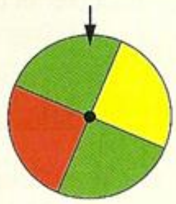
<u>Définition :</u> une expérience est **aléatoire** lorsqu'elle dépend uniquement du **hasard**. Une expérience aléatoire peut être réalisée **autant de fois que l'on veut**, dans les mêmes conditions. On réalise trois **expériences aléatoires** :

On lance une pièce de monnaie équilibrée et on regarde sa face supérieure.	On lance un dé à 6 faces équilibré et on regarde le nombre de points inscrits sur sa face supérieure.	On fait tourner une roue de loterie équilibrée, on attend qu'elle se stabilise et on regarde la couleur désignée par la flèche.
		

<u>Définition :</u> chaque **« résultat possible »** d'une **expérience aléatoire** est appelée une **« issue »** de l'expérience.

<u>La pièce de monnaie</u>

- Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

<u>Le dé à six faces</u>

- Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

<u>La roue de loterie</u>

- Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

<u>Définition :</u> un **événement** est une condition qui peut être ou ne pas être réalisée lors d'une expérience aléatoire. Un événement peut être réalisé par **une ou plusieurs issues** de cette expérience. Un événement réalisé par **une seule issue** est un **événement élémentaire**.

<u>La pièce de monnaie</u>

- Citer deux événements élémentaires associés à cette expérience aléatoire.

<u>Le dé à six faces</u>

- Citer six événements élémentaires associés à cette expérience aléatoire.
- Citer deux événements non élémentaires associés à cette expérience aléatoire.

<u>La roue de loterie</u>

- Citer trois événements élémentaires associés à cette expérience aléatoire.
- Citer un événements non élémentaire associés à cette expérience aléatoire.

<u>Définition :</u> lorsqu'on effectue **un très grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée **probabilité**.

<u>Propriétés :</u> une probabilité est un nombre **compris entre 0 et 1**. Un événement dont la probabilité est **nulle** est un **événement impossible**. Un événement dont la probabilité est **égale à 1** est un **événement certain**. La **somme** des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

<u>Notation :</u> soit A un événement, on note $\boxed{p(A)}$ la probabilité que l'événement A se réalise.

La pièce de monnaie	Le dé à six faces	La roue de loterie
• P = « Pile », F = « Face ». Calculer $p(F)$ puis $p(P)$. • Que peut-on dire de la somme $p(F)+p(P)$	• D = « obtenir un multiple de deux », T = « obtenir un multiple de trois ». Calculer $p(D)$ puis $p(T)$. Que peut-on dire de la somme $p(D)+p(T)$	• V = « Vert », P = « obtenir une couleur primaire ». Calculer $p(V)$ puis $p(P)$. Que peut-on dire de la somme $p(V)+p(P)$

Définition : lorsque tous les **événements élémentaires** d'une expérience aléatoire ont la **même probabilité** d'être réalisés, on dit qu'il s'agit d'une **situation d'équiprobabilité**. Dans une situation d'équiprobabilité, tous les événements élémentaires ont la même probabilité.

La pièce de monnaie	Le dé à six faces	La roue de loterie
• S'agit-il d'une situation d'équiprobabilité ? Justifier.	• S'agit-il d'une situation d'équiprobabilité ? Justifier.	• S'agit-il d'une situation d'équiprobabilité ? Justifier.

Propriété : soit n le nombre d'issues d'une expérience aléatoire. Dans une situation d'équiprobabilité la probabilité d'un **événement élémentaire** est $\boxed{\frac{1}{n}}$. La probabilité d'un **événement non élémentaire** est donnée par $\boxed{\frac{\text{Cas favorables}}{\text{Cas possibles}}}$.

Application directe

1. On lance un dé équilibré à six faces et on regarde le nombre inscrit sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ? Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?

2. On lance un dé équilibré à six faces sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « ORANGE » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?

3. On lance un dé équilibré à six faces sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « CITRON » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ? Une consonne ?

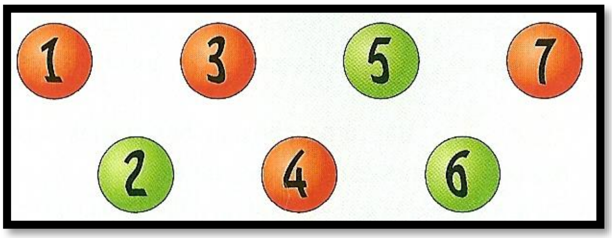
4. On lance un dé équilibré à six faces sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « ANANAS » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre A ? Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre N ? Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre S ?

5. On lance un dé équilibré à huit faces (octaèdre) sur lesquelles sont inscrites les lettres du mot « CHOCOLAT » et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre O ? Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ? Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?

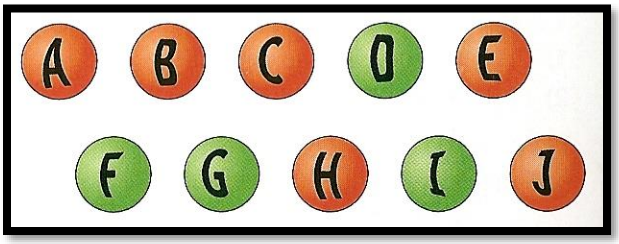
6. Un jeu de 32 cartes est constitué de 4 familles : « Cœur », « Carreau », « Pique » et « Trèfle », et chaque famille est constitué de 8 cartes : « As », « Roi », « Dame », « Valet », « Dix », « Neuf », « Huit » et « Sept ». On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir un Trèfle ? Quelle est la probabilité d'obtenir un Roi ? Quelle est la probabilité d'obtenir un Roi de Trèfle ?

   En notant R l'événement « obtenir un roi », T l'événement « obtenir un trèfle », $R \cap T$ l'événement « obtenir un roi de trèfle » (intersection), $R \cup T$ l'événement « obtenir un roi ou un trèfle » (réunion), écrire une relation entre $p(R)$, $p(T)$, $p(R \cap T)$ et $p(R \cup T)$.

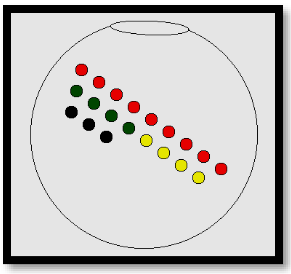
7. On considère une urne contenant les boules bicolores proposées ci-contre. On tire une boule au hasard et on regarde le nombre et la couleur. A-t-on plus de chance d'obtenir un impair rouge ou d'obtenir un pair vert ? Justifier la réponse.



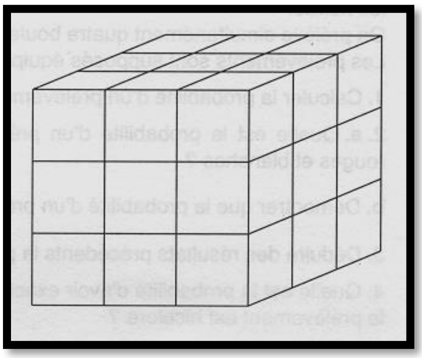
8. On considère une urne contenant les boules bicolores proposées ci-contre. On tire une boule au hasard puis on regarde la lettre et la couleur. A-t-on plus de chance d'obtenir une consonne rouge ou d'obtenir une consonne verte ?



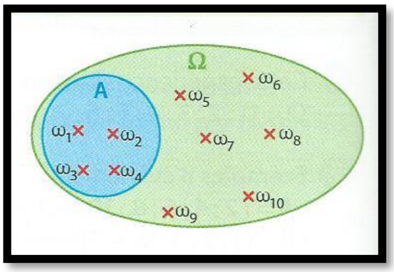
9. Un sac contient 20 jetons unicolores : 9 jetons rouges, 4 jetons verts, 4 jetons jaunes et 3 jetons noirs. Une personne prend au hasard un jeton en plongeant sa main dans le sac. Quelle est la probabilité de tirer un jeton de couleur rouge ? Quelle et la probabilité de jeter un jeton de couleur verte ? Quelle est la probabilité de tirer un jeton de couleur jaune ? Quelle est la probabilité de tirer un jeton de couleur noire ? Quels commentaires peut-on faire sur les quatre probabilités ainsi obtenues ? Soyez précis et complet dans votre réponse.



10. On dispose d'un cube en bois de 3 cm d'arête dont on peint la surface extérieure en bleu. On le découpe, parallèlement aux faces, en 27 cubes de 1 cm d'arête. On place les 27 petits cubes dans un sac et on tire au hasard l'un des petits cubes en plongeant la main dans ce sac. Quelle est la probabilité de tirer un petit cube dont aucune des faces n'a été peinte ? Quelle est la probabilité de tirer un petit cube du sac dont une seule face a été peinte ? Quelle est la probabilité de tirer un petit cube du sac dont deux faces ont été peintes ? Quelle est la probabilité de tirer un petit cube du sac dont trois faces ont été peintes ?

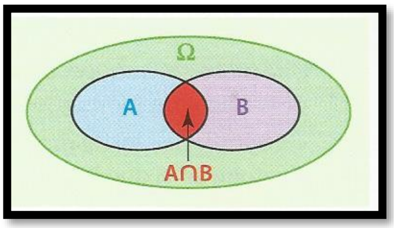


Evénement, probabilité, contraire, intersection, réunion



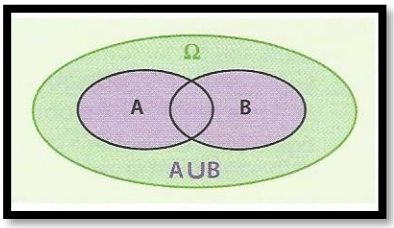
La probabilité d'un événement est la **somme des probabilités** des issues qui le composent.

Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité de l'événement A est égale à : $p(A)=\dfrac{\text{nombre d'issues de A}}{\text{nombre d'issues de }\Omega}$.



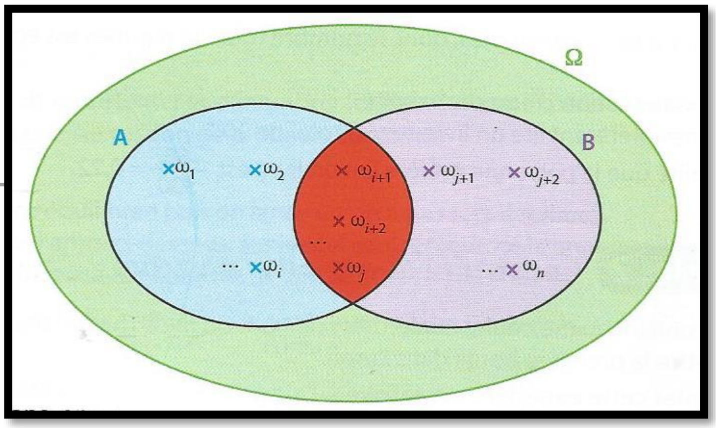
Pour tout événement A, l'événement **contraire** de l'événement A est noté $\overline{A}$ et sa probabilité se calcule à l'aide de la formule suivante : $p(\overline{A})=1-p(A)$.

On appelle $A\cap B$ (on dit « A inter B » et on parle de **« l'intersection »** des deux événements) l'événement constitué des issues qui sont **à la fois** dans A et dans B.



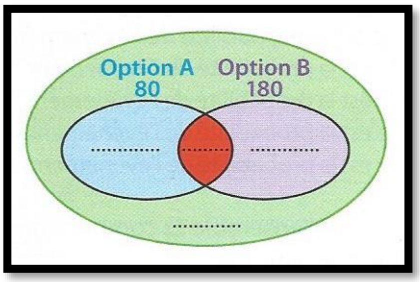
On appelle $A\cup B$ (on dit « A union B » et on parle de la **« réunion »** des deux événements) l'événement constitué des issues qui sont dans A **ou** dans B (c'est-à-dire **dans A, dans B ou dans les deux**).

Lorsqu'on parle de deux événements A et B, de leur intersection et de leur réunion, on a la propriété suivante : $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$



Application directe

Un lycée propose deux options facultatives à ses 300 élèves de seconde : l'option A et l'option B.

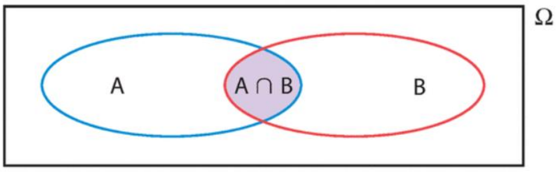


Chaque élève peut prendre une option, deux options ou ne pas en prendre. 80 élèves ont choisi l'option A, 180 ont choisi l'option B et 20 ont choisi les deux options. Recopier et compléter le diagramme. On choisit au hasard un élève de seconde. Quelle est la probabilité pour que cet élève n'ait choisi que l'option A ? Quelle est la probabilité pour que cet élève n'ait choisi que l'option B ? Quelle est la probabilité pour que cet élève n'ait pas choisi d'option ?

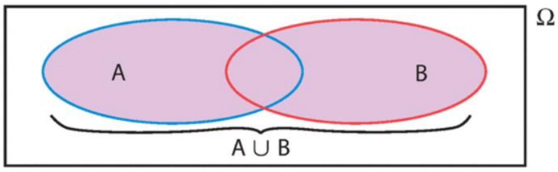
A la gare, sur deux guichets A et B, l'un au moins est toujours ouvert. On considère les événements A = « le guichet A est ouvert », B = « le guichet B est ouvert ». Une étude statistique a montré que $p(A)=0,73$ et que $p(B)=0,54$. Un client arrive à la gare. Quelle est la probabilité qu'il trouve les deux guichets ouverts ?

Réunion, intersection et diagramme de Venn

Ce type de diagramme permettent de représenter la réunion et l'intersection de deux événements.



Intersection



Réunion

Ce type de diagramme peut, dans certaines situations, être utile pour comprendre certains événements. Ce diagramme illustre la formule suivante $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$.

Application directe

Avec un jeu de cartes

On pioche une carte dans un jeu de 32 cartes.

- On note A l'événement « j'ai tiré un roi ».
- On note B l'événement « j'ai tiré un trèfle ».

Calculer $p(A)$. Calculer $p(B)$. Calculer $p(A\cap B)$.
Calculer $p(A\cup B)$. Calculer $p(\overline{A})$. Calculer $p(\overline{B})$.

Proposer à l'aide d'une phrase chacun des six événements suivants :

a) $A\cap\overline{B}$ **b)** $A\cup\overline{B}$ **c)** $\overline{A\cap B}$
d) $\overline{A\cup B}$ **e)** $\overline{A}\cap\overline{B}$ **f)** $\overline{A}\cup\overline{B}$

Piste de ski

On note O l'événement « la piste de ski est ouverte ». On note V l'événement « la piste de ski est verglacée ». Ecrire une phrase décrivant l'événement $O\cup V$ puis décrivant l'événement $\overline{O}\cap\overline{V}$.

Maladies

Deux épidémies sévissent simultanément dans une même population. On note G l'événement « la personne a la Gastroentérite ». On note R l'événement « la personne a un Rhume ». Ecrire à l'aide des lettres G et R les événements suivants : « La personne a la gastroentérite et le rhume », « La personne a la gastroentérite mais pas le rhume », « La personne a au moins une de ces deux maladies », « La personne n'a aucune de ces deux maladies ».

La probabilité qu'une personne ait la Gastroentérite est 0,76. La probabilité qu'une personne ait un Rhume est 0,59. La probabilité qu'il ait les deux maladies simultanément est 0,47. Quelle est dans cette situation la probabilité qu'il ait au moins une de ces deux maladies ?

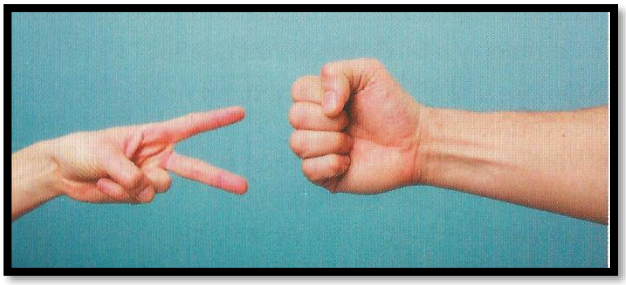
Dénombrement, tableau à double entrée, arbre des probabilités

Un **tableau à double entrée** permet d'organiser et de dénombrer (c'est-à-dire compter) les issues d'une expérience aléatoire, en particulier **lorsqu'on étudie simultanément deux caractères** différents d'une même population.

Un **arbre des probabilités** permet de représenter et de dénombrer (c'est-à-dire compter) les issues d'une expérience aléatoire, en particulier lorsqu'on a la **succession de plusieurs épreuves** au cours d'une même expérience aléatoire.

Application directe

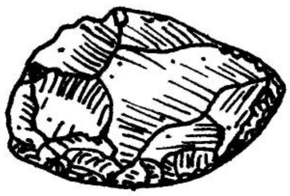
Pierre, feuille et ciseaux

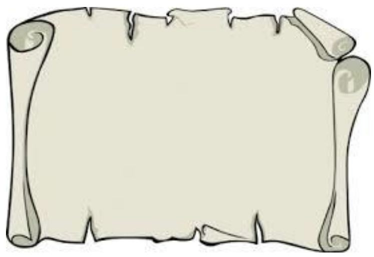


Dans le jeu « Pierre, feuille et ciseaux » deux joueurs choisissent simultanément l'un des trois « coups » suivants : « Pierre » en fermant la main, « Feuille » en tendant la main et « Ciseaux » en écartant deux doigts. La règle du jeu est la suivante :

- La Pierre bat les ciseaux en les cassant,
- Les ciseaux battent la feuille en la coupant,
- La feuille bat la pierre en la recouvrant,
- Il y a « égalité » si les deux joueurs choisissent le même « coup ».

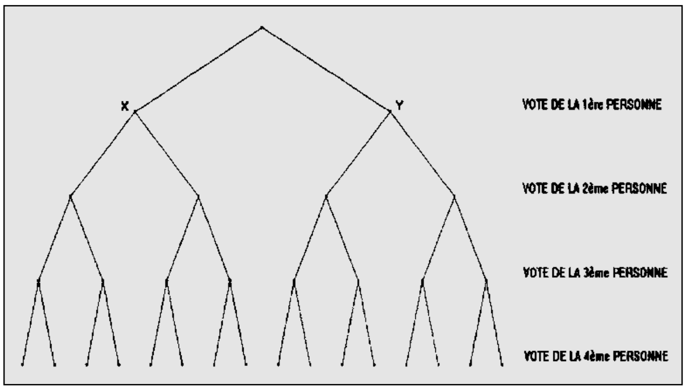
Quelle est la probabilité de « Gagner », quelle est la probabilité de « Perdre », quelle est la probabilité d'obtenir « égalité » ? Justifier les réponses en faisant apparaître une explication basée sur un arbre (puis une basée sur un tableau à double entrée) présentant toutes les issues possibles.





Lors d'une élection

Quatre personnes votent pour élire un candidat parmi deux : Xavier ou Yves. Un candidat ne sera élu au premier tour que s'il obtient la majorité absolue c'est à dire : « au moins trois voix ». Chacun des votants doit voter pour un seul des deux candidats. Après avoir recopié et complété l'arbre des probabilités proposé ci-contre, calculer la probabilité pour que le candidat Xavier soit élu au premier tour.



Somme de deux dés

On lance deux dés équilibrés à six faces et on calcule la **somme** de leurs faces supérieures. Compléter le tableau à double entrée proposé ci-contre.

1. Est-il plus probable d'obtenir comme résultat le nombre deux ou le nombre douze ?
2. Quel résultat a-t-on le plus de chance d'obtenir ?

dé vert ; dé bleu

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3	4					
4						
5						
6						

Produit de deux dés

On lance deux dés équilibrés à six faces et on calcule le **produit** de leurs faces supérieures. Compléter le tableau à double entrée proposé ci-contre.

Produit	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5			15			
6						

1. Est-il plus probable d'obtenir un nombre pair ou un nombre impair ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de trois ? Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de cinq ? Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de sept ?

Tableau à double entrée

Une classe de seconde est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres demi-pensionnaires, certains sont des garçons les autres sont des filles. Le tableau ci-contre donne la composition de la classe.

	Garçons	**Filles**	**Total**
Externes		3	
DP	9	11	
Total			25

1. Compléter ci-dessus les cases vides du tableau.
2. On choisit au hasard un élève dans cette classe et on note G l'événement « l'élève est un garçon et E l'événement « l'élève est externe ». Déterminer les probabilités suivantes :

$p(G)$ $\quad$ $p(E)$ $\quad$ $p(G \cap E)$ $\quad$ $p(G \cup E)$

$p\left(\overline{G \cap E}\right)$ $\quad$ $p\left(\overline{G \cup E}\right)$ $\quad$ $p\left(\overline{G} \cap \overline{E}\right)$ $\quad$ $p\left(\overline{G} \cup \overline{E}\right)$

3. Dans cette classe sur les deux garçons externes Alexandre et Benoit, l'un des deux est toujours présent en classe. Une étude statistique faite par la vie scolaire indique cependant que la probabilité que Alexandre soit présent en cours est de 95% tandis que la probabilité que Benoit soit présent en cours est de 75%. Quelle est la probabilité qu'Alexandre et Benoit soient présents simultanément en cours ? Justifier la réponse.

Loi de probabilité

Donner une **loi de probabilité** associée à une expérience aléatoire c'est en donner **toutes les issues** et **attribuer une probabilité** (comprise entre 0 et 1) à chacune d'elles de sorte que sorte que la **somme des probabilités soit égale à 1**. On peut représenter les résultats dans un tableau.

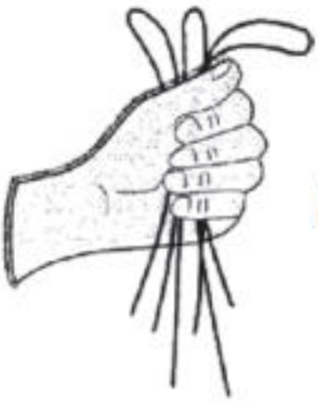
Par exemple, si une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, 4 noires, 3 rouges, 2 bleues, 1 jaune, que l'on tire une boule de l'urne et que l'on regarde sa couleur, on associe à cette expérience la loi de probabilité suivante :

Issue	Noir	Rouge	Bleu	Jaune
Probabilité	$\frac{4}{10}=0,4$	$\frac{3}{10}=0,3$	$\frac{2}{10}=0,2$	$\frac{1}{10}=0,1$

Un premier exemple

Dans certaines régions rurales de Russie, on prévoyait les mariages de la manière suivante : une jeune fille tenait dans sa main 3 longs brins d'herbe repliés en deux, dont les six extrémités dépassaient sous sa main. Une autre jeune fille nouait au hasard les extrémités deux par deux.

Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire en vous intéressant aux différentes issues possibles correspondant au nombre de boucles ainsi formées.



Dessin 1

Dessin 2

Résultats possibles	*Liens*	*Schémas des boucles otenues*
{12} {34} {56}		
{12} {35} {46}		
{12} {36} {45}		
{13} {24} {56}		
{13} {25} {46}		
{13} {26} {45}		
{14} {23} {56}		
{14} {25} {36}		
{14} {26} {35}		
{15} {23} {46}		
{15} {24} {36}		
{15} {26} {34}		
{16} {23} {45}		
{16} {24} {35}		
{16} {25} {34}		

Un deuxième exemple

En minutant le fonctionnement d'un feu tricolore, on a établi la loi de probabilité proposée ci-dessous. Quelle est la probabilité qu'on doive s'arrêter lorsqu'on arrive à ce feu ? Quelle est la probabilité qu'on puisse passer ?

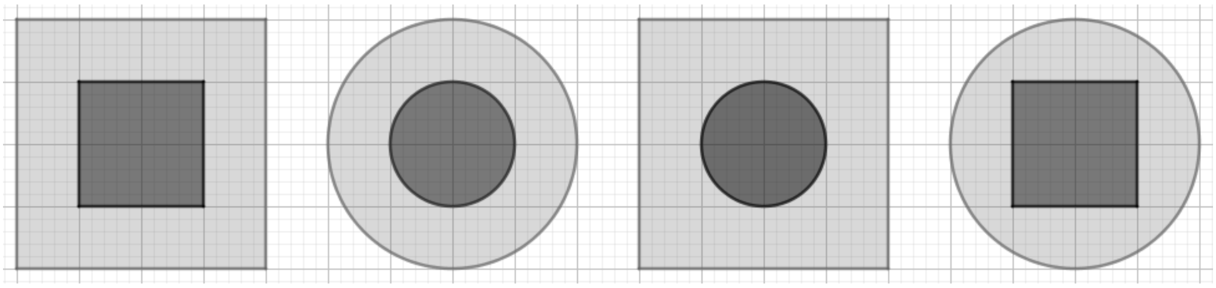
Couleur	Vert	Orange fixe	Rouge	Orange clignotant
Probabilité	0,55	0,05	0,395	0,005

Un troisième exemple

On s'intéresse aux quatre cibles proposées ci-dessous :

- la première présente un carré noir de deux centimètres de côté positionné au centre d'un carré gris de quatre centimètres de côté,
- la deuxième présente un disque noir de deux centimètres de diamètre positionné au centre d'un disque gris de quatre centimètres de diamètre,
- la troisième présente un disque noir de deux centimètres de diamètre positionné à l'intérieur d'un carré gris de quatre centimètres de côté,
- la quatrième présente un carré noir de deux centimètres de côté positionné au centre d'un disque gris de quatre centimètres de rayon.

On lance une fléchette au hasard et on s'intéresse à la couleur de la zone dans laquelle cette fléchette atterrit : on gagne lorsque la fléchette tombe dans le noir.



Cible 1 *Cible 2* *Cible 3* *Cible 4*

1. Déterminer la loi de probabilité pour la cible 1 puis la loi de probabilité pour la cible 2. Les probabilités des lois seront exprimées sous la forme de fractions irréductibles.

2. Est-il préférable de jouer avec la cible 1 ou avec la cible 2 ? Justifier la réponse.

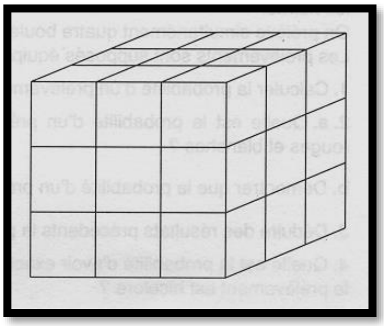
3. Déterminer la loi de probabilité pour la cible 3, puis la loi de probabilité pour la cible 4. Les probabilités des lois seront exprimées sous la forme pourcentages arrondis à l'unité.

4. Est-il préférable de jouer avec la cible 3 ou avec la cible 4 ? Justifier la réponse.

5. Classer les quatre cibles de la plus simple à jouer (probabilité de gagner la plus forte) à la plus difficile à jouer (probabilité de gagner la plus faible). Il n'est pas demandé de justifier.

Des exercices d'application directe

Situation 1



On dispose d'un cube en bois de 3 cm d'arête dont on peint la surface extérieure en bleu. On le découpe, parallèlement aux faces, en 27 petits cubes de 1 cm d'arête. On place les 27 petits cubes dans un sac, on tire au hasard l'un des petits cubes en plongeant la main dans ce sac et on regarde le nombre de faces peintes en bleu de ce petit cube. Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Situation 2

On considère le jeu suivant : on lance deux dés et la somme des points obtenus sur chaque face correspond à la somme d'argent que l'on gagne. Déterminer la loi de probabilité de ce jeu.

Situation 3

On considère le jeu suivant : on lance trois fois une pièce de monnaie bien équilibrée et on gagne un euro à chaque fois que l'on obtient Pile. Déterminer la loi de probabilité de ce jeu.

Situation 4

Un couple envisage d'avoir trois enfants. Déterminer la loi de probabilité correspondant au nombre de filles qu'ils peuvent obtenir. On partira du principe que, à chaque naissance, la probabilité d'avoir une fille pour ce couple est la même que la probabilité d'avoir un garçon.

Situation 5

On considère la situation suivante : un QCM (questions à choix multiples) compte cinq questions et pour chaque question deux réponses sont proposées : une juste et une fausse. Une réponse juste apporte un point tandis qu'une réponse fausse ne rapporte aucun point. Déterminer la loi de probabilité du nombre de points obtenus à ce QCM lorsqu'on y répond au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir au moins la moyenne en répondant ainsi à ce QCM ?

Situation 6

On considère la situation suivante : un QCM (questions à choix multiples) compte trois questions et pour chaque question trois réponses sont proposées : une juste et deux fausses. Une réponse juste apporte un point tandis qu'une réponse fausse ne rapporte aucun point. Déterminer la loi de probabilité du nombre de points obtenus à ce QCM lorsqu'on y répond au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir au moins la moyenne en répondant ainsi à ce QCM ?

Situation 11

On considère la situation suivante : un QCM (questions à choix multiples) compte deux questions et pour chaque question cinq réponses sont proposées : une juste et quatre fausses. Une réponse juste apporte un point tandis qu'une réponse fausse ne rapporte aucun point. Déterminer la loi de probabilité du nombre de points obtenus à ce QCM lorsqu'on y répond au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir au moins la moyenne en répondant ainsi à ce QCM ?

Fluctuation d'échantillonnage

Deux échantillons **de même taille** associés à une même expérience aléatoire **ne sont à priori pas identiques** : ce phénomène s'appelle **la fluctuation d'échantillonnage**. Par exemple, si on lance dix fois un dé à 6 faces puis que l'on recommence, les résultats des dix premiers lancers ne seront pas identiques aux dix suivants.

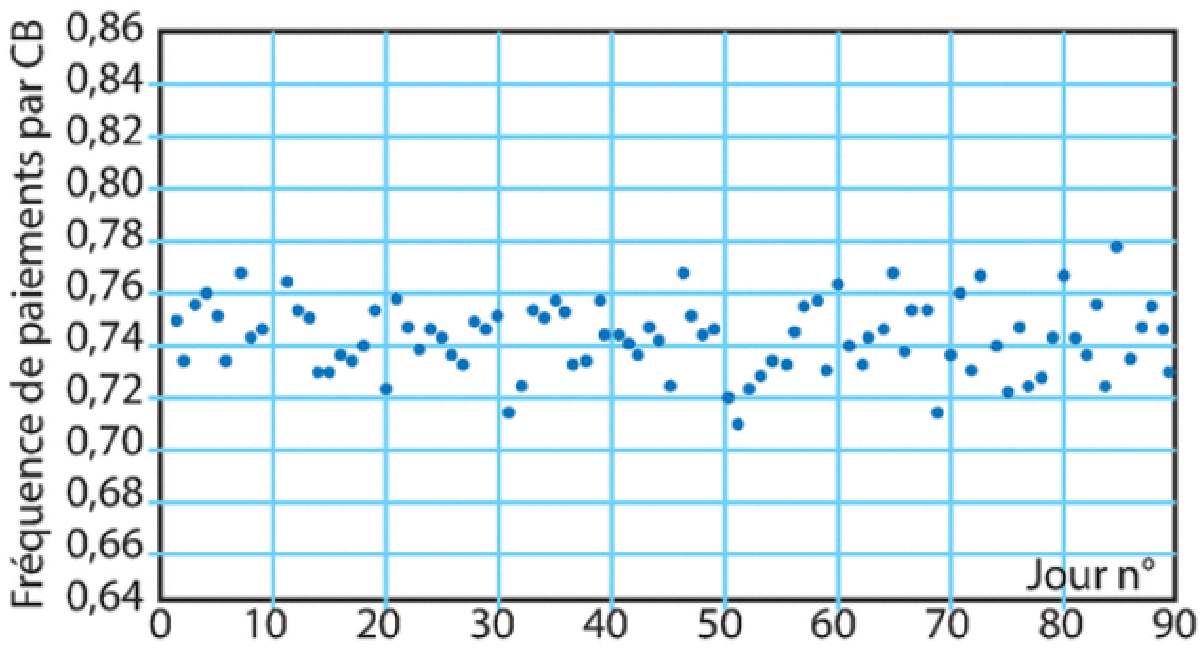
On considère un échantillon de taille n associé à une expérience aléatoire dont l'une des issues (ou l'un des événements) a pour probabilité p. Lorsque n (taille de l'échantillon) est grand, **la fréquence observée** f de cette issue (ou de cet événement) dans l'échantillon **est proche de sa probabilité d'apparition** (en général l'écart entre f et p est inférieur à $\frac{1}{\sqrt{n}}$).

Ainsi lorsque n (taille de l'échantillon) est grand, si on ne connait pas la valeur de **la probabilité** p, on peut considérer que **la fréquence** f en constitue une **estimation**.

Exercices d'application directe

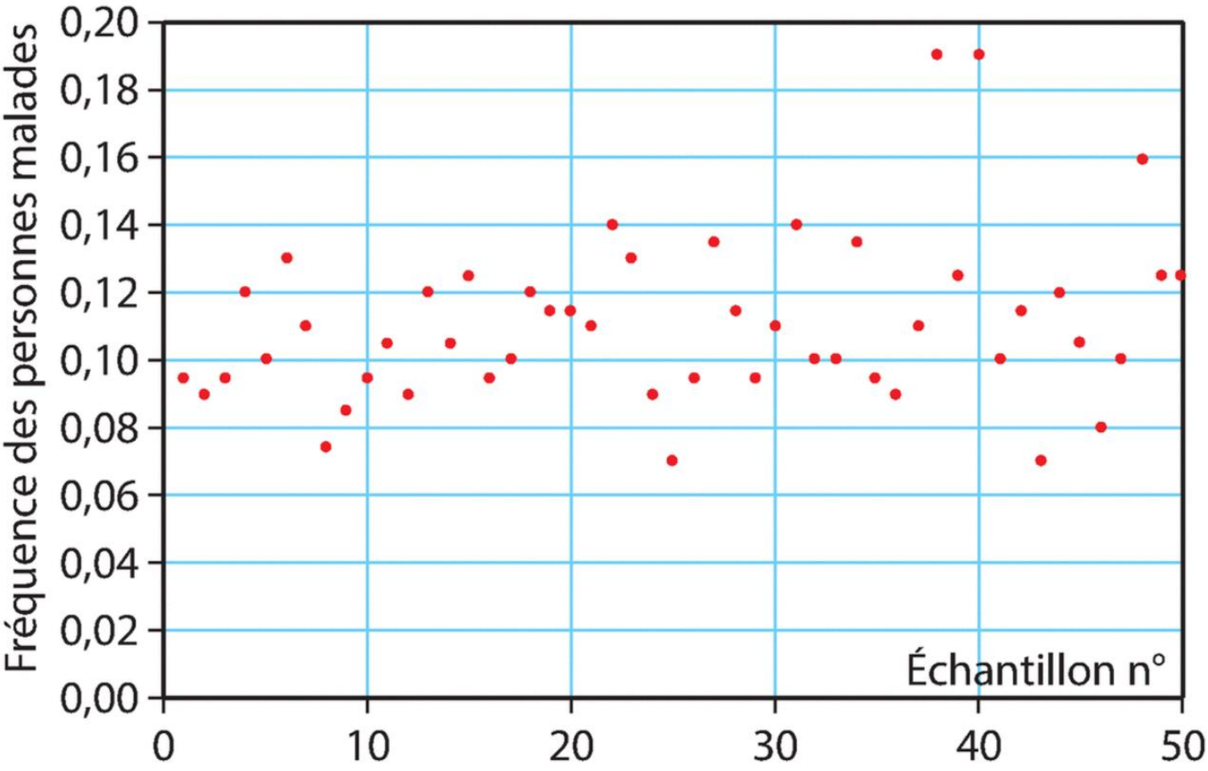
Situation 1

Un supermarché souhaite estimer la proportion de ses clients qui payent par carte bancaire. Pour cela pendant 90 jours, on relève la fréquence de clients payant par carte bancaire sur les 1000 premiers clients de la journée. On a donc 90 échantillons de taille 1000. Les résultats sont donnés par le graphique proposé ci-dessous. Dans l'échantillon n°20, combien de clients ont payé avec la carte bancaire ? Dans l'échantillon n°80, combien de clients ont payé avec la carte bancaire ? Estimer la proportion de clients payant par carte bancaire dans ce supermarché.



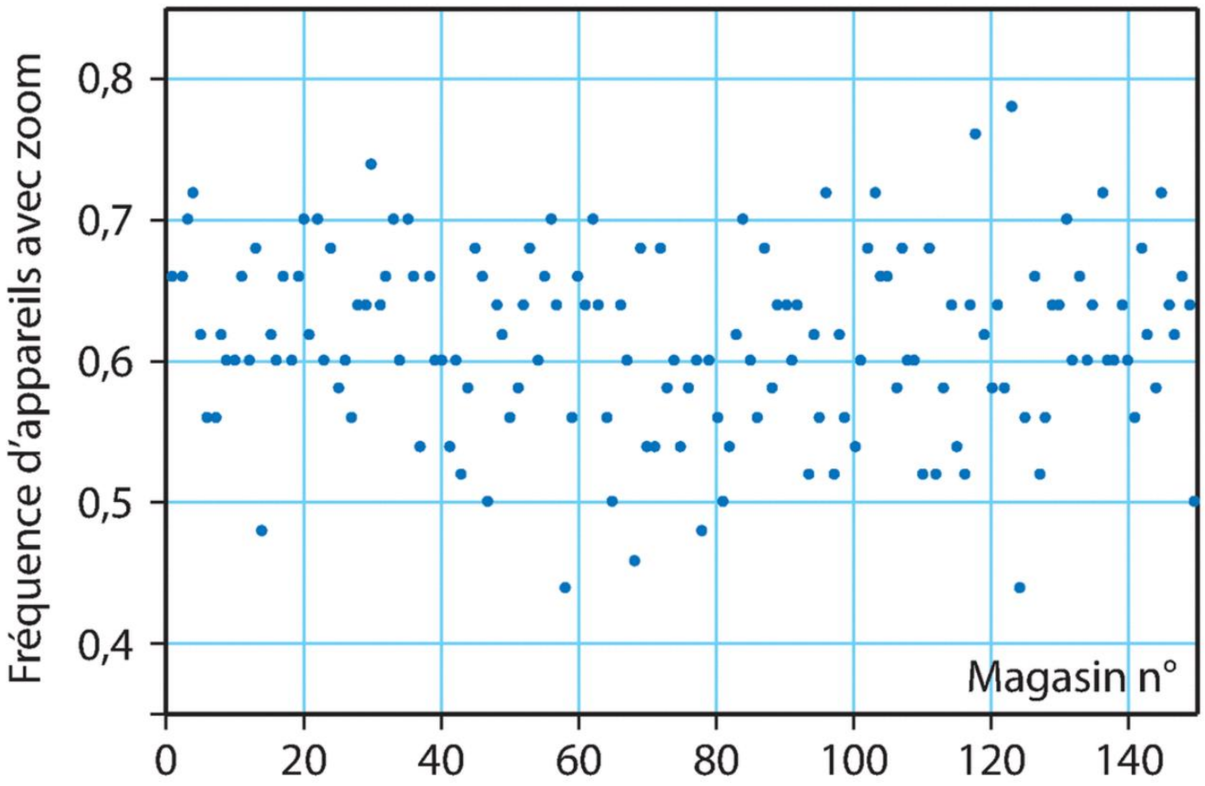
Situation 2

Une population est touchée par une épidémie. On teste 50 échantillons de 200 personnes et on relève la fréquence de malades dans chaque échantillon. Combien y avait-t-il de malades dans l'échantillon n°25, dans l'échantillon n°40 ? Estimer la proportion de malades dans la population.



Situation 3

Une chaine de 150 magasins de photographie demande à chaque magasin de lui faire remonter la fréquence d'appareils avec zoom sur les échantillons des 100 derniers appareils vendus. Le graphique regroupant toutes les fréquences obtenues est donné ci-dessous. Estimer la proportion d'acheteurs de ce type d'appareil dans la clientèle de cette chaine de magasin.



Exercice 1

On lance simultanément un dé tétraédrique (issues possibles : 1, 2, 3 ou 4) et un dé cubique (issues possibles : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6).

Le résultat de cette expérience aléatoire est un nombre dont le chiffre des dizaines est celui donné par le dé tétraédrique et dont le chiffre des unités est donné par le dé cubique.

Par exemple, sur la photo ci-dessus, le résultat obtenu est 46, 4 dizaines et 6 unités.

1. Modéliser l'univers de cette expérience aléatoire par un tableau à double entrée.
   Est-il plus probable d'obtenir un nombre pair ou un nombre impair ? Justifier.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre premier ? Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de trois ? Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de cinq ? Justifier.

On reprend la situation précédente dans laquelle on lançait simultanément un dé tétraédrique et un dé cubique. On modifie cependant le résultat qui est désormais le produit des deux chiffres obtenus. Par exemple, sur la photo ci-dessus, le résultat obtenu est 24, le produit de 4 et 6.

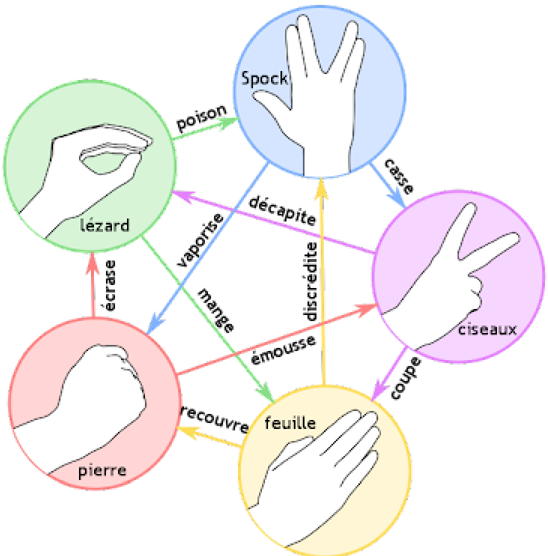
3. Modéliser l'univers de cette expérience aléatoire par un tableau à double entrée.
   Est-il plus probable d'obtenir un nombre pair ou un nombre impair ? Justifier

4. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre premier ? Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de trois ? Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de cinq ? Justifier.

Exercice 2

Une variante du jeu « Pierre, Feuille, Ciseaux » a été créée et révélée par la série américaine « The Big Bang Theory » et a obtenu une grande popularité parmi les amateurs de séries américaines qui jouent désormais au jeu « Pierre, Feuille, Ciseaux, Lézard, Spock ». Les règles sont les suivantes :

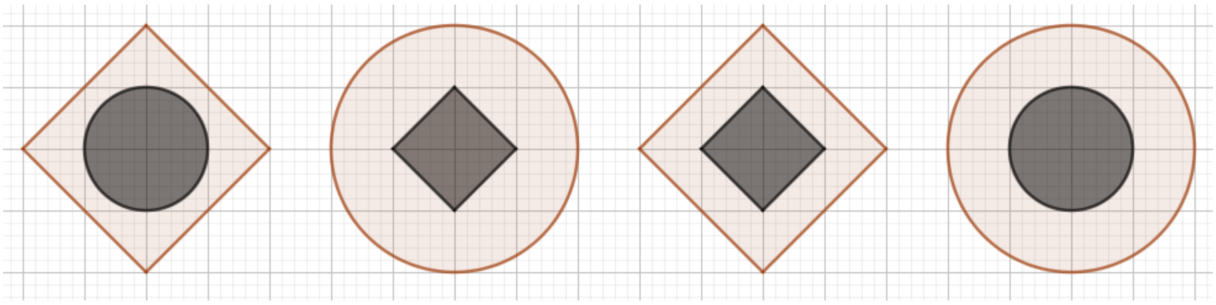
- Les ciseaux coupent la feuille,
- La feuille recouvre la pierre,
- La pierre écrase le lézard,
- Le lézard empoisonne Spock,
- Spock casse les ciseaux,
- Les ciseaux décapitent le lézard,
- Le lézard mange la feuille,
- Le papier discrédite Spock,
- Spock vaporise la pierre,
- La pierre émousse les ciseaux.



Après avoir représenté l'univers de toutes les issues possibles dans un tableau à double entrée, déterminer la probabilité de gagner, la probabilité de perdre et la probabilité de faire égalité en jouant à ce « nouveau » jeu.

Exercice 3

On s'intéresse aux quatre cibles proposées ci-dessous : un cercle dans un carré (cible 1), un carré dans un cercle (cible 2), un carré dans un carré (cible 3) et un cercle dans un cercle (cible 4). On prendre pour unité le quadrillage orthonormé dans lequel sont positionnés cercles et carrés. On lance une fléchette au hasard dans chaque cible et on s'intéresse à la couleur de la zone dans laquelle cette fléchette atterrit : on gagne lorsque la fléchette tombe dans le noir, on perd sinon.



Cible 1 *Cible 2* *Cible 3* *Cible 4*

6. Déterminer la loi de probabilité pour la cible 1 puis la loi de probabilité pour la cible 2. Les probabilités seront ici exprimées sous la forme pourcentages arrondis à l'unité. Est-il préférable de jouer avec la cible 1 ou avec la cible 2 ? Justifier la réponse.

7. Déterminer la loi de probabilité pour la cible 3, puis la loi de probabilité pour la cible 4. Les probabilités seront ici exprimées sous la forme de fractions irréductibles. Est-il préférable de jouer avec la cible 1 ou avec la cible 2 ? Justifier la réponse.

8. Classer les quatre cibles de la plus simple à jouer (probabilité de gagner la plus forte) à la plus difficile à jouer (probabilité de gagner la plus faible). Il n'est pas demandé de justifier.

Exercice 4

Digicode 1

Digicode 2

Digicode 3

1. Les digicodes 1 et 2 permettent de sécuriser l'entrée d'un garage à l'aide d'un code constitué d'un chiffre et d'un symbole ou d'une lettre. Lequel est le plus sûr ? Argumenter votre réponse en déterminant la probabilité de rentrer dans ce garage en tapant un code du type attendu (un chiffre et une lettre) au hasard sur chacun de ces deux digicodes.

2. Avec le digicode 3 on accède au garage en tapant un code constitué d'un chiffre, d'une lettre et d'un symbole. Est-il plus sûr que le premier ? Combien de fois plus sur ? Argumenter votre réponse en déterminant la probabilité de trouver le bon code.

Exercice 5

Partie A

On propose ci-contre l'analyse fréquentielle d'apparition des 26 lettres de l'alphabet français dans un texte écrit en langue française. On choisit au hasard une lettre dans un texte écrit en français et on considère le tableau ci-contre comme étant la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Lettre	Fréquence	Lettre	Fréquence
A	8.15 %	N	7.12 %
B	0.97%	O	5.28 %
C	3.15 %	P	2.80 %
D	3.73 %	Q	1.21 %
E	17.39 %	R	6.64 %
F	1.12 %	S	8.14 %
G	0.97 %	T	7.22 %
H	0.85 %	U	6.38 %
I	7.31 %	V	1.64 %
J	0.45 %	W	0.03 %
K	0.02 %	X	0.41 %
L	5.69 %	Y	0.28 %
M	2.87 %	Z	0.15 %

1. Quelle est la lettre qui a le plus de chance d'être choisie ? Quelle est la lettre qui a le moins de chance d'être choisie ?
2. Quelle est la probabilité de choisir une voyelle ? La probabilité de choisir une consonne ?

Partie B – *Dans cette partie les réponses seront justifiées par la construction de deux arbres.*

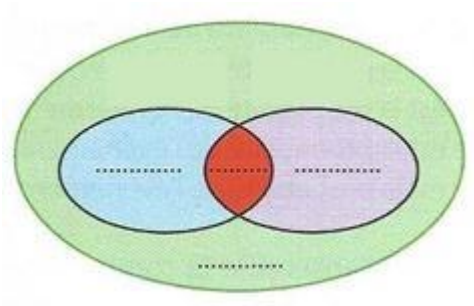
Dresser les lois de probabilité du « nombre de bonnes réponses » obtenues en remplissant un questionnaire à choix multiples (QCM) au hasard dans chacune des deux situations suivantes :

3. Trois questions posées, deux réponses proposées, une juste et une fausse,

4. Deux questions posées, trois réponses proposées, une juste et deux fausses.

Partie C

Dans un collège de 160 élèves, deux tournois sont organisés : un tournoi de football et un tournoi de basketball. Les élèves peuvent s'inscrire à l'un, à l'autre, aux deux ou à aucun des deux tournois. A la fin de la période d'inscription on compte 90 élèves inscrits pour le football, 50 inscrits pour le basketball et 40 élèves non-inscrits. On choisit un élève au hasard dans ce collège et on note F « l'élève est inscrit au tournoi de foot » et B « l'élève est inscrit au tournoi de basket ».



5. Recopier et compléter le diagramme de Venn proposé ci-dessus.

6. Que signifie $F \cap \overline{B}$? Calculer $p\left(F \cap \overline{B}\right)$. Que dignifie $\overline{F} \cap B$? Calculer $p\left(\overline{F} \cap B\right)$.

7. Que signifie $F \cap B$? Calculer $p(F \cap B)$. Que signifie $\overline{F \cup B}$? Calculer $p\left(\overline{F \cup B}\right)$.

Partie D

8. Le jour de la Saint Valentin, je sais que « au moins un(e) de mes deux ami(e)s » m'offrira une rose. La probabilité que que mon ami(e) A m'offre une rose est de 0,75. La probabilité que mon ami(e) B m'offre une rose est de 0,95. Dans cette situation, quelle est la probabilité que demain je reçoive deux roses, l'une venant de A, l'autre venant de B ?