Exercice 1

On considère l'équation $z^2+z+1=0$.

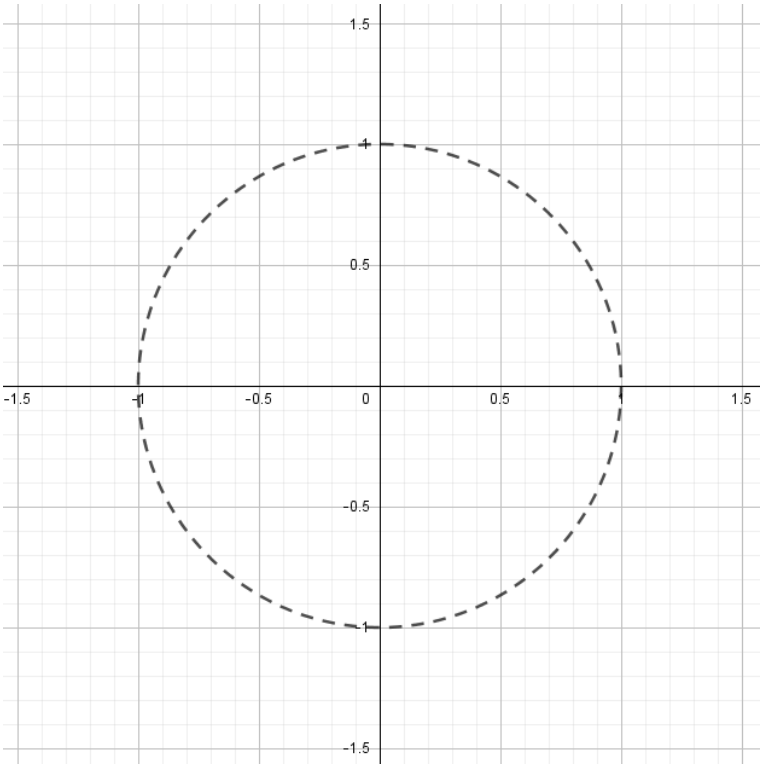
1. Calculer le discriminant de cette équation du second degré.

2. Déterminer les deux solutions complexes de cette équation.

Par la suite, on appelle j la solution dont la partie imaginaire est positive et on note $\overline{j}$ son conjugué qui correspond à l'autre solution de l'équation.

3. Calculer j^2 et en déduire j^3.

4. Sauriez-vous placer j, j^2 et j^3 dans le plan complexe proposé ci-dessous ?



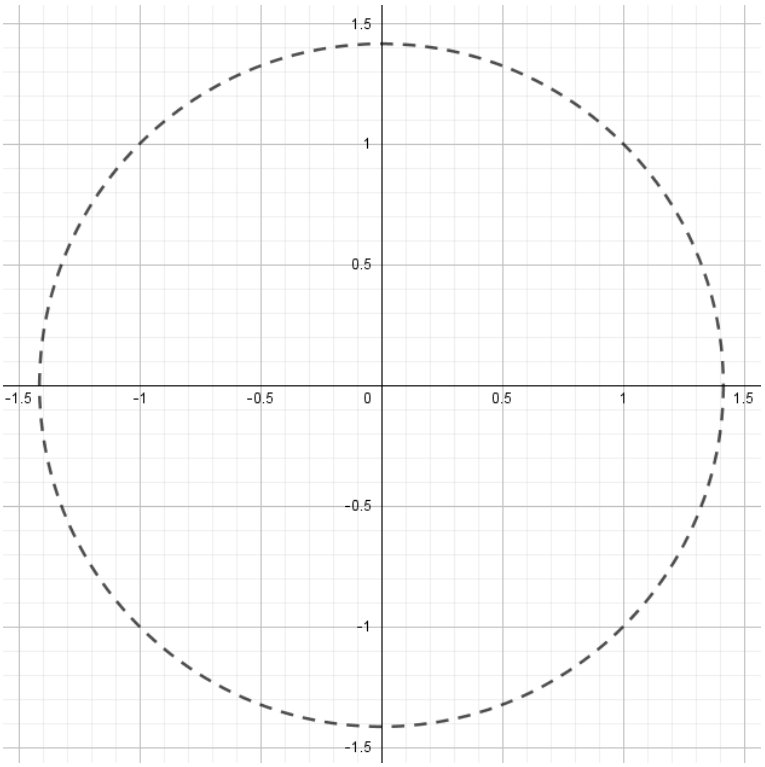
Exercice 2

On considère l'équation $z^2-2z+2=0$.

1. Calculer le discriminant de cette équation du second degré.
   Déterminer les deux solutions complexes de cette équation.

Par la suite, on appelle z_1 la solution dont la partie imaginaire est positive et on note $z_2=\overline{z_1}$ son conjugué qui correspond à l'autre solution de l'équation.

2. Calculer $z_3=-z_1$ puis calculer $z_4=-z_2$.
   Sauriez-vous placer z_1, z_2, z_3 et z_4 dans le plan complexe proposé ci-après ?



Exercice 3

On note $z = x + iy$ un nombre complexe dans lequel x représente la partie réelle et y représente la partie imaginaire. On note $\overline{z} = x - iy$ le conjugué de ce nombre complexe.

1. Le complexe $z + \overline{z}$ est-il un réel pur ? Un imaginaire pur ?
   Justifier par un calcul.

2. Le complexe $z - \overline{z}$ est-il un réel pur ? Un imaginaire pur ?
   Justifier par un calcul.

3. Le complexe $z \times \overline{z}$ est-il un réel pur ? Un imaginaire pur ?
   Justifier par un calcul.

Exercice 4

On note $z = x + iy$ un nombre complexe dans lequel x représente la partie réelle et y représente la partie imaginaire. On note $\overline{z} = x - iy$ le conjugué de ce nombre complexe. On considère Z le nombre complexe défini par $Z = (z+1)(\overline{z}-1)$.

1. Exprimer Z en fonction de x et de y.
   En déduire la partie réelle de Z ainsi que la partie imaginaire de Z.

2. Où doivent se trouver les complexes z pour que Z soit un imaginaire pur ?