Notion de vecteur

A toute **translation**, on associe un vecteur qui matérialise le **déplacement** de tout point d'une figure par cette translation. Ce vecteur est caractérisé par une **direction**, un **sens** et une **longueur** que l'on appelle **norme** du vecteur. La norme d'un vecteur $\vec{v}$ se note $\|\vec{v}\|$.

Deux vecteurs non nuls sont **égaux** lorsqu'ils ont même direction, même sens et même norme.

Soient A, B, C et D quatre points du plan. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **égaux** si et seulement si le quadrilatère ABDC (attention à l'ordre des points) est un **parallélogramme** (éventuellement aplati). L'opposé d'un vecteur non nul $\vec{v}$, que l'on note $-\vec{v}$, est le vecteur qui a la même direction, la même norme mais qui est de sens contraire au vecteur $\vec{v}$.

Somme de deux vecteurs

Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Si on enchaine **deux translations**, l'une de vecteur $\vec{u}$ et l'autre de vecteur $\vec{v}$, on obtient une nouvelle translation. Le vecteur qui lui est associé est appelé **somme des deux vecteurs** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et est noté $\vec{u}+\vec{v}$ (ou $\vec{v}+\vec{u}$ l'ordre d'enchainement des deux translations n'ayant pas d'importance).

Soient A, B et C trois points. On a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. Cette égalité vectorielle s'appelle la **relation de Chasles**. Elle induit la **règle du parallélogramme** qui s'énonce ainsi : « si ABDC est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ ».

Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée

Soient O un point et deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dont les **directions** sont perpendiculaires et dont les **normes** sont égales à 1. On dit que $(\vec{i};\vec{j})$ est une **base orthonormée** du plan et que $(O;\vec{i};\vec{j})$ est un **repère orthonormé** du plan. Pour tout vecteur $\vec{u}$ il existe un couple de réels $(x;y)$ tel que $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$. On dit que $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i};\vec{j})$.

Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ et le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Coordonnées et opérations

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans une base orthonormée. La norme du vecteur $\vec{u}$ est égale à $\vec{u}=\sqrt{x^2+y^2}$. Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ les coordonnées de deux points A et B dans un repère orthonormé. La distance entre A et B est égale à $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ les coordonnées de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$. Soit k un nombre réel. Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$.