Notion de fonction

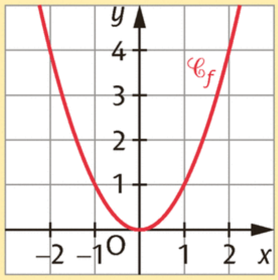
- Soit I un intervalle (ou une réunion d'intervalles) de $\mathbb{R}$. Définir une fonction sur I, c'est associer à tout réel x de I un unique réel noté $f(x)$.
- On dit que : y est **l'image** de x par la fonction f et x est **un antécédent** de y par la fonction f.
- Dans le plan muni d'un repère, **la courbe d'équation $y = f(x)$** est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x\,;y)$ vérifient la relation $y = f(x)$.

Fonction carrée

- La **fonction carré** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2$$

- Sa courbe $\mathscr{C}_f$ est une **parabole.**
Dans un repère orthogonal, elle est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.

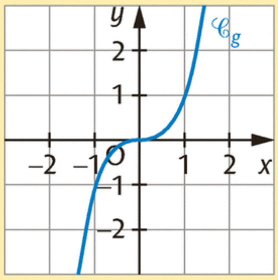


Fonction cube

- La **fonction cube** est la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x^3$$

- Dans un repère, sa courbe $\mathscr{C}_g$ est **symétrique par rapport à l'origine O du repère**.

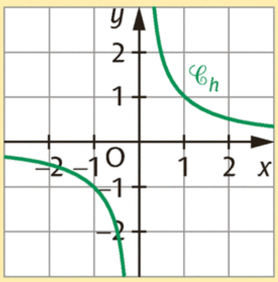


Fonction inverse

- La **fonction inverse** est la fonction h définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$h(x) = \frac{1}{x}$$

- Sa courbe $\mathscr{C}_h$ est une **hyperbole**.
Dans un repère, elle est **symétrique par rapport à l'origine O du repère**.

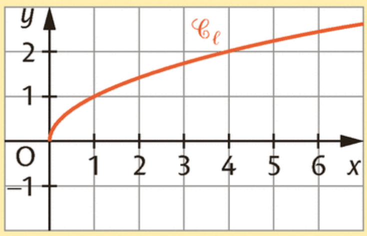


Fonction racine carrée

- La fonction **racine carrée** est la fonction ℓ définie sur $[0\,;+\infty[$ par :

$$\ell(x) = \sqrt{x}$$

- Tout nombre **réel positif** ou nul x admet une racine carrée et on a $\sqrt{x} \geqslant 0$.



Résolution graphique d'une équation

On considère deux fonctions f et g définies sur un même ensemble $\mathcal{D}$.

- Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les **abscisses des points de la courbe de f dont l'ordonné est k**.
- Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les **abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g**.

Résolution graphique d'une inéquation

On considère deux fonctions f et g définies sur un même ensemble $\mathcal{D}$.

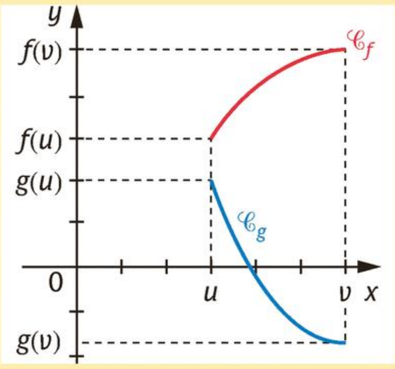
- Les solutions de l'inéquation $f(x) < k$ sont les **abscisses des points de la courbe de f dont l'ordonnée est strictement inférieure à k**.
- Les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les **abscisses des points de la courbe de f situés en dessous de la courbe de g**.

Signe d'une fonction

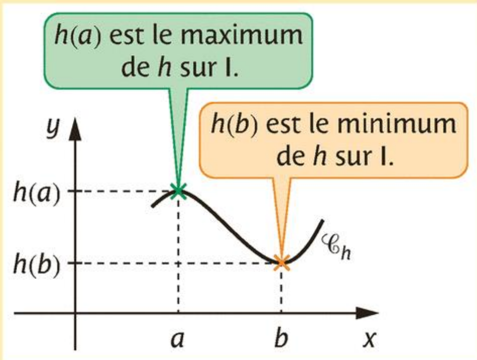
- Une fonction f définie sur un ensemble $\mathcal{D}$ est :
  - **positive** si, pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a $f(x) \geqslant 0$.
  - **négative** si, pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a $f(x) \leqslant 0$.
- Étudier le signe d'une fonction consiste à déterminer les intervalles sur lesquels elle est positive et ceux sur lesquels elle est négative.

Variations et extremums d'une fonction

- f est **croissante** sur I
  $\Leftrightarrow$ pour tous réels u et v de I
  si $u \leqslant v$ alors $f(u) \leqslant f(v)$.
- g est **décroissante** sur I
  $\Leftrightarrow$ pour tous réels u et v de I
  si $u \leqslant v$ alors $g(u) \geqslant g(v)$.



- h admet un **maximum en a** sur I signifie que pour tout réel x de I, $h(x) \leqslant h(a)$.
- h admet un **minimum en b** sur I signifie que pour tout réel x de I, $h(x) \geqslant h(b)$.



Parité d'une fonction

- f est **paire** si l'intervalle I est centré en 0 et si pour tout réel x de I,
  $f(-x) = f(x)$
- f est **impaire**, si l'intervalle I est centré en 0 et si pour tout réel x de I,
  $f(-x) = -f(x)$

Attention, il existe des fonctions qui ne sont ni paires, ni impaires !