présence des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$. On considère donc la translation qui transforme A en B et celle qui transforme B en C. Tracer le polygone P2, image du polygone P1 par la première translation. Tracer ensuite le polygone P3, image du polygone P2 par la deuxième translation.




Que peut-on dire des deux polygones P1 et P3 ? Soyez précis dans la réponse en décrivant la transformation permettant de passer directement de P1 à P3.

Situation 2

Compléter chaque égalité proposée ci-dessous par un vecteur issu de la configuration proposée ci-contre :




$\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IH}=\ldots$ $\qquad$ $\overrightarrow{IK}+\overrightarrow{IH}=\ldots$

$\overrightarrow{IL}+\overrightarrow{IH}=\ldots$ $\qquad$ $\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IA}=\ldots$

$\overrightarrow{IK}+\overrightarrow{IA}=\ldots$ $\qquad$ $\overrightarrow{IL}+\overrightarrow{IA}=\ldots$

## Produit d'un vecteur par un réel

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et $k$ un nombre réel non nul. Le vecteur $k\vec{u}$ est le vecteur qui a la **même direction** que le vecteur $\vec{u}$, le **même sens** que $\vec{u}$ si $k > 0$ ou bien le **sens contraire** de $\vec{u}$ si $k < 0$, une **norme** égale à $k \times \|\vec{u}\|$.

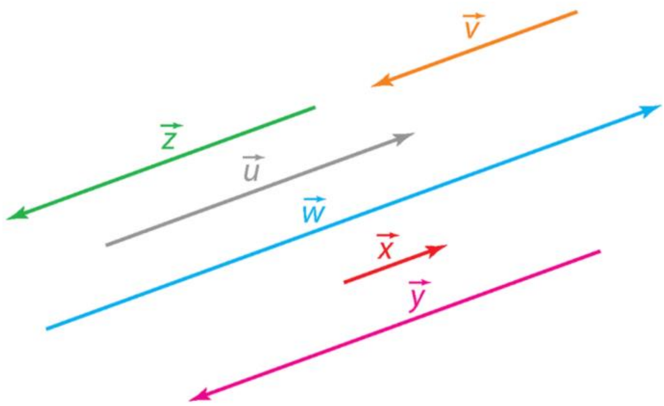
Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et pour tous réels $k$ et $k'$ on a les trois propriétés suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $k(\vec{u}+\vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ | $k\vec{u} + k'\vec{u} = (k+k')\vec{u}$ | $k\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$ |

## Application directe

Situation

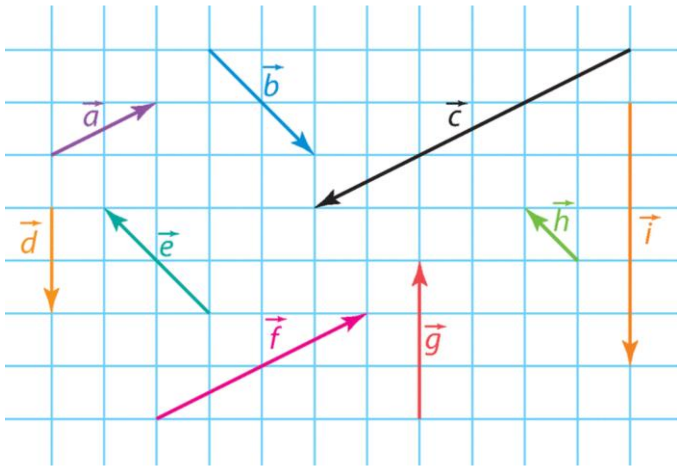
Attribuer à chaque vecteur proposé ci-contre $\frac{1}{3}\vec{u}$, $-\vec{u}$, $2\vec{u}$, $-\frac{2}{3}\vec{u}$ et $-\frac{4}{3}\vec{u}$. Parmi les vecteurs précédents quels sont ceux qui ont le même sens que $\vec{u}$, le sens contraire à celui de $\vec{u}$, une norme supérieure à celle de $\vec{u}$, une norme inférieure à celle de $\vec{u}$, une norme identique à celle de $\vec{u}$, la même direction que celle de $\vec{u}$ ?




Situation 2

Recopier et compléter les égalités suivantes avec le nombre réel manquant.

- $\vec{c} = \ldots\vec{a}$
- $\vec{b} = \ldots\vec{e}$
- $\vec{a} = \ldots\vec{c}$
- $\vec{b} = \ldots\vec{h}$
- $\vec{d} = \ldots\vec{g}$
- $\vec{d} = \ldots\vec{i}$
- $\vec{i} = \ldots\vec{g}$
- $\vec{f} = \ldots\vec{c}$



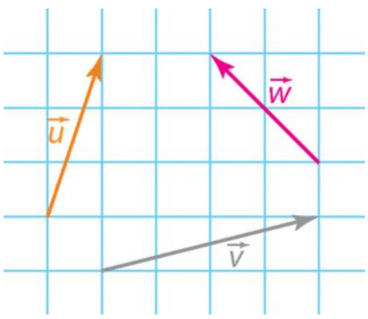

Situation 3

Reproduire la figure et construire les vecteurs :

**a)** $\vec{u} + \vec{v}$ **b)** $\vec{u} + \vec{w}$

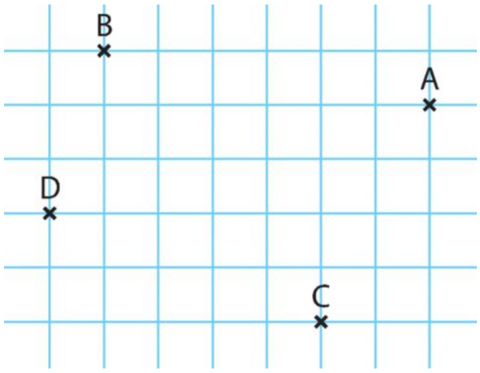
**c)** $\vec{v} + \vec{w}$ **d)** $-\vec{v}$

**e)** $\vec{w} - \vec{u}$ **f)** $\vec{u} - \vec{v}$



<u>Situation 4</u>

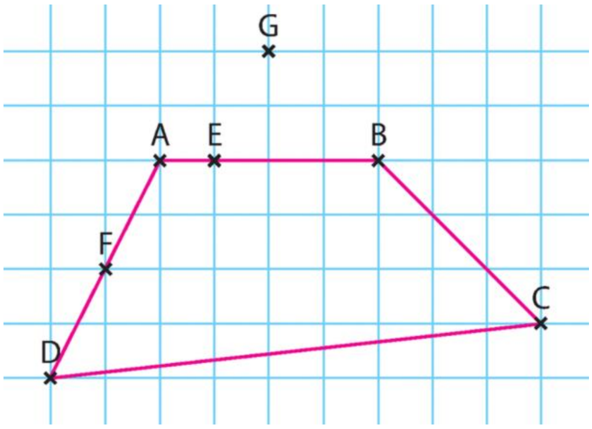
Reproduire la figure et construire un représentant de chacun des vecteurs suivants :




**a)** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
**b)** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
**c)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
**d)** $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CD}$
**e)** $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB}$

<u>Situation 5</u>

Reproduire la figure et placer les trois points H, I et J tels que :




**a)** $\overrightarrow{AH} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$

**b)** $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

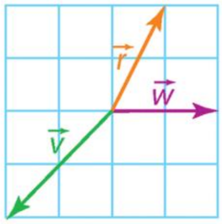
**c)** $\overrightarrow{DJ} = \frac{5}{9}\overrightarrow{DC}$

Recopier et compléter les égalités suivantes :

**a)** $\overrightarrow{AE} = \ldots\ \overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{DF} = \ldots\ \overrightarrow{DA}$ **c)** $\overrightarrow{BG} = \ldots\ \overrightarrow{BC}$

<u>Situation 6</u>

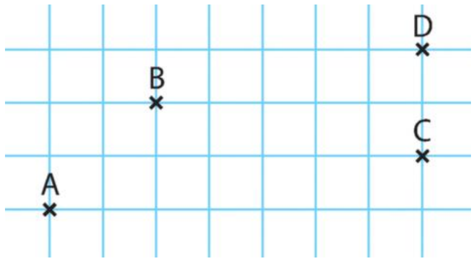
Reproduire la figure ci-contre puis construire un représentant de chacun des vecteurs suivants :




**a)** $-\vec{r}$ **b)** $\vec{w} + \vec{r}$ **c)** $\vec{r} + \vec{v}$ **d)** $\vec{w} - \vec{r}$

<u>Situation 7</u>

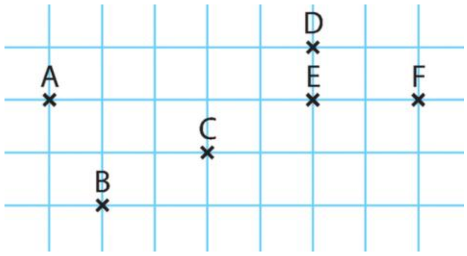
Même consigne avec la figure ci-contre et les vecteurs suivants :




**a)** $-\overrightarrow{BA}$
**b)** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
**c)** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
**d)** $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA}$
**e)** $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$

<u>Situation 8</u>

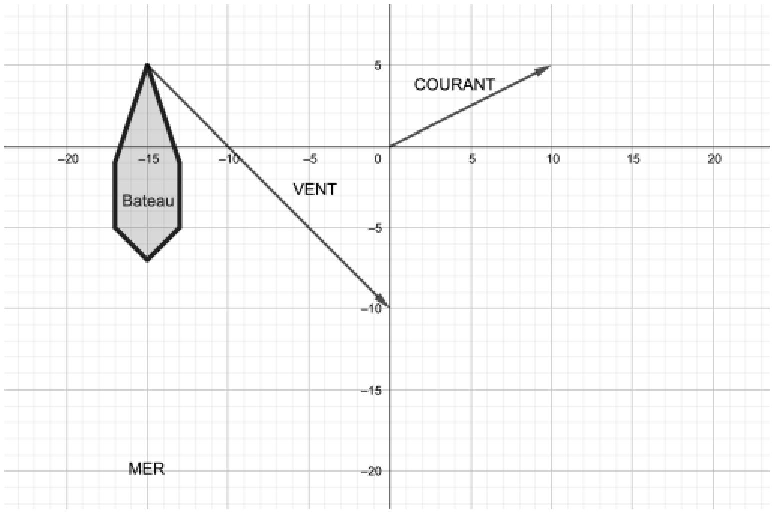
Même consigne avec la figure ci-contre et les vecteurs suivants :




**a)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
**b)** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EF}$
**c)** $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{FE}$
**d)** $\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{AD}$

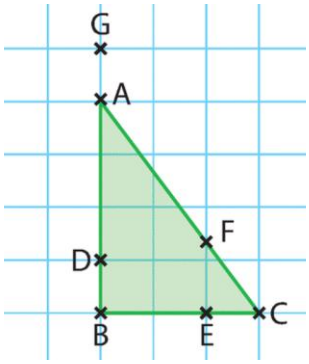
Situation 9

Dans la configuration proposée ci-contre le bateau se met à dériver pendant une minute sous l'action conjuguée du vent et du courant (on admettra que le bateau dérive avec un mouvement de translation, sans aucune rotation). L'action conjuguée du vent et du courant pendant une minute peut être représentée par un vecteur unique que l'on tracera sur la carte ainsi que la position du bateau au bout d'une minute.




Situation 10

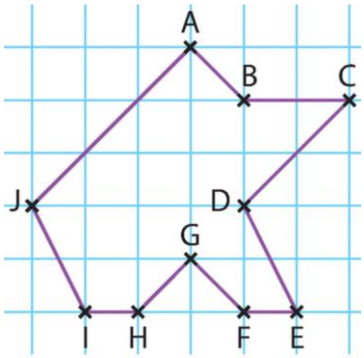
En observant la figure proposée ci-contre recopier et compléter les égalités suivantes :




**a)** $\overrightarrow{BD} = \dots \overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{BA} = \dots \overrightarrow{BD}$
**b)** $\overrightarrow{BE} = \dots \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BC} = \dots \overrightarrow{BE}$
**c)** $\overrightarrow{CF} = \dots \overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{CA} = \dots \overrightarrow{CF}$
**d)** $\overrightarrow{BA} = \dots \overrightarrow{AG}$ donc $\overrightarrow{AG} = \dots \overrightarrow{BA}$

Situation 11

En utilisant les points de la configuration proposée ci-contre, donner un vecteur égal à :




**a)** $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{HI}$ **b)** $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{CB}$ **c)** $\overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{EI}$
**d)** $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GH}$ **e)** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC}$ **f)** $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{FE}$
**g)** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$ **h)** $\overrightarrow{HF} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ **I)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{IH} - \overrightarrow{BH} - \overrightarrow{FD}$

Situation 12

Recopier et compléter :

**a)** $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{\dots A} + \overrightarrow{A\dots}$
**b)** $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{\dots}$
**c)** $\overrightarrow{D\dots} + \overrightarrow{C\dots} = \overrightarrow{\dots B}$
**d)** $\overrightarrow{E\dots} + \overrightarrow{\dots E} = \overrightarrow{\dots}$
**e)** $\overrightarrow{A\dots} = \overrightarrow{A\dots} + \overrightarrow{B\dots} + \overrightarrow{CM}$
**f)** $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{\dots} = \vec{0}$

Simplifier :

**a)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$
**b)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA}$
**c)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}$
**d)** $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}$
**e)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$
**f)** $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$

Simplifier :

**a)** $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$
**b)** $\vec{v} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA}$

Démontrer :

**a)** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{DA}$
**b)** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

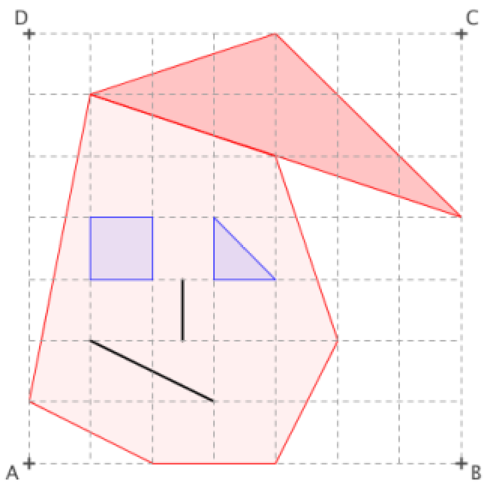
## Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée

Soient O un point et deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dont les **directions** sont perpendiculaires et dont les **normes** sont égales à 1. On dit que $\left(\vec{i};\vec{j}\right)$ est une **base orthonormée** du plan et que $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ est un **repère orthonormé** du plan. Pour tout vecteur $\vec{u}$ il existe un couple de réels $\left(x;y\right)$ tel que $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$. On dit que $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ dans la base $\left(\vec{i};\vec{j}\right)$.

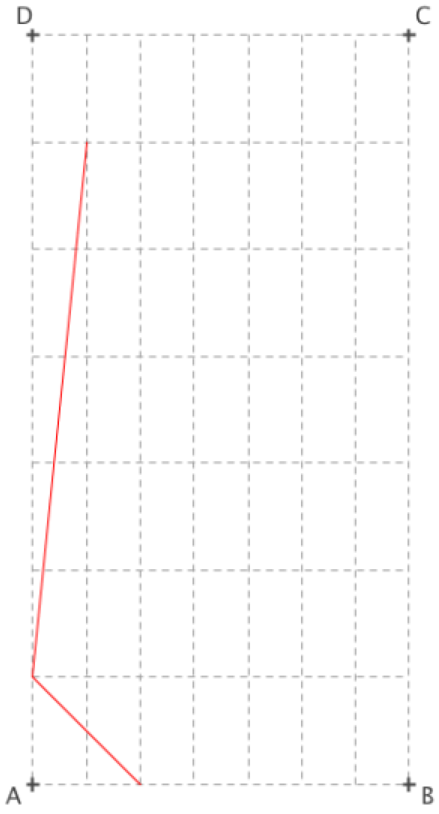
Soient $A\left(x_A;y_A\right)$ et $B\left(x_B;y_B\right)$ deux points d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ dans la base $\left(\vec{i};\vec{j}\right)$.

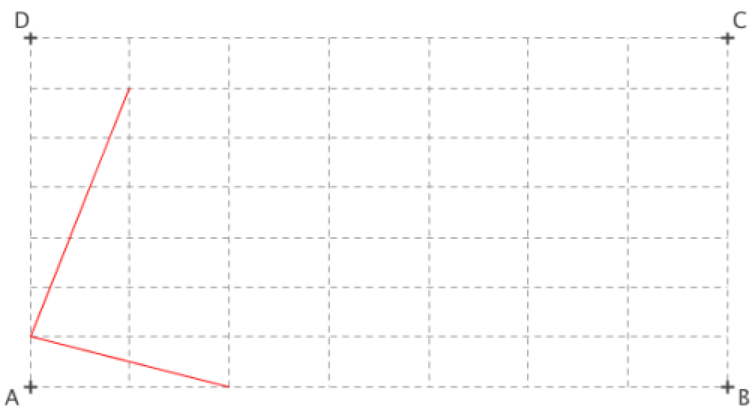
## Les repères sont-ils tous orthonormés ?

Le personnage proposé ci-dessous se divertit à la fête foraine en s'observant dans des miroirs déformants. Compléter son visage déformé vu dans chacun des trois miroirs déformants. Vous utiliserez pour cela les coordonnées des points de la figure initiale (images, idées et consignes tirées du site maths et tiques de Yvan Monka).

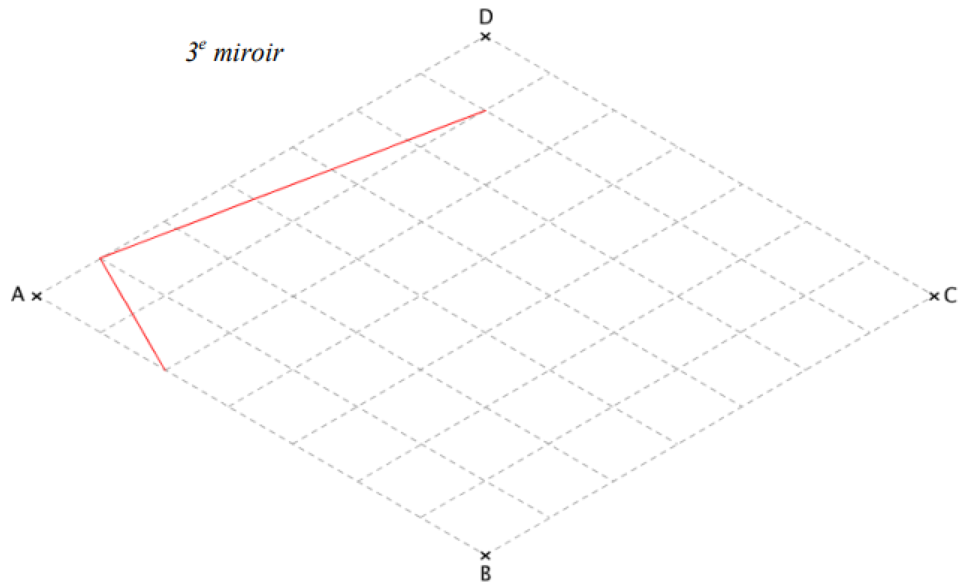



*1re miroir*



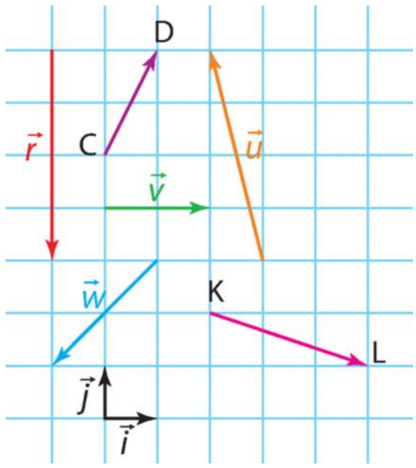




*2e miroir*




**Application directe**

Situation 1



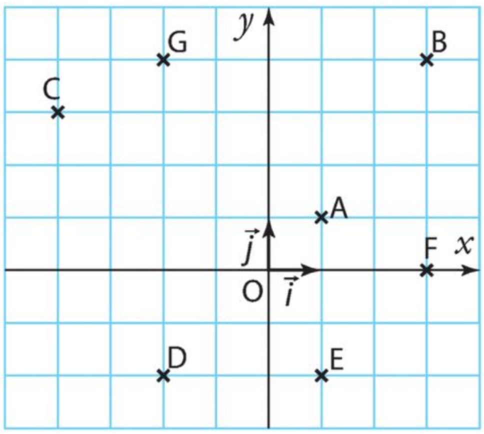

Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{r}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{KL}$.

Situation 2

Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA}$ pour les trois points suivants dont les coordonnées dans un repère orthonormé sont $A(1;2)$, $B(-2;5)$ et $C(-3;-3)$

Situation 3

Dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ on a placé les sept points A, B, C, D, E, F et G.




Décomposer les vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$. Reconnaissez-vous les coordonnées des sept points proposés ?

Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{GA}$. Détaillez les calculs effectués.

Situation 4

On rappelle que :

Si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i};\vec{j})$. Sauriez-vous démontrer ce résultat ?

## Coordonnées et opérations

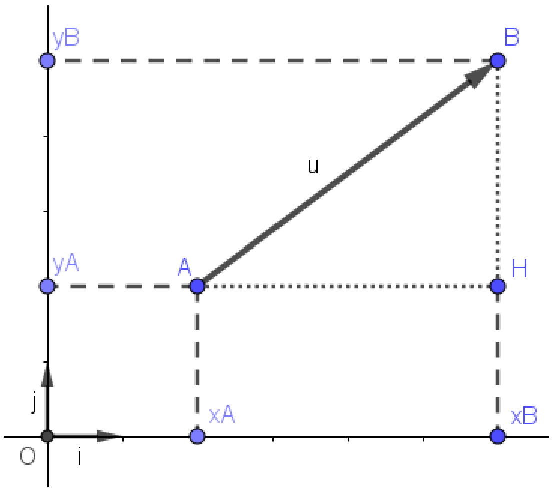
Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans une base orthonormée. La norme du vecteur est égale à $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ les coordonnées de deux points A et B dans un repère orthonormé. La distance entre A et B est égale à $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ les coordonnées de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$. Soit $k$ un nombre réel. Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

## Application directe

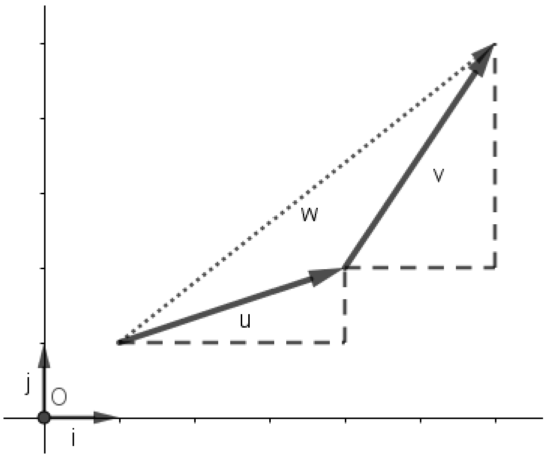
Situation 1

On considère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé.
On considère $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ un vecteur dont les extrémités A et B ont pour coordonnées $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. On note H le point tel que ABH soit un triangle rectangle en H. Décomposer le vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. Exprimer la longueur AH, la longueur BH et la longueur AB en fonction des coordonnées de A et B. Quelle propriété avez-vous démontré ?




Situation 2

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ les coordonnées de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Décomposer le vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. Décomposer le vecteur $\vec{v}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. En déduire une décomposition du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. Quelle propriété avez-vous démontré ?




Situation 3

Quel théorème intervient pour démontrer la première propriété ? Proposer une figure illustrant la dernière propriété : « le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ ». Quel théorème intervient ici ?

Situation 4

Calculer la norme des cinq vecteurs ci-contre : $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix}-6\\8\end{pmatrix}, \vec{w}\begin{pmatrix}1\\-5\end{pmatrix}, \vec{m}\begin{pmatrix}-3\\-7\end{pmatrix}, \vec{n}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

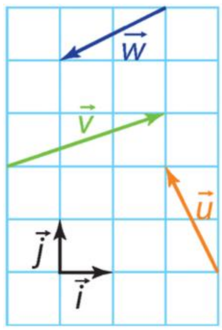
Calculer ensuite la norme des trois vecteurs $\vec{p}$, $\vec{q}$ et $\vec{r}$ dont les décompositions dans une base orthonormée $(\vec{i};\vec{j})$ sont respectivement $\vec{p}=0,3\vec{i}+0,4\vec{j}$, $\vec{p}=0,8\vec{i}+1,5\vec{j}$ et $\vec{p}=0,5\vec{i}+1,2\vec{j}$.

Situation 5

On considère les points A, B, C et D de coordonnées $A(3;5)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-4)$ et $D(-1;2)$. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Que peut-on en déduire pour la nature du quadrilatère ABCD ? Calculer les longueurs AB et CD et les longueurs AC et BD.

Situation 6

Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$. Calculer la norme de ces trois vecteurs. Reproduire la figure et construire un représentant des vecteurs proposés ci-dessous :




$$\vec{u}+\vec{v},\ \vec{u}+\vec{w},\ \vec{u}-\vec{v}\ \text{ et }\ \vec{u}-\vec{w}$$

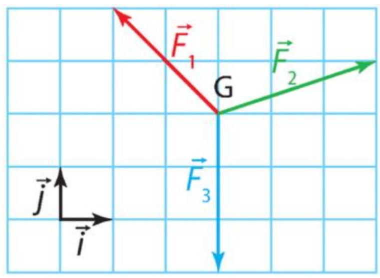
Calculer la norme de ces quatre vecteurs.

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées des $\vec{w}$, $\vec{m}$ et $\vec{z}$ tels que :

| | | |
|---|---|---|
| $\vec{u}+\vec{w}=\vec{v}$ | $\vec{u}-\vec{m}=\vec{v}$ | $\vec{z}-\vec{u}=\vec{v}$ |

Situation 7

L'action de trois forces sur un objet est modélisée par l'action de trois vecteurs appliqués sur le point G qui représente le centre d'inertie de l'objet. Rajouter une force de telle sorte que la somme des forces soit égal au vecteur nul. L'objet est alors à l'équilibre.




On proposera une résolution graphique suivie d'une résolution algébrique du problème.

Situation 8

Dans un repère orthonormé, on considère les quatre points $A(-5;-2)$, $B(-4;3)$, $C(-4;-5)$ et $D(3;-1)$. Montrer que les trois points A, B et C appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. Les points $E(10;3)$ et $F(6;-7)$ appartiennent-ils aussi à ce cercle ? Justifier vos deux réponses par un calcul et un raisonnement détaillé.

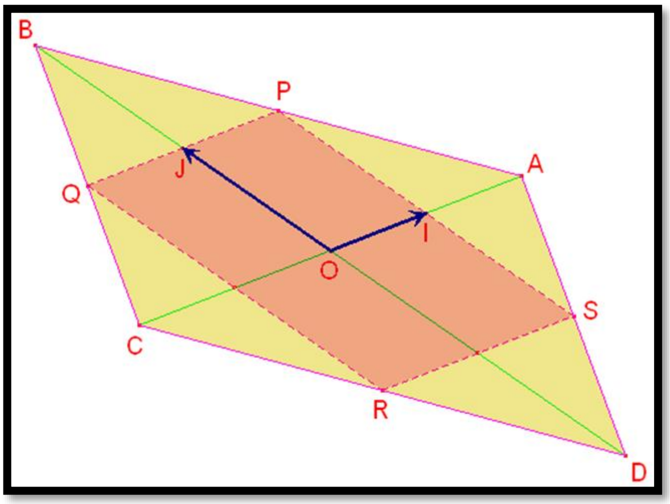
## Repère quelconque et décompositions de vecteurs

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Les points P, Q, R et S sont les milieux des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].

Les points I et J sont les milieux des segments [OA] et [OB].

On note $\vec{u} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OJ}$ et on considère le repère $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.




1. Déterminer les cordonnées des points A, B, C, D, P, Q, R, S dans ce repère. Justifier chaque réponse par la décomposition d'un vecteur dans la base $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$.

2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{BR}$, $\overrightarrow{CS}$ et $\overrightarrow{DP}$ dans la base $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$. Justifier chaque réponse par la décomposition de chaque vecteur.

## Repère quelconque et décomposition de vecteurs, suite…

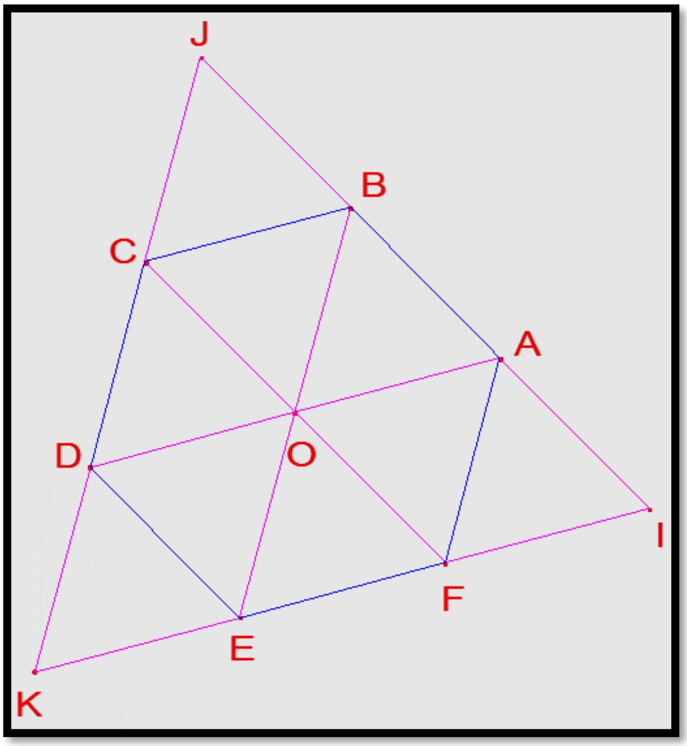
Dans la configuration géométrique tracée ci-contre, $ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre $O$ et $FAI$, $BCJ$ et $DEK$ sont trois triangles équilatéraux.

On note $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$.
On considère le repère $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées de tous les points A, B, C, D, E et F dans ce repère, justifier.

2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{FB}$ dans la base $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$. Justifier chaque réponse par la décomposition du vecteur dans la base $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$.

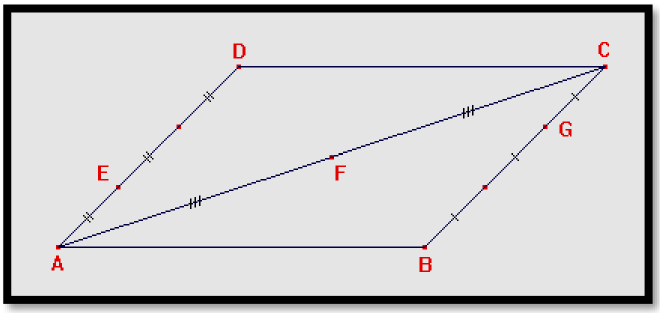
3. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OK}$ dans la base $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$. Justifier.



## Repère quelconque, décompositions de vecteurs et alignement de points

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On considère le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$.

- Le point $E$ est tel que $\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.
- Le point $G$ est tel que $\overrightarrow{BG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.
- Le point $F$ est le milieu du segment $[AC]$.




1. Déterminer les coordonnées respectives des points $E$, $F$ et $G$ dans le repère.
   La réponse sera justifiée par trois égalités vectorielles que vous établirez.

2. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{EF}$ dans la base $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$.
   En déduire les coordonnées de ce vecteur.

3. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{EG}$ dans la base $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$.
   En déduire les coordonnées de ce vecteur.

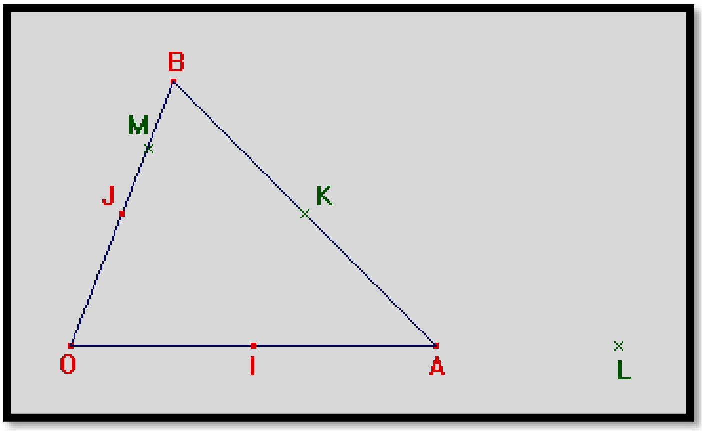
4. Que peut-on dire des trois points $E$, $F$ et $G$ ? La réponse sera clairement justifiée.

## Repère quelconque, décompositions de vecteurs et alignement de points, suite…

Soit OAB un triangle quelconque.

On considère le repère $\left(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$.

Les points $I$, $J$ et $K$ sont les milieux respectifs des côtés $[OA]$, $[OB]$ et $[AB]$ du triangle. Le point L est le symétrique du point $I$ par rapport au point $A$. Le point $M$ est le milieu du segment $[JB]$.




1. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{LK}$ et $\overrightarrow{LM}$ dans la base $\left(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$.

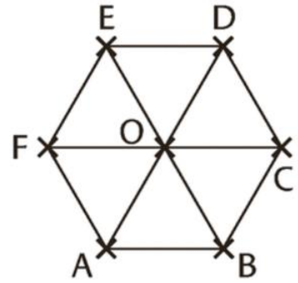
2. En déduire les coordonnées de ces deux vecteurs.

3. Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{LK}$ et $\overrightarrow{LM}$ ?

4. Que peut-on en déduire pour les trois points $L$, $K$ et $M$ ?

## Exercice 1

Compléter les phrases avec les adjectifs « opposés » ou « égaux ».

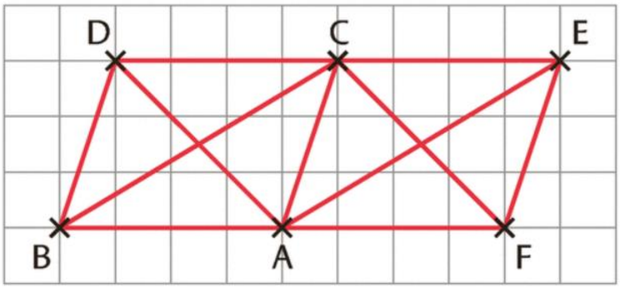



**a.** Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{FO}$ sont ..........................................

**b.** Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont ..........................................

**c.** Les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont ..........................................

Compléter les égalités proposées ci-dessous par un vecteur unique.




**a.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} =$ ..........................................

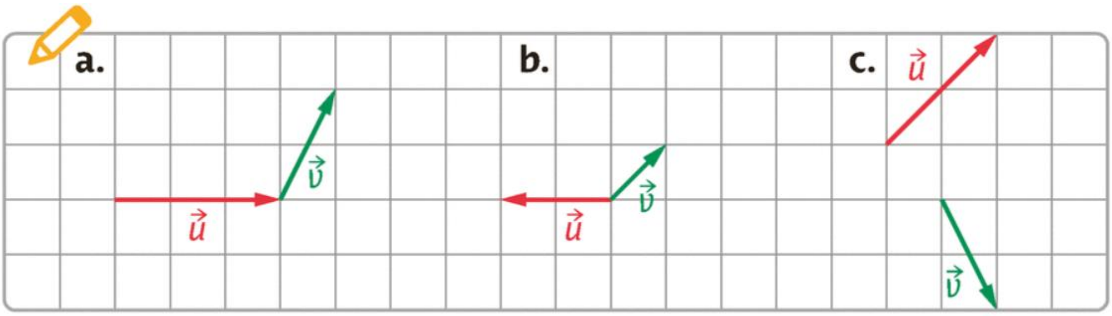
**b.** $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AE} =$ ..........................................

**c.** $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE} =$ ..........................................

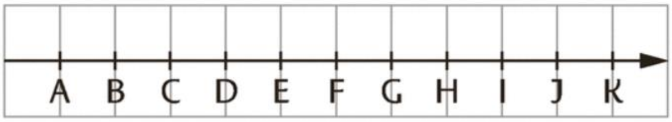
**d.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} =$ ..........................................

**e.** $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB} =$ ..........................................

Construire la somme $\vec{u} + \vec{v}$ des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

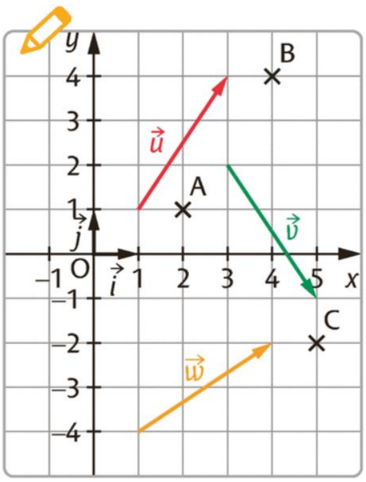



A l'aide de la figure proposée ci-contre, remplacer les pointillés par le nombre (entier ou fractionnaire) manquant.




**a.** $\overrightarrow{BD} =$ ........ $\overrightarrow{AB}$ **b.** $\overrightarrow{CH} =$ ........ $\overrightarrow{IK}$ **c.** $\overrightarrow{CG} =$ ........ $\overrightarrow{AK}$ **d.** $\overrightarrow{AD} =$ ........ $\overrightarrow{FC}$

A partir des vecteurs et des points positionnés dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ proposés ci-contre, cocher la bonne réponse.




**a.** Le vecteur qui a pour coordonnées (2 ; 3) est :

☐ $\vec{u}$. ☐ $\vec{v}$. ☐ $\vec{w}$.

**b.** Le vecteur $\overrightarrow{CA}$ a pour coordonnées :

☐ (3 ; –3). ☐ (–3 ; 3). ☐ (3 ; 3).

**c.** Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées :

☐ (–6 ; 1) ☐ (–1 ; –6) ☐ (1 ; –6)

Entourer la bonne réponse dans chaque ligne du tableau ci-contre. Il n'est pas demandé de justifier.

| | Réponse 1. | Réponse 2. | Réponse 3. |
|---|---|---|---|
| **A.** Si $A(5;1)$ et $B(2;3)$, alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : | $(3;-4)$ | $(7;2)$ | $(-3;2)$ |
| **B.** Si $A(5;-1)$ et $B(2;3)$ dans un repère orthonormé, alors $AB$ est égal à : | 5 | 1 | 7 |

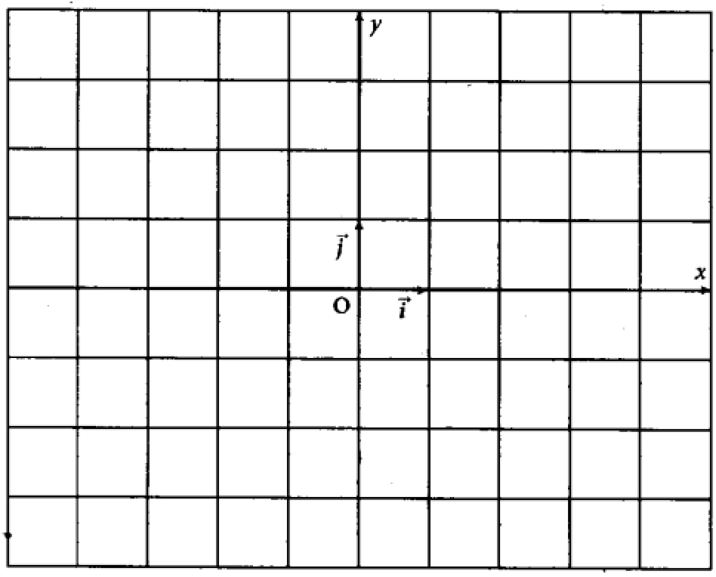
Dans le reprère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ proposé ci-contre placer les tpoints $A(1;2)$ $B(3;-2)$ $C(-1;1)$. Calculer les coordonnées puis les normes des trois vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.

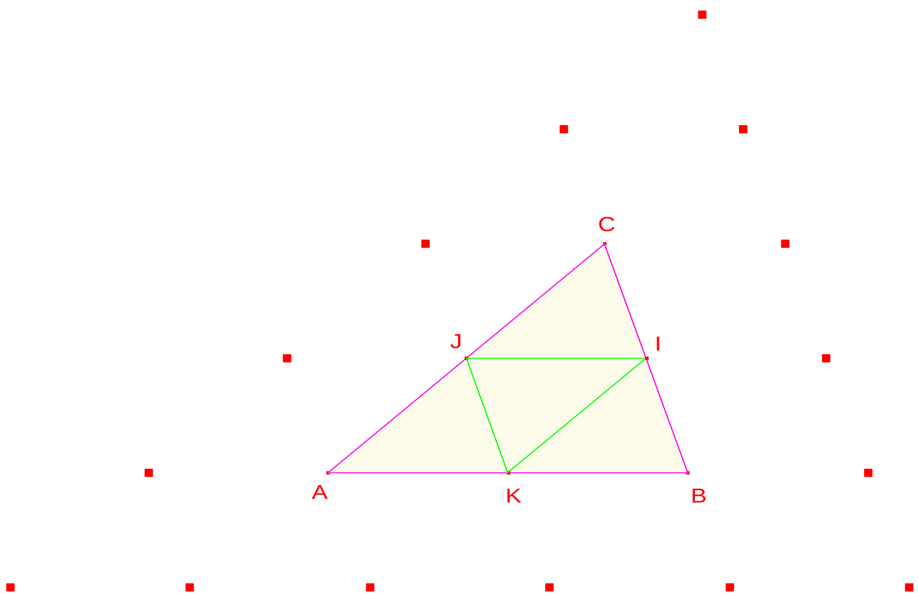
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$

$AB = \dots$ $BC = \dots$ $AC = \dots$

Quelle est la nature du triangle ?

………………………………



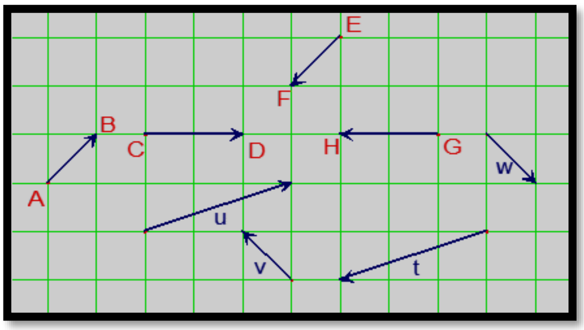

ABC est un triangle quelconque. I, J et K sont les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].

1. Placer le point M tel que $\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{KI}$.
2. Placer le point N tel que $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CI}$.
3. Placer le point P tel que $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{IK}$.
4. Placer le point Q tel que $\overrightarrow{QC} = \overrightarrow{CK}$.
5. Placer le point R tel que $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{CI}$.
6. Placer le point S tel que $\overrightarrow{JS} = \overrightarrow{IP}$.
7. Placer le point T tel que $\overrightarrow{JT} = \overrightarrow{AC}$.
8. Placer le point O tel que $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BR}$.

## Exercice 2

Partie A

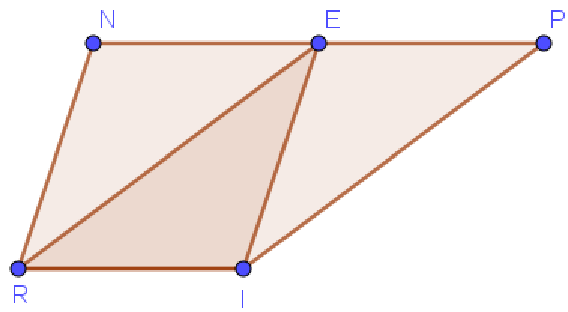
On a tracé dans le quadrillage ci-contre les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$. Parmi les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$ quel est celui égal à :




- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$
- $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}$
- $\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{EF}$
- $\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{AB}$

Partie B

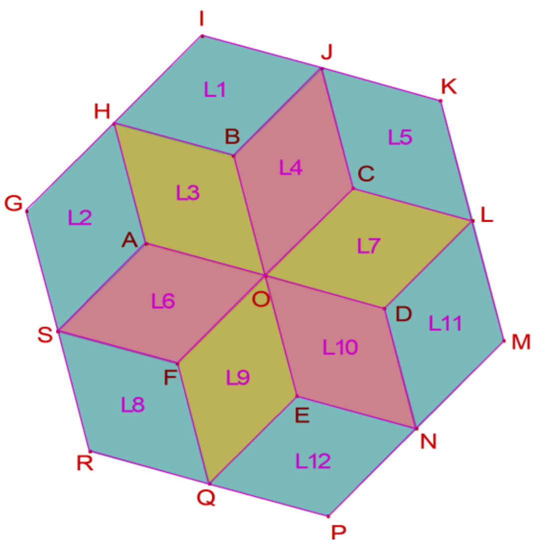
RIEN et RIPE sont deux parallèlogrammes. P est le symétrique du point N par rapport à E. Réduire à un seul vecteur les sommes vectorielles proposées ci-dessous :




- $\overrightarrow{RE}+\overrightarrow{EI}$
- $\overrightarrow{NR}+\overrightarrow{IP}$
- $\overrightarrow{RN}+\overrightarrow{RI}$
- $\overrightarrow{RN}+\overrightarrow{PI}$
- $\overrightarrow{RE}+\overrightarrow{PI}$
- $\overrightarrow{ER}+\overrightarrow{EP}$

Partie C

On considère le pavage ci-dessus réalisé à l'aide de douze losanges identiques. Pour chaque question posée ci-contre la réponse sera justifiée par une réduction de la somme vectorielle à l'aide de la relation de Chasles.




1. Quelle est l'image du losange L9 par la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$ ?
2. Quel losange a pour image le losange L7 par la translation de vecteur $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SF}$ ?
3. Quelle est l'image du losange L11 par la translation de vecteur $\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{CH}$ ?
4. Quel losange a pour image le losange L8 par la translation de vecteur $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{FR}$ ?
5. Quelle est l'image du losange L10 par la translation de vecteur $\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{BJ}$ ?
6. Quel losange a pour image le losange L6 par la translation de vecteur $\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{BO}$ ?

## Exercice 3

Déterminer dans chaque ligne du tableau la bonne réponse.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BS}$ sont | $(x_B - x_S\ ;\ y_B - y_S)$ | $(x_S - x_B\ ;\ y_S - y_B)$ | $(x_S + x_B\ ;\ y_S + y_B)$ |
| On donne B (− 1 ; 2) et S (3 ; − 5) , alors $\overrightarrow{BS}$ a pour coordonnées | (2 ; − 3) | (4 ; − 7) | (− 4 ; 7) |
| Les coordonnées du milieu M du segment [CD] sont | $\begin{cases} x_M = x_D - x_C \\ y_M = y_D - y_C \end{cases}$ | $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_C - x_D}{2} \\ y_M = \dfrac{y_C - y_D}{2} \end{cases}$ | $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_C + x_D}{2} \\ y_M = \dfrac{y_C + y_D}{2} \end{cases}$ |
| On donne C (− 4 ; 5) et D (6 ; − 9) , alors le milieu M de [CD] a pour coordonnées | (5 ; − 7) | (1 ; − 2) | (− 5 ; 7) |
| Dans un repère orthonormé, on donne A $(a\ ;\ b)$ et Q $(e\ ;\ d)$ , alors AQ = | $\sqrt{(e-a)^2 + (d-b)^2}$ | $\sqrt{(e+a)^2 + (d+b)^2}$ | $\sqrt{(e+a)^2 - (d+b)^2}$ |
| Dans un repère orthonormé, on donne A (− 2 ; 3) et Q (− 1 ; 5) , alors AQ = | $\sqrt{13}$ | $\sqrt{73}$ | $\sqrt{5}$ |

## Exercice 4

Partie A

On considère quatre points $A(2;-1)$, $B(4;3)$, $C(10;1)$, $D(6;-4)$ placés dans un repère orthonormé. Déterminer les coordonnées des points I, J, K et L milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. Calculer ensuite les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{IJ}$ et du vecteur $\overrightarrow{LK}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère IJKL ? Déterminer les deux distances IJ et JL.

Partie B

ABCD est un parallélogramme. Dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$ on considère les points E, F et G placés comme l'indiquent les codages de la figure. En décomposant déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ dans la base $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$ puis en déduire que E, F et G sont alignés.