Définitions, premières propriétés et notation

Définition : une expérience est **aléatoire** lorsqu'elle dépend uniquement du **hasard**. Une expérience aléatoire peut être réalisée **autant de fois que l'on veut**, dans les mêmes conditions.

Définition : chaque **« résultat possible »** d'une **expérience aléatoire** est appelée une **« issue »** de l'expérience.

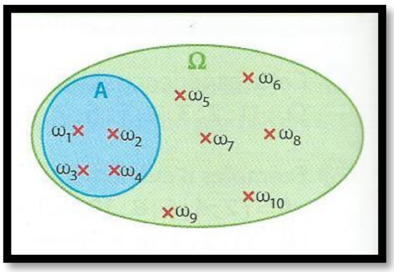
Définition : un **événement** est une condition qui peut être ou ne pas être réalisée lors d'une expérience aléatoire. Un événement peut être réalisé par **une ou plusieurs issues** de cette expérience. Un événement réalisé par **une seule issue** est un **événement élémentaire**.

Définition : lorsqu'on effectue **un très grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée **probabilité**.

Propriétés : une probabilité est un nombre **compris entre 0 et 1**. Un événement dont la probabilité est **nulle** est un **événement impossible**. Un événement dont la probabilité est **égale à 1** est un **événement certain**. La **somme** des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

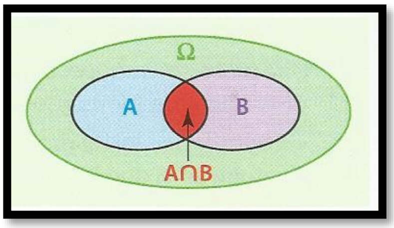
Notation : soit A un événement, on note $\boxed{p(A)}$ la probabilité que l'événement A se réalise.

Evénement, probabilité, contraire, intersection, réunion



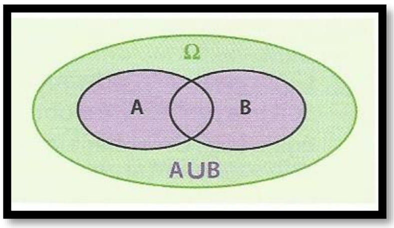
La probabilité d'un événement est la **somme des probabilités** des issues qui le composent.

Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité de l'événement A est égale à : $p(A) = \dfrac{\text{nombre d'issues de A}}{\text{nombre d'issues de }\Omega}$.



Pour tout événement A, l'événement **contraire** de l'événement A est noté $\overline{A}$ et sa probabilité se calcule à l'aide de la formule suivante : $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.

On appelle $A \cap B$ (on dit « A inter B » et on parle de **« l'intersection »** des deux événements) l'événement constitué des issues qui sont **à la fois** dans A et dans B.

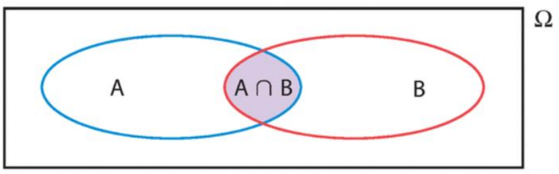


On appelle $A \cup B$ (on dit « A union B » et on parle de la **« réunion »** des deux événements) l'événement constitué des issues qui sont dans A **ou** dans B (c'est-à-dire **dans A, dans B ou dans les deux**).

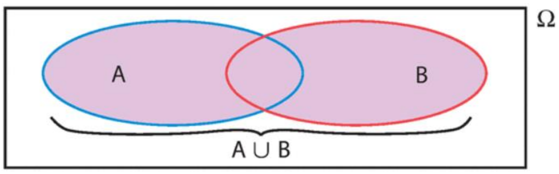
Lorsqu'on parle de **deux événements** A et B, de leur **intersection** et de leur **réunion**, on a la propriété suivante : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Réunion, intersection et diagramme de Venn

Ce type de diagramme permettent de représenter la réunion et l'intersection de deux événements.



Intersection



Réunion

Ce type de diagramme peut, dans certaines situations, être utile pour comprendre certains événements. Ce diagramme illustre la formule suivante $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

Dénombrement, tableau à double entrée, arbre des probabilités

Un **tableau à double entrée** permet d'organiser et de dénombrer (c'est-à-dire compter) les issues d'une expérience aléatoire, en particulier **lorsqu'on étudie simultanément deux caractères** différents d'une même population.

Un **arbre des probabilités** permet de représenter et de dénombrer (c'est-à-dire compter) les issues d'une expérience aléatoire, en particulier lorsqu'on a la **succession de plusieurs épreuves** au cours d'une même expérience aléatoire.

Loi de probabilité

Donner une **loi de probabilité** associée à une expérience aléatoire c'est en donner **toutes les issues** et **attribuer une probabilité** (comprise entre 0 et 1) à chacune d'elles de sorte que sorte que la **somme des probabilités soit égale à 1**. On peut représenter les résultats dans un tableau.

Fluctuation d'échantillonnage

Deux échantillons **de même taille** associés à une même expérience aléatoire **ne sont à priori pas identiques** : ce phénomène s'appelle **la fluctuation d'échantillonnage**.

On considère un échantillon de taille n associé à une expérience aléatoire dont l'une des issues (ou l'un des événements) a pour probabilité p. Lorsque n (taille de l'échantillon) est grand, **la fréquence observée** f de cette issue (ou de cet événement) dans l'échantillon **est proche de sa probabilité d'apparition** (en général l'écart entre f et p est inférieur à $\frac{1}{\sqrt{n}}$).

Ainsi lorsque n (taille de l'échantillon) est grand, si on ne connait pas la valeur de **la probabilité** p, on peut considérer que **la fréquence** f en constitue une **estimation**.